

Наглядная интерпретация релятивистской кинематики с помощью метода стоячих волн. Часть 1*

А.И. Гончаров

Алтайский государственный университет (Барнаул, Россия)

A demonstrative interpretation of relativistic kinematics with the standing waves method. Part 1

A.I. Goncharov

Altai State University (Barnaul, Russia)

Пусть лабораторная система отсчета основана на некоторой стоячей волне: ее колебания служат эталоном одновременности; период и длина служат эталонами промежутка времени и длины. Стоячую волну можно представить как сумму двух встречных гармонических волн, у которых одинаковые частота и амплитуда. В стоячей волне узлы неподвижны, а колебания синфазны. Если частоты развести, то узлы придут в движение. При этом расстояние между узлами уменьшится, а колебания замедлятся. Эти эффекты описываются формулами лоренцевых эффектов. Если с этой движущейся волной связать новую систему отсчета, то лоренцевы эффекты окажутся относительными. Причина относительности заключается в том, что, кроме сжатия волны и замедления ее колебаний, еще нарушается синфазность колебаний в этой волне с точки зрения лабораторной системы отсчета. В новой системе эти колебания считаются синфазными, а тогда нарушается синфазность часов из лабораторной системы. Возникает относительность одновременности со всеми вытекающими последствиями, известными из СТО. Эта модель достаточно хорошо подходит для иллюстрации основных релятивистских закономерностей и может быть использована в процессе преподавания СТО. Кроме того, волновой подход основан на представлении о материальности пространства и играет мировоззренческую роль.

Первая часть статьи посвящена расчету собственного времени наблюдателя, движущегося с переменной скоростью.

Ключевые слова: специальная теория относительности, стоячие волны.

DOI 10.14258/izvasu(2014)1.2-27

Let the laboratory reference frame be based on a standing wave: its oscillations serve as a standard of simultaneity; period and wavelength are standards of time interval and length. Standing wave can be represented as a superposition of two counter harmonic waves having the same frequency and amplitude. Nodes are stationary in the standing wave, and the oscillations are in-phase. Nodes will begin to move with a difference in frequencies. The distance between nodes is reduced, and oscillations become slower. These effects are described by formulae of Lorentz effects. If we associate the new reference frame with this moving wave, the Lorentzian effects will prove to be relative. The cause of relativity lies in the fact that, besides the wave compression and slowing down of oscillations, the phase synchronism of oscillations is disrupted in terms of the laboratory reference frame. In the new frame, these oscillations are considered in-phase, and then phase synchronism of laboratory clocks is disrupted. Relativity of simultaneity arises with all the consequences known from the theory of relativity. This model is well suited to illustrate the essential relativistic laws and can be used in teaching. Furthermore, the wave approach is based on conception of space materiality and plays an ideological role.

The first section is devoted to the calculation of the proper time of an observer moving with variable velocity.

Key words: special relativity, standing waves.

*Работа выполнена при частичной поддержке Программы стратегического развития Алтайского госуниверситета (НОК-2, подпроект 2.1.2.1).

Введение. Во основу многих классических и современных изложений специальной теории относительности (например, [1]–[7]) положен принцип относительности как экспериментальный факт. Мы считаем методически важной задачей разработку модели, пусть даже далекой в остальных отношениях от нашего мира, в которой не нужно было бы принимать этот принцип в качестве аксиомы. В связи с ковариантностью волновых уравнений относительно преобразований Лоренца кажется целесообразным построение моделей, в которых все материальные объекты и все процессы являлись бы проявлением колебаний *одной и той же* непрерывной «упругой» среды (материального пространства). Простая одномерная модель предложена в нашем исследовании [8]. В настоящей работе рассматриваются примеры применения этой модели. Уделяется большое внимание наглядности изложения, чтобы материал был понятен студентам младших курсов и ученикам старших классов.

1. Волновые наблюдатели. Все рассматриваемые процессы и явления связаны с колебаниями *одной и той же* струны.

