

Решение задач неустановившейся ползучести для стержневых систем на основе модели с функциональными константами материалов

А.В. Мищенко¹, Ю.В. Немировский²

¹Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Новосибирск, Россия)

²Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича Сибирского отделения Российской академии наук (Новосибирск, Россия)

On the Solution of Transitional Creep Problems of Rods Structures Based on the Functional Materials Constant Model

A.V. Mischenko¹, Yu.V. Nemirovskiy²

¹The Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Novosibirsk, Russia)

²Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences (Novosibirsk, Russia)

Предложена реологическая модель одноосного деформирования материала, содержащая его функциональные константы, зависящие от температуры материала. Обработка опытных данных из литературных источников выполнена на базе закона упрочнения и модели ползучести с начальным скачком деформации. Функции напряжений для скачка и установившейся скорости приняты степенными, а зависимости физических констант от температуры — экспоненциальными. Получены физические соотношения для интегральных силовых факторов растянуто-изогнутого стержня. Представлен их квазилинейный аналог с переменными секущими жесткостными характеристиками, удобный для формирования матрицы податливости стержневой системы при длительном воздействии. Методика расчета параметров ползучести деформированного состояния на заданный момент предполагает выполнение двух независимых расчетов, отражающих, во-первых, состояние скачка их значений в начальный момент и, во-вторых, значений установившихся скоростей в последующем процессе. Оба этапа выполняются по однотипным расчетным соотношениям. Рассмотрен пример расчета деформированного состояния растянуто-изогнутого стержня при высокотемпературной ползучести.

Ключевые слова: ползучесть, теория упрочнения, установившаяся ползучесть, начальный скачок деформации ползучести.

DOI 10.14258/izvasu(2014)1.2-08

The rheological model of uniaxial strain of material with the temperature-dependant functional material constants is proposed. The processing of experiment data obtained from papers and publications is performed on the basis of strengthening law and a creep model with initial strain rate. Stress functions for initial strain rate and steady-state strain rate are assumed to be power functions. Dependences of material constants from temperature are assumed to be exponent functions.

The physical equations of integral internal forces for a tension-bending rod are elaborated. A quasilinear analogue of the equations with variable transverse stiffness properties is also proposed. The quasilinear equations are proved to be convenient for generation of frame rod structure flexibility matrix.

The calculation of strain state creep properties at a given time consists of two independent calculations. The first calculation is essential for evaluating the initial strain rate, and the second calculation is required for evaluating the steady-state strain rate. Both calculations are performed with the identical set of equations. An example of evaluation of tension-bending rod strain state under high temperatures is provided.

Key words: creep, strengthening theory, steady state creep, initial strain rate.

* Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ, номер проекта 14-01-00102.

В последние годы резко возрастает интенсивность пожаров на объектах промышленного и гражданского строительства, нефтегазодобывающих и нефтеперерабатывающих предприятиях. Помимо существующих материальных и экономических потерь, даже при внешне благополучном виде подвергаемого интенсивному температурному воздействию объекта, его пригодность к восстановлению и дальнейшему функционированию остается в значительной мере неопределенной. Поскольку проведение предварительных модельных испытаний на проектируемых и функционирующих объектах недопустимо, требуется разработка определенных математических моделей разнообразных объектов с оценкой их реального поведения в период активной фазы пожара и остаточного ресурса после его прекращения [1].

В условиях интенсивного нагрева конструкции происходит существенная деградация свойств материала, вследствие которой важную роль начинают играть механизмы ползучести, способные вызвать в конструкции недопустимые уровни деформирования или разрушение. Поэтому разработка соответствующих методов математического моделирования и расчетов процессов деформирования конструкций в таких условиях имеет очень важное значение.

Рассмотрим подход, в котором параметры реологической модели заданы в функциональном виде относительно параметров температурного поля. Введя безразмерные величины напряжения $\sigma = \bar{\sigma}/\sigma_0$, температуры $T = \bar{T}/T_0$ и времени $t = \bar{t}/t_0$, ограничиваясь рассмотрением первых двух стадий процесса ползучести, представим закон ползучести на основе теории упрочнения [2, 3]

$$\dot{\varepsilon}\varepsilon^\alpha = f(\sigma), \quad (1)$$

устанавливающей связь между деформацией ползучести ε , ее скоростью $\dot{\varepsilon}$ и напряжением. Для функции $f(\sigma)$ используем степенное выражение как более достоверно отражающую ползучесть при малых напряжениях [3]. В результате интегрирования (1) при условии $\varepsilon(0) = 0$ получим

$$\varepsilon(\sigma, T, t) = [(1 + \alpha)B]^{1+\alpha} \cdot \sigma^{1+\alpha} \cdot t^{1+\alpha}. \quad (2)$$

Параметры модели (2) представим в единой экспоненциальной форме

$$p(T) = p_0 \exp(p_1 T), \quad p \in [\alpha, B, n], \quad (3)$$

что позволяет выполнять расчеты при действии неоднородных полей напряжений и температур.

Наряду с моделью (2) рассмотрим применение упрощенного закона ползучести с начальным скачком деформации

$$\varepsilon(t, T, \sigma) = \varepsilon^0(T, \sigma) + \eta(T, \sigma) \cdot t. \quad (4)$$

В частном случае при игнорировании первого слагаемого из (4) получаем широко распространенную модель установившейся ползучести [2–3].

Начальную деформацию ползучести и постоянную скорость деформации аппроксимируем степенными зависимостями вида

$$\varepsilon^0(T, \sigma) = B_\varepsilon(T)\sigma^{n_\varepsilon(T)}, \quad \eta(T, \sigma) = B_\eta(T)\sigma^{n_\eta(T)} \quad (5)$$

с четырьмя функциональными параметрами, заданными в форме (3).

Для получения функциональных параметров шестиконстантной модели (2), (3) и четырехконстантной — (4), (5), (3) рассмотрен ряд опытов, описанных в литературных источниках: Среди них опыты: А.Н. Маркова [4] по испытанию стали 10Г2С, В.И. Смирнова и Л.П. Никитиной [5, 6] со сталью ЭИ-69, А.Ф. Милованова [7], О.В. Соснина и Н.Г. Торшенова [8] с титановым сплавом ОТ-4. Опыты проводились на образцах при одноосном деформировании с различными уровнями напряжений и температуры. Некоторые результаты отражены на рисунках 1, 2 и в таблице.

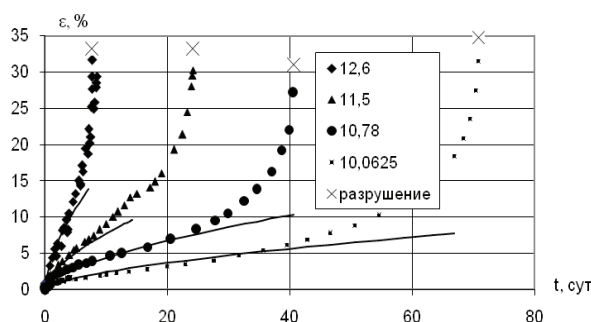


Рис. 1. Деформации ползучести стали 10Г2С при температуре 500оС и различных напряжениях (кгс/мм2). Точки — эксперимент [4], линии — модель (2)

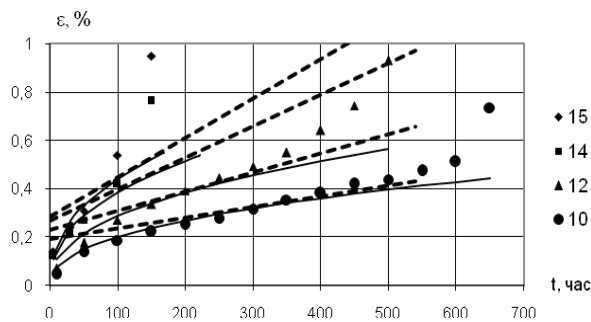


Рис. 2. Деформации ползучести стали ЭИ-69 при температуре 700оС и различных напряжениях (кгс/мм2). Точки — эксперимент [5], сплошные линии — модель (2), штриховые линии — модель (4)

Параметры аппроксимации (4) некоторых материалов

Материал, источник	$\frac{B_\varepsilon}{n_\varepsilon}$	$\frac{B_\eta}{n_\eta}$	$\frac{\sigma_0 (\text{кг/мм}^2)}{\sigma_{\min}; \sigma_{\max}}$	$\frac{T_0 (^\circ \text{C})}{T_{\min}; T_{\max}}$	t_0 , час
Сталь ЭИ-69 [5]	$\frac{0,55 \cdot 10^{-5} e^{6,189T}}{0,841e^{0,141T}}$	$\frac{2,1 \cdot 10^{-13} e^{21T}}{0,217e^{2,31T}}$	$\frac{40}{6; 28}$	$\frac{600}{500; 700}$	24
Сталь 60X16M2A [6]	$\frac{1,14 \cdot 10^{-5} e^{5,31T}}{0,964e^{0,049T}}$	$\frac{2 \cdot 10^{-12} e^{16,5T}}{0,623e^{1,06T}}$	$\frac{35,2}{2; 22}$	$\frac{500}{500; 600}$	24
Жаростойкий бетон [7]	$\frac{0,28 \cdot 10^{-3} e^{3,59T}}{0,991e^{0,257T}}$	$\frac{7 \cdot 10^{-8} e^{5,95T}}{0,93e^{0,186T}}$	$\frac{2,3}{4; 136}$	$\frac{500}{400; 1000}$	24
Титановый сплав ОТ-4 [8]	$\frac{0,22 \cdot 10^{-3} e^{4,18T}}{93,8e^{-3,54T}}$	$\frac{1,2 \cdot 10^{-13} e^{29T}}{1100e^{-5,49T}}$	$\frac{40}{4; 52}$	$\frac{500}{400; 550}$	24

В пределах первых двух стадий закон (2) удовлетворительно соответствует эксперименту. Более существенное расхождение между ними наблюдается лишь только в случае приближения к моменту разрушения при активном проявлении процессов разрушения. Практической ценностью модели (2) с функциональными параметрами является возможность выполнения расчетов элементов конструкций при действии стационарного неоднородного температурного поля в интервале температур, заданных в эксперименте.

На рисунке 2 наряду со сплошными линиями модели (2) пунктиром показаны линии закона (4). В случае относительно небольшой протяженности или даже отсутствия второй стадии ползучести линии (4) могут рассматриваться как аппроксимации кривых ползучести в целом.

Рассмотрим изгиб с растяжением (сжатием) стержня прямоугольного сечения. Выразив из (2) напряжение

$$\sigma(x, y, T, t) = \text{sgn}(\varepsilon) \sigma_0 [(1 + \alpha)Bt]^{-\frac{1}{n}} \cdot |\varepsilon(x, y)|^{\frac{1+\alpha}{n}} \quad (6)$$

и приняв для деформаций закон $\varepsilon(x, y) = \varepsilon_0(x) - \kappa(x) \cdot y$, получим систему, связывающую продольную силу $N(x, t)$ и изгибающий момент $M(x, t)$ с деформацией $\varepsilon_0(x, t)$ и кривизной $\kappa(x, t)$ отсчетной оси стержня в виде

$$\begin{aligned} N &= -a[f_N(h) - f_N(-h)], \\ M &= a[f_M(h) - f_M(-h)], \end{aligned} \quad (7)$$

$$K = \frac{b\sigma_0}{\kappa[(1 + \alpha)Bt]^{1/n}}, \quad f_N(y) = \frac{n}{1 + \alpha + n} |\varepsilon_0 - \kappa y|^{\frac{1+\alpha+n}{n}},$$

$$f_M(y) = f_N(y) \left[y + \frac{n}{1 + \alpha + 2n} \left(\frac{\varepsilon_0}{\kappa} - y \right) \right].$$

Дополнив систему физических равенств (7) статическими и геометрическими соотношениями

$$\begin{aligned} N' &= -q_x, \quad Q' = q_y, \quad M' = Q + m_z + Nv', \\ u' &= \varepsilon_0, \quad v' = \theta, \quad \theta' = \kappa, \end{aligned} \quad (8)$$

получим замкнутую систему уравнений для решения начально-краевой задачи расчета длительно нагруженного стержня. В общем случае она требует численного решения по пространству конструкции и времени.

Расчеты стержневых систем общего вида целесообразно выполнять на основе двухуровневой процедуры. Во внешней процедуре организуется шаговый процесс по времени t , а во внутренней — решается линеаризованная краевая задача. Для получения необходимых соотношений представим напряжение (6) в эквивалентном виде

$$\sigma = E_\varepsilon(\varepsilon) \varepsilon, \quad E_\varepsilon(\varepsilon) = \sigma_0 [(1 + \alpha)Bt]^{-\frac{1}{n}} \cdot |\varepsilon(x, y)|^{\frac{1+\alpha-n}{n}}.$$

Принимая для деформации на i -м шаге $\varepsilon^{[i]} = \varepsilon_0^{[i]} - \kappa^{[i]}y$, зафиксировав модуль $E_\varepsilon(\varepsilon^{[i-1]})$ по результатам предыдущего шага, получим квазилинейный аналог системы (7)

$$\varepsilon_0^{[i]} \bar{D}_A^{[i-1]} - \kappa^{[i]} \bar{D}_S^{[i-1]} = N^{[i]}, \quad \kappa^{[i]} \bar{D}_I^{[i-1]} - \varepsilon_0^{[i]} \bar{D}_S^{[i-1]} = M^{[i]}$$

с секущими жесткостными характеристиками сечений. Опуская индекс i , получим для них

$$\begin{aligned} \bar{D}_A &= -a(t)[f_A(h) - f_A(-h)], \\ \bar{D}_S &= -a(t)[f_S(h) - f_S(-h)], \\ \bar{D}_I &= -a(t)[f_I(h) - f_I(-h)], \end{aligned}$$

$$f_A(y) = \operatorname{sgn}(\varepsilon) \frac{n}{1+\alpha} |\varepsilon_0 - \kappa y|^{\frac{1+\alpha}{n}},$$

$$f_S(y) = f_A(y) \left[y + \frac{n}{1+\alpha+n} \left(\frac{\varepsilon_0}{\kappa} - y \right) \right],$$

$$f_I(y) = f_A(y) \left\{ y^2 - \frac{2n}{1+\alpha+n} \left(\frac{\varepsilon_0}{\kappa} - y \right) \times \right. \\ \left. \times \left[y + \frac{n}{1+\alpha+2n} \left(\frac{\varepsilon_0}{\kappa} - y \right) \right] \right\}.$$

Решение нелинейной начально-краевой задачи требует построения итерационно-шаговой схемы. При рассмотрении вопросов, связанных с длительным деформированием конструкций, оправданным будет применение более простой модели (4), (5). В этом случае отсутствует шаговый процесс по времени и расчет выполняется в два этапа. Сначала выявляется начальное состояние в момент времени $t = 0$. Применяя для этого закон $\varepsilon^0 = \varepsilon_0^0(x) - \kappa^0(x) \cdot y$, используя (6), приходим к системе равенств (7) с параметрами

$$a = \frac{b\sigma_0}{\kappa^0 B_\varepsilon^{1/n_\varepsilon}}, \quad f_N(y) = \frac{n_\varepsilon}{1+n_\varepsilon} |\varepsilon_0^0 - \kappa^0 y|^{\frac{1+n_\varepsilon}{n_\varepsilon}}, \quad (9)$$

$$f_M(y) = f_N(y) \left[y + \frac{n_\varepsilon}{1+2n_\varepsilon} \left(\frac{\varepsilon_0^0}{\kappa^0} - y \right) \right].$$

Решение (7), (8), (9) дает начальные величины $\varepsilon_0^0(x)$ и $\kappa^0(x)$. На втором этапе решается задача установившейся ползучести. Представив скорость деформации в виде $\eta = \dot{\varepsilon}_0^t(x) - \dot{\kappa}^t(x) \cdot y$, получим для $\dot{\varepsilon}_0^t(x)$, $\dot{\kappa}^t(x)$ те же равенства (7) при замене ε_0^0 , κ^0 , B_ε , n_ε на $\dot{\varepsilon}_0^t$, $\dot{\kappa}^t$, B_η , n_η соответственно. Объединяя рассмотренные этапы, получим однотипные зависимости для параметров деформированного состояния $\delta = \delta^0 + \delta \cdot t$, $\delta \in [u, v, \theta, \varepsilon_0, \kappa]$.

Для растянуто-изогнутого консольного стержня с параметрами: $l = 1$ м; $b = 0,02$ м; $2h = 0,08$ м; нагруженного растягивающей силой $F = 10$ кН и поперечной нагрузкой $q = 0,25F/l$, изготовленно-

го из стали ЭИ-69 [5], выполнены расчеты деформированного состояния при трех фиксированных температурах 570, 620, 670 (°C).

На рисунке 3 показаны графики изменения максимального прогиба от времени. Сплошные линии аппроксимируют результаты расчета по модели (2), а штриховые — на основе закона (4), (5). В основной части процесса ползучести, за исключением первой стадии, модель ползучести со скачком деформации (4) хорошо соответствует модели (2) и удовлетворительно описывает процесс ползучести балки.

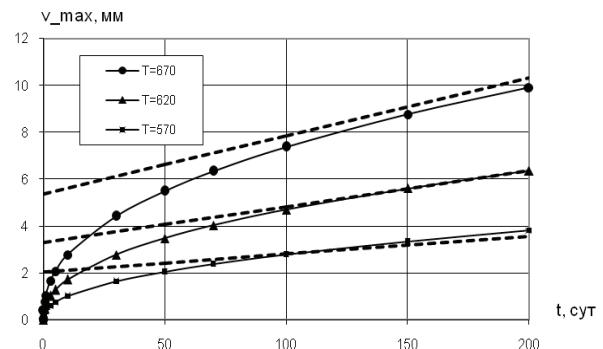


Рис. 3. Изменение максимального прогиба в зависимости от времени и температуры. Точки — численные результаты, сплошная линия — модель (2), штриховая линия — модель (4)

Расчеты деформированных состояний балки для других температур могут быть выполнены аналогично без привлечения дополнительных опытов. Учитывая достаточно большой разброс экспериментальных данных по испытанию образцов на ползучесть, использование модели ползучести (4) с начальным скачком деформации является оправданным при большой длительности эксплуатации.

Рассмотренный здесь подход к решению задач ползучести на основе моделей с параметрами, функционально зависящими от температуры, позволяет расширить круг решаемых задач при использовании ограниченного набора экспериментальных данных; рассматривать задачи при неоднородном термо-силовом воздействии.

Библиографический список

1. Немировский Ю.В. Кратковременная и длительная прочность ферменных конструкций при пожарах // Материалы 63-й научно-технической конференции ГОУ СибАДИ. — Омск, 2009. — Кн. 1.
2. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. — М., 1968.
3. Качанов Л.М. Теория ползучести. — М., 1960.
4. Немировский Ю.В., Мищенко А.В., Марков А.Н. Прогнозирование времени безопасной эксплуатации металлических конструкций в условиях ползучести // Современные проблемы механики и прикладной

математики: матер. школы-сем., посв. 70-летию проф. Д.Д. Ивлева (25–30 сент. 2000 г.) — Воронеж, 2000. — Ч. 2.

5. Никитина Л.П. Прочность стали типа ЭИ-69 при повышенных температурах // Исследования жаропрочной стали типа ЭИ-69. — М., 1947.

6. Смирнов В.И., Никитина Л.П. Прочность при высоких температурах высоколегированной хромо-молибдено-

вой стали марки 60X16M2A // Советское котлотурбостроение. — 1945. — № 4.

7. Милованов А.Ф. Жаростойкий железобетон. — М., 1963.

9. Соснин О.В., Торшенов Н.Г. О ползучести и разрушении титанового сплава ОТ-4 в интервале температур 400-550С // Проблемы прочности. — 1972. — № 7.