

Модель оптимизации параметров n-этапной инвестиционной экспертизы

Е.В. Данько, Н.М. Оскорбин

Алтайский государственный университет (Барнаул, Россия)

The Optimization Model for n-Phase Investment Expertise Parameters

E.V. Danko, N.M. Oskorbin

Altai State University (Barnaul, Russia)

Представлена формализация математической модели многоэтапной инвестиционной экспертизы и ее проверка на числовом примере. Рассматриваются процессы реализации инвестиционных проектов в условиях неопределенности. Доходность проекта оценивается показателем NPV , значения которого случайны и известны инвестору с точностью до отрезка: $NPV \in [NPV_1; NPV_2]$. Трудности принятия решения возникают в случае, когда отрезок $[NPV_1; NPV_2]$ включает нулевое значение. Инвестором может быть принято решение по уточнению оценок $[NPV_1; NPV_2]$ путем проведения дополнительной экспертизы, которая может включать n -этапов ($n \geq 1$). В данной работе предполагается, что решение о проведении n -этапной экспертизы принимается априорно.

Для составления модели подробно рассмотрен процесс принятия решения в данной ситуации, определены полезности решений до экспертизы и оценены средние значения полезностей для решений после проведения экспертизы, что необходимо для оценки эффекта проведения экспертизы. Функции ожидаемой полезности зависят от $b \geq 0$ — страха потерь и $\gamma > 0$ — сожаление об упущенной выгоде. Для проверки математической модели рассмотрен числовой пример, при этом расчеты произведены с использованием пакета электронных таблиц MS Excel.

Ключевые слова: математическая модель экспертизы, экспертиза, электронная таблица инвестиционных проектов; оценка полезности экспертизы.

DOI 10.14258/izvasu(2014)1.2-13

Введение. В работах [1–3] для рассматриваемого случая предложены функции ожидаемой полезности $J_{\Pi}[a, b]$ и $J_{\text{O}}[a, b]$ принятия и отклонения проекта и правило выбора оптимального решения: проект принимается к исполнению, если $J_{\Pi}[a, b] > J_{\text{O}}[a, b]$. Здесь параметры a, b — нижние и верхние оценки NPV

This paper presents a mathematical formalization of n -phase investment expertise model and its validation on a numerical example. Investment project implementation processes under uncertainty are investigated. Project profitability is presented by the NPV parameter with a random value that lies within the range of $NPV \in [NPV_1; NPV_2]$. Decision-making process becomes complicated when the segment $[NPV_1; NPV_2]$ includes the zero value. The $NPV_1; NPV_2$ values can be defined more accurately by an investor providing the n -phase expertise research. In this paper, the n -phase expertise is supposed to be performed a priori.

The decision-making process in this kind of situation is examined thoroughly for further successful model elaboration. The decision utilities before and after performing the n -phase expertise are evaluated and proved to be necessary for the estimation of the n -phase expertise effect. Functions of expected utility depend on $b \geq 0$ — fear of financial losses and $\gamma > 0$ — regret of profit loss. The proposed model is verified on the numerical example. All computations are performed in the MS Excel spreadsheet application.

Key words: mathematical model of an expertise, expertise of investment projects, evaluation of an expertise utility.

проекта, а функции полезности зависят от распределения вероятности $p(NPV)$ и согласованы с пороговыми правилами асимметрии оценок инвесторами факторов неопределенности.

Точность экспертизы Δ_i , стоимость C_i каждого этапа i экспертизы известны инвестору и удовлетворяют

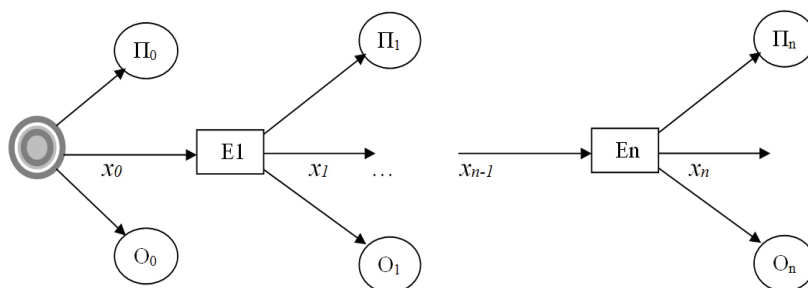


Рис. 1. Поточковая модель n-этапной инвестиционной экспертизы

условиям $\Delta_{i+1} \leq \Delta_i, i = 1, 2, \dots, n-1; C_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n$. Кроме того, считается, что инвестор знает интервальные оценки доходности рассматриваемого проекта на этапе i и может принять решение относительно реализации (отклонения) проекта или продолжения экспертизы.

В данной работе проводится формализация задачи оптимизации решений при n-этапной инвестиционной экспертизе, а также рассматриваются вопросы алгоритмизации и программного обеспечения процедур. Мы также приводим результаты исследования проблемы на числовых примерах.

Общая постановка задачи оптимизации.

Следует отметить, что при нулевой стоимости всех этапов инвестиционной экспертизы ($C_i = 0$) и точности $\Delta_i > 0$ априорно процесс последовательной экспертизы не прерывается. На рисунке 1 представлена схема «сортировки» генеральной совокупности проектов по доходности, а на рисунке 2 — схема последовательного уточнения оценок безрисковых доходностей ($\mp 2\Delta_i$) и пороговых уровней доходностей принятия (b_i) и отклонения (a_i) инвестиционных проектов, согласованных с возможными результатами экспертизы.

Π_i, O_i, x_i — потоки принятых, отклоненных и отправленных на экспертизу долей инвестиционных

проектов генеральной совокупности, $i = 0$ — начальный этап (до первой экспертизы); $i = 1, 2, \dots, n$ — индекс этапа экспертизы; интенсивность потока x_n при оптимизации требуется равной нулю ($I(x_n) = 0$).

Описание процесса n-этапной экспертизы включает оценки интенсивности $I(\Pi_i), I(O_i), I(x_i)$ введенных потоков, функций распределения по доходности $P(\Pi_i), P(O_i), P(x_i)$, уровней ожидаемой полезности $J(\Pi_i), J(O_i), J(x_i)$ и общей полезности проекта до и после экспертизы. Указанные величины определяются параметрами и моделью экспертизы, при которой инвестор может получать интервальные оценки доходности проекта, решать вопрос о его принятии, отклонении или продолжении экспертизы. В рассматриваемом случае для организации и оптимизации рассматриваемого процесса необходимы априорные оценки введенных величин. На рисунке 3 приведена схема «сортировки» генеральной совокупности инвестиционных проектов на этапе 1 экспертизы в предположении ее начального равномерного распределения (рис. 3а), где $h_0 = 1/(NPV_2 - NPV_1)$. При модели экспертизы учитываем, что апостериорные оценки доходности инвестиционного проекта достоверно принадлежат отрезку $\mp \Delta_i$. Представим потоки Π_i и O_i в виде двух потоков: $\Pi = \Pi + \Pi$ и $\Pi_i = \Pi_i^H + \Pi_i'$,

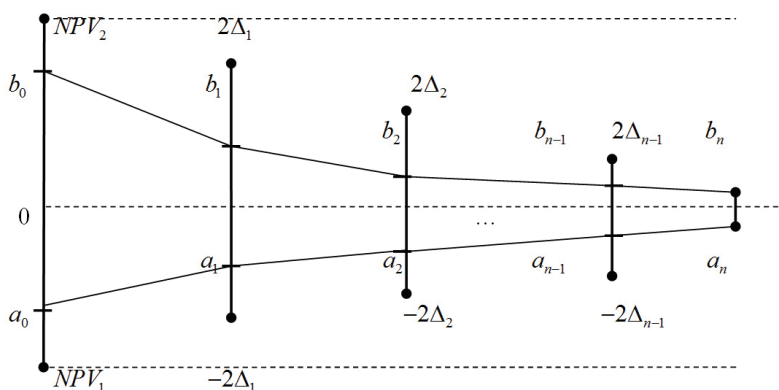


Рис. 2. Последовательность интервальных оценок $[a_i; b_i]$ доходности инвестиционного проекта на этапах экспертизы; $\mp 2\Delta_i$ – предельные отрезки неопределенности доходов проекта после этапа i ($i = 1, 2, \dots, n$);

$$2\Delta_i \leq \min(-NPV_1; NPV_2).$$

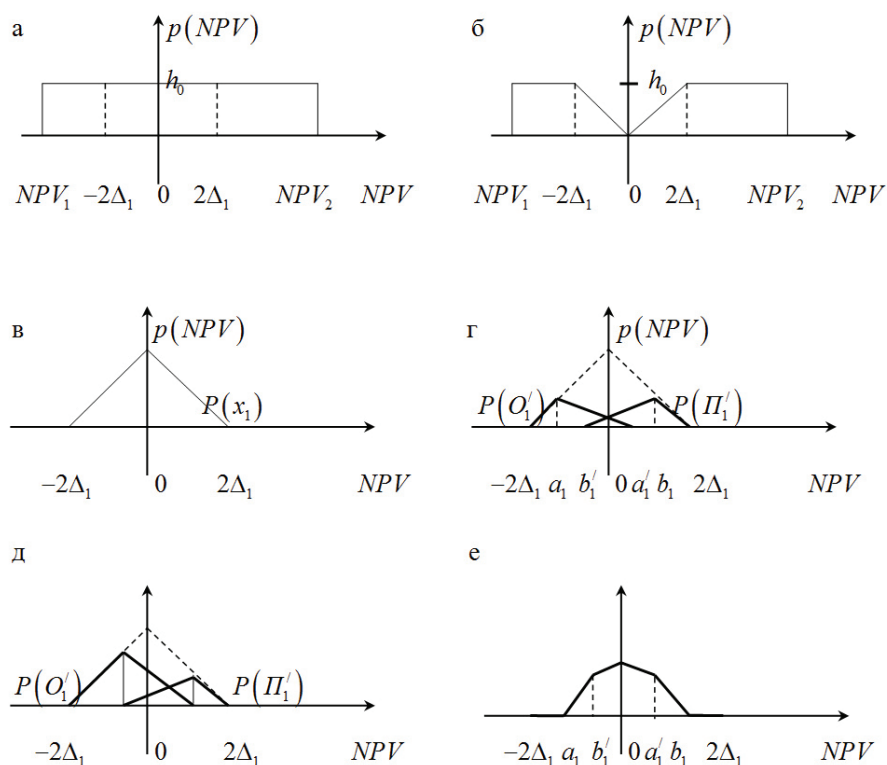


Рис. 3. Распределение вероятностей уровней потоков на входе (а) и выходе (б) экспертизы Е1

где Π_i^H — поток безрисковых проектов с $NPV \geq 0$, отклонение которых не вызывает сожаления об упущенной выгоде. Распределение вероятностей NPV по этим потокам приведено на рисунке 3б. Для этого случая распределение вероятности потока x_1 , передаваемого на экспертизу Е2, представлено на рисунке 3в.

Потоки инвестиционных проектов Π_i^L и Π_i^H , оценки NPV которых включают нулевое значение, представлены на рисунках 3б и 3в. В рассматриваемых случаях их интенсивности являются нулевыми. Эти потоки существенны в случае, когда $a_i > -2\Delta_i$ и/или $b_i < 2\Delta_i$ (рис. 3г, е). На рисунке 3д иллюстрируется условие, при котором интенсивность потока x_1 является нулевой. Для этого необходимо и достаточно выполнение равенства $a_i = b_i - 2\Delta_i$. Рисунок 3 поясняет экономический смысл введенных переменных a_i , b_i как нижнего и верхнего значений уровня отсечки инвестиционных проектов исследуемой генеральной совокупности. Проекты, нижняя оценка доходности которых меньше a_i , отклоняются без дополнительной экспертизы, и проекты, верхняя оценка которых больше b_i , соответственно, принимаются к реализации. Заметим, что риски для этих групп проектов устраняются не полностью, но их экономические оценки не превышают затрат на проведение экспертизы.

Для оценки целесообразности проведения инвестиционной экспертизы используется следующий подход.

Сначала оценивается полезность проекта без экспертизы J и полезность с n -этапной экспертизой J_{x_0} . Если $J_{x_0} > J$, то дополнительная экспертиза экономически оправдана.

В рассматриваемом подходе для расчета J_{x_0} берется поток x_0 , равный начальному потоку с функцией распределения $p(x)$ начального потока, а уровни отсечки a_0 , b_0 равны соответственно: $a_0 = NPV_1$; $b_0 = NPV_2$.

Интенсивность потока x_0 равна единице:

$$I_{x_0} = \int_{a_0}^{b_0} p(x) dx = 1. \quad (1)$$

Определим верхние и нижние границы изменения переменных a_i , b_i , $i = 1, 2, \dots, n$.

$$\begin{aligned} a_i^H &= \max(a_{i-1}; -2\Delta_i); & a_i^B &= a_i + 2\Delta_i; \\ b_i^B &= \min(b_{i-1}; 2\Delta_i); & b_i^H &= b_i - 2\Delta_i. \end{aligned} \quad (2)$$

Из этого выражения следует, что множество значений (a_i, b_i) не пусто, если выполнено условие

$$\Delta_i < \frac{b_i - a_i}{2}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

Если для некоторого i (3) не выполняется, то параметры n -этапной экспертизы следует изменить, учитывая, что этап i не является информативным.

Рассмотрим случай, когда для некоторого i $\Delta_i > \min(-a_{i-1}; b_{i-1})/2$, а условие (3) выполняется. Экономический смысл этой ситуации раскрывает рисунок 3, который показывает, что границы отсечек определяются не отрезком $\mp 2\Delta_i$, а соответствующими уровнями предшествующего этапа. Можно показать, что в этом случае математическое выражение функций распределения доходностей, показанных на рисунке 3, и последующих этапов сохраняются, но рабочие границы для вычисления интенсивностей и полезностей потоков задаются отрезками $[a_{i-1}; b_{i-1}]$.

Запишем общую постановку задачи оптимизации n-этапной инвестиционной экспертизы: найти $[a_i^*; b_i^*]$, $i = 1, 2, \dots, n$ из условий

$$J(x_0) = \sum_{i=1}^n (J(\Pi_i^H) + J(\Pi_i) + J(O_i^H) + J(O_i) - M[C_i]) \rightarrow \max \quad (4)$$

$$I(x_n) = 0, \quad a_i^* \in [a_i^H; a_i^B], \quad b_i^* \in [b_i^H; b_i^B],$$

где $I(x_n)$ — интенсивность потока x_n ; $M[C_i]$ — ожидаемые затраты на проведение экспертизы на этапе i с учетом выделенной доли инвестиционных проектов.

При решении задачи (4) предполагается, что $\Delta_i, C_i, NPV_1, NPV_2, p(NPV)$ заданы и условие (3) выполнено. Решение этой задачи позволяет оценивать полезность каждого этапа инвестиционной экспертизы. Одним из способов проверки правильности построения математической модели задачи оптимизации n-этапной инвестиционной экспертизы является баланс интенсивностей разделенной генеральной совокупности потоков инвестиционных проектов, математическое выражение которого имеет вид

$$I(x_0) = \sum_{i=1}^n (I(\Pi_i^H) + I(\Pi_i) + I(O_i^H) + I(O_i)). \quad (5)$$

Пример постановки и решения задачи оптимизации (4). Рассмотрим конкретный пример задачи (4) для следующих исходных данных: функция $p(x)$ начального проекта равномерно распределена на отрезке $[NPV_1; NPV_2]$, где $NPV_1 < 0; NPV_2 > 0$ заданы и известны инвестору.

При принятии проекта с оценкой полезности $NPV \in [a; b]$, полезность принятия проекта задается выражением

$$J(\Pi) = \begin{cases} \int_a^b xp(x)dx, & a \geq 0; \\ (1+\beta) \int_a^0 xp(x)dx + \int_0^b xp(x)dx, & a \leq 0; b \geq 0. \end{cases} \quad (6)$$

Полезность отклонения проекта задается выражением

$$J(O) = \begin{cases} -\beta \int_a^b xp(x)dx, & b \leq 0; \\ -\beta \int_a^0 xp(x)dx - \gamma \int_0^b xp(x)dx, & a \leq 0; b \geq 0. \end{cases} \quad (7)$$

Интенсивность рассматриваемых потоков и проверка балансового соотношения (5) выполняется с использованием выражений, аналогичных (1).

Для первого этапа экспертизы формулы для функций $P(\Pi_i^H), P(\Pi_i), P(O_i^H), P(O_i), P(x_i)$ находим с использованием рисунка 3. Эти формулы могут быть применены для последующих этапов, если заменить $P(x_i)$, $i = 1, 2, \dots, n-1$ на эквивалентную по интенсивности случайную величину с равномерной плотностью вероятности. Можно ожидать, что при такой замене оценки полезности потоков проектов будут гарантированными [4].

Программная реализация модели (4) с учетом сделанных допущений, выполнена в среде MS Excel и существенно использует инструмент «Поиск решения». В таблице 1 представлены исходные данные рассматриваемого числового примера.

Перечень исходных данных инвестиционного проекта

№ п/п	Наименование параметров	Обозн.	Значение
1	Начальная нижняя оценка доходности	NPV_1	-4000
2	Начальная верхняя оценка доходности	NPV_2	14000
3	Функция распределения	$P(NPV)$	Равном.
4	Ордината функции распределения	h_0	0,0000556
5	Число этапов экспертизы	n	4
6	Затраты этапа 1	$C1$	500
7	Затраты этапа 2	$C2$	2000
8	Затраты этапа 3	$C3$	7000
9	Затраты этапа 4	$C4$	100000
10	Погрешность экспертизы на этапе 1	$DEL1$	1500

11	Погрешность экспертизы на этапе 2	$DEL2$	700
12	Погрешность экспертизы на этапе 3	$DEL3$	300
13	Погрешность экспертизы на этапе 4	$DEL4$	0,0001
14	Коэффициент «страха» инвестора	$BETTA$	4,444
15	Коэффициент сожаления по упущенной выгоде	γ	0,816
16	Пороговый уровень принятия проекта	α	0,7
17	Полезность принятия проекта без экспертизы	$J(По)$	3024,69
18	Полезность отклонения проекта без экспертизы	$J(Оо)$	-2469,14
19	Интенсивность потока По без экспертизы	$I(По)$	100,0%
20	Интенсивность потока Оо без экспертизы	$I(Оо)$	0,0%
21	Ожидаемая доходность проекта без экспертизы		3024,69

Представленный проект характеризуется значительной неопределенностью уровня доходности. Оптимальное решение инвестора в условиях начальной неопределенности состоит в принятии проекта к реализации с ожидаемой полезностью, указанной в строке 21 таблицы. Ожидаемая полезность проекта при точной экспертизе рассчитывается в соответствии с формулой (6) и составляет 7419,75 единицы. Таким образом, потенциал устранения неопределенности при инвестиционной экспертизе оценивается в 4395,06 единицы.

В строках 6–9 таблицы приведены стоимости экспертизы, при этом для этапов 3 и 4 указанные значения носят барьерный характер, т.е. принуждают инвестора ограничиться только двумя начальными этапами.

Расчеты оптимальной стратегии инвестиционной экспертизы дают следующие результаты. На первом этапе экспертизы принимаются к реализации 75,66% проектов генеральной совокупности, признаются убыточными 13,89% проектов и 10,45% проектов направляются на дополнительную экспертизу. В аналогичной пропорции происходит «сортировка» проектов на экспертизе 2, на которой процесс фактически заканчивается. Ожидаемые (средние) затраты на экспертизу составляют 708,95 единицы.

При найденной инвестиционной стратегии за счет дополнительной экспертизы ожидаемая доходность проекта составляет 96,424% уровня точной экспертизы. Снижение уровня доходности происходит за счет исключения части доходных проектов. При принятых функциях полезности дополнительные риски включения убыточных проектов отсутствуют. Итоговым результатом оптимизации является суммарная ожидаемая полезность рассматриваемого инвестиционного проекта, которая с учетом затрат на экспертизу возрастает до 6445,47 единицы, или на более чем в два раза начального уровня.

Таким образом, результаты модельных исследований и анализ числовых данных показывают, что предложенный способ моделирования и оптимизации n-этапной инвестиционной экспертизы можно применять на практике.

Заключение. Рассмотрена задача оптимизации процесса многоэтапной инвестиционной экспертизы. На основе введенных формул просчитан числовой пример в среде MS Excel, позволяющий принять рациональное решение относительно количества этапов экспертизы в зависимости от характеристик проекта и экспертизы.

Библиографический список

1. Боговиз А.В., Данько Е.В., Оскорбин Н.М. О функции ожидаемой полезности инвестиционных проектов в условиях риска [Электронный ресурс]. — URL: http://www.ukrnauka.ru/DN/28-03-2012_A4_tom-82.pdf

2. Данько Е.В. Функция полезности инвестиционных проектов в условиях неопределенности // Сборник трудов XVI региональной конференции по математике «МАК-2013». — Барнаул, 2013.

3. Оскорбин Н.М., Данько Е.В. Математическая модель ценностной полезности экспертизы инвести-

онных проектов // Формирование, оценка и использование инновационного потенциала в научно-технической сфере: теория и практика : колл. монография / под ред. Н.М. Оскорбина. — Барнаул, 2012. Серия «Управление корпорацией».

4. Максимов А.В., Оскорбин Н.М. Многопользовательские информационные системы: основы теории и методы исследования : монография. — 2-е изд., испр. и доп. — Барнаул, 2013.