Пусть на струне имеется стоячая волна

$$u(x, t) = \cos kx \cos kat. \quad (1)$$

$a > 0$ — скорость бегущих волн (скорость звука) в системе отсчета, в которой струна покоится при отсутствии колебаний. $k > 0$ — волновое число; $ak = \omega > 0$ — угловая частота колебаний, $\lambda = 2\pi/k$ — длина волны, $T = \lambda/a$ — период. Волну (1) можно представить в виде суммы двух гармонических волн с одинаковой частотой и амплитудой, которые бегут со скоростью a в противоположных направлениях

$$u(x, t) = \frac{1}{2} \cos k(x + at) + \frac{1}{2} \cos k(x - at). \quad (2)$$

Используем также обозначения $\varphi^{(1)} = kx$, $\varphi^{(2)} = kat$; $\psi^{(1)} = \cos \varphi^{(1)}$, $\psi^{(2)} = \cos \varphi^{(2)}$. $\varphi^{(1)}$, $\varphi^{(2)}$ будем называть фазами волны u , причем $\varphi^{(2)}(t)$ — «фазой колебаний», «фазой времени».

На основе волны u введем систему отсчета K . Начнем с понятия наблюдателей этой системы. Считаем, что каждому значению фазы $\varphi^{(1)}$ соответствует свой точечный наблюдатель, который неотделим от этой фазы. В этом смысле $\varphi^{(1)}$ — это и есть наблюдатель (с оговоркой о том, что реальные наблюдатели должны иметь структуру). Во-первых, $\varphi^{(1)}$ определяет «адрес» наблюдателя. Во-вторых, так как адрес каждого наблюдателя — постоянный, то $\varphi^{(1)}$ — это также и *имя* наблюдателя. Наблюдателя $\varphi^{(1)} = 0$ для краткости будем называть \mathcal{A} . Колебания, описываемые функцией $\psi^{(2)}$, играют роль «биологических процессов» K -наблюдателей. Возраст наблюдателя пропорцио-

нален числу периодов колебаний с момента возникновения волны u . Если начальная фаза колебаний равна $\varphi_{\text{нач.}}^{(2)}$, то возраст наблюдателя равен $T(\varphi^{(2)} - \varphi_{\text{нач.}}^{(2)})/2\pi = \Delta\varphi^{(2)}/ak$.

Поскольку в дальнейшем мы введем и другие стоячие волны на этой же струне, то отметим, что каждый наблюдатель знает, в состав какой волны он входит. Наблюдатели могут раскладывать сложные колебания на гармонические составляющие, осуществлять факторизацию функций и т.д. Каждый наблюдатель знает свое имя $\varphi^{(1)}$ и текущие значения $\varphi^{(2)}$, u . Он может сообщить их другим наблюдателям с помощью волн (звуковых сигналов). В частности, эти величины автоматически известны тем наблюдателям из других систем, с которыми $\varphi^{(1)}$ в данный момент находится в одной точке. Введенных нами наблюдателей иногда будем называть «волновыми наблюдателями». Этим термином подчеркивается, что, во-первых, они могут обмениваться друг с другом информацией только с помощью волн на струне. Во-вторых, они представляют собой некоторые волновые процессы, в результате чего «живут» на этой струне. Волновые наблюдатели непосредственно не чувствуют «железа», т.е. струны, и могут иметь о ней лишь теоретическое представление.

С помощью обмена сигналами друг с другом наблюдатели исследуют свою волну u и на ее основе вводят координату x и время t (кратко — «координаты»). В качестве единицы длины, которую будем называть «волновым метром» (вм), они принимают длину волны λ , а в качестве единицы промежутка времени («волновая секунда», вс) — период T , так что $\lambda = 1$ вм, $T = 1$ вс. Для повышения точности измерений можно ввести вспомогательную «измерительную» волну $u_{\text{и}}$ с длиной $\lambda_{\text{и}} \ll 1$ вм и периодом $T_{\text{и}} \ll 1$ вс. Начало координат $x = 0$ выбирается произвольно, хотя более вероятно, что наблюдатели предпочтут совместить начало координат с одним из узлов или с одной из пучностей волны u . Начало отсчета времени тоже может быть выбрано бесконечным числом способов. Более того, в разных точках x начало отсчета времени может быть свое. Но, подобно тому, как волна u для ее наблюдателей является естественным эталоном промежутка времени и длины, она же является и естественным эталоном *одновременности*. Если наблюдателям системы K предоставить право самим задать начало отсчета времени t в каждой точке, то, руководствуясь принципом «время определяется так, чтобы физика была простой» [9], они определяют t так, чтобы, во-первых, начальная величина $t_{\text{нач.}}(x)$ была *непрерывной* функцией координаты x ; во-вторых, они, вероятнее всего, выберут $t_{\text{нач.}}(x) = \text{const}$, чтобы одинаковым фазам колебаний $\varphi^{(2)}$

в разных точках x соответствовали одинаковые моменты времени t .

Из сказанного следует, что $\psi^{(1)}$ определяет линейки, а $\psi^{(2)}$ — часы системы K .

Будем считать, что для записи формул (1), (2), определяющих волну u , использованы координаты x, t , которые на самом деле были введены не «нами», внешними наблюдателями, а волновыми наблюдателями.

2. Замедление времени путешественника. Пусть кроме стоячей волны, описываемой функцией $u(x, t)$, на струне имеется еще одна волна $U_0(x, t)$, описываемая этой же функцией: $U_0(x, t) = u(x, t)$. Пусть волна U_0 возникла в системе K в тот же момент $t = 0$, что u . Введем обозначения фаз волны U_0 : $U_0(x, t) = \cos \Phi_0^{(1)} \cos \Phi_0^{(2)}$, $\Phi_0^{(1)} = \varphi^{(1)}$, $\Phi_0^{(2)} = \varphi^{(2)}$. Напомним, что наблюдателя $\varphi^{(1)} = 0$ мы называли \mathcal{A} . Наблюдателя $\Phi_0^{(1)} = 0$ назовем \mathcal{B} . Они «появились на свет» в одной и той же точке и одновременно, т.е. являются близнецами.

Волна, которой принадлежит тот или иной наблюдатель, всегда известна. Поэтому вместо того чтобы говорить «колебания волны u в точке \mathcal{A} », иногда для краткости будем говорить «колебания наблюдателя \mathcal{A} ». Аналогично вместо «колебания волны U_0 (или U_1, U_2, U_3, U_4 которые будут введены далее) в точке \mathcal{B} » будем говорить «колебания наблюдателя \mathcal{B} ».

Пусть в результате воздействия на струну в момент $t = t_0 = 0$ (т.е. в момент своего возникновения) волна U_0 была погашена, и в этот же момент создана волна

$$U_1(x, t) = \frac{1}{2} \cos [k(x + at)/\delta] + \frac{1}{2} \cos [k(x - at)\delta] = \cos \Phi_1^{(1)} \cos \Phi_1^{(2)}, \quad (3)$$

где $\Phi_1^{(1)} = k\gamma(x - \beta at)$, $\Phi_1^{(2)} = k\gamma(at - \beta x)$, $t \geq 0$. Параметры $\beta = (\delta^2 - 1)/(\delta^2 + 1)$, $\gamma = (\delta^2 + 1)/2\delta = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$ введены пока формально и не имеют самостоятельного смысла.

Будем говорить, что волна U_1 получена в результате разделения частот в волне U_0 на величину δ относительно точки $x = 0$ в момент $t = 0$ [8]. Введем волновых наблюдателей, связанных с волной U_1 . Каждому такому наблюдателю соответствует свое значение фазы $\Phi_1^{(1)}$. Наблюдатель $\Phi_1^{(1)} = \text{const}$ движется в системе K со скоростью βa по закону $x(\Phi_1^{(1)}, t) = \Phi_1^{(1)}/k\gamma + \beta at$. Таким образом, стал понятен смысл параметра β ; тогда γ — лоренц-фактор. Фаза колебаний в «точке» $\Phi_1^{(1)} = \text{const}$ равна

$$\Phi_1^{(2)} = kat/\gamma - \beta \Phi_1^{(1)}. \quad (4)$$

В малой окрестности точки $x = 0$ функции $U_1(x, t_0)$, $U_0(x, t_0)$ как угодно близки (рис. 1),

и можно считать, что в этой окрестности гашение волны U_0 и создание волны U_1 не производились, и поэтому наблюдатели $\Phi_0^{(1)} = 0$ и $\Phi_1^{(1)} = 0$ — это *один и тот же* наблюдатель \mathcal{B} ; чтобы подчеркнуть этот факт, будем иногда называть его «непрерывным наблюдателем». При разделении частот ни его координата x в системе K , ни фаза колебаний $\Phi^{(2)}$ не изменились. Что касается остальных фаз $\Phi^{(1)}$, то при разделении частот они претерпели скачки координаты x и фаз колебаний $\Phi^{(2)}$. Поэтому мы считаем, что одинаковые, но отличные от нуля фазы $\Phi_0^{(1)} = \Phi_1^{(1)} \neq 0$ соответствуют *разным* наблюдателям («однофамильцам»; например, прямоугольники на разных кривых на рис. 1 соответствуют $\Phi_0^{(1)} = \Phi_1^{(1)} = \pi/2$). Итак, разделение частот привело к мгновенному ускорению наблюдателя \mathcal{B} и к изменению набора других наблюдателей.

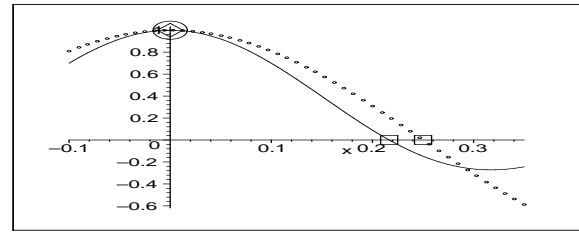


Рис. 1. Графики функций $U_0(x, t = 0)$ (точки), $U_1(x, t = 0)$ (линия). $\beta = 1/2$. Овал — наблюдатель \mathcal{A} , ромб — наблюдатель \mathcal{B}

Отметим, что наблюдатели системы K способны различать наблюдателей $\Phi^{(1)}$. В частности, они могут отличить \mathcal{B} от других наблюдателей, связанных с волной U_1 . \mathcal{B} движется в системе K по закону $x = \beta at$. Фаза времени этого наблюдателя равна

$$\Phi_1^{(2)}(\mathcal{B}) = kat/\gamma = \varphi^{(2)}/\gamma. \quad (5)$$

Из (4), (5) следует, что колебания U_1 в любой точке $\Phi_1^{(1)}$, в том числе в \mathcal{B} , в системе K замедлены по сравнению с колебаниями u . U_1 -наблюдателей мы пока не оснащаем полным набором инструментов. Введем только понятие возраста наблюдателя \mathcal{B} . Аналогично определению возраста наблюдателей системы K , возраст \mathcal{B} пропорционален числу периодов колебаний в точке \mathcal{B} с момента появления \mathcal{B} . Разумеется, речь идет о колебаниях волн, к которым относится \mathcal{B} ; например, присутствующие на этой же струне колебания волны $u(x, t)$ в расчет не принимаются. Каждому периоду колебаний припишем промежуток времени в одну «волновую секунду». Тогда возраст \mathcal{B} равен $T[\Phi_1^{(2)}(\mathcal{B}, t) - \Phi_0^{(2)}(\mathcal{B}, t = 0)]/2\pi = t/\gamma$, где $T = 1$ вс, а t — «показание часов» системы K ,

с которыми \mathcal{B} в данный момент пространственно совпадает. Пусть в момент $t = t_1$ в системе K на струну оказано еще одно воздействие, в результате которого была погашена волна $U_1(x, t)$ и создана волна $U_2(x, t)$ путем разделения частот в волне U_1 относительно точки $x_1 = \beta a t_1$, т.е. относительно точки, в которой в момент $t = t_1$ находился наблюдатель \mathcal{B} . Пусть параметр разделения стал равен δ_2 :

$$U_2(x, t) = \frac{1}{2} \cos k\{(x_1 + at_1)/\delta + [x - x_1 + a(t - t_1)]/\delta_2\} + \frac{1}{2} \cos k\{(x_1 - at_1)\delta + [x - x_1 - a(t - t_1)]\delta_2\} = \cos \Phi_2^{(1)} \cos \Phi_2^{(2)}; \quad (6)$$

$\Phi_2^{(1)}/k = \gamma_2[x - x_1 - \beta_2 a(t - t_1)]$, $\Phi_2^{(2)}/k = at_1/\gamma + \gamma_2[a(t - t_1) - \beta_2(x - x_1)]$, $t \geq t_1$. Так же как при первом разделении частот, ни x -координата наблюдателя $\Phi^{(1)} = 0$, ни фаза его колебаний $\Phi^{(2)}(\Phi^{(1)} = 0)$ при разделении частот не изменились; это будет справедливым и при последующих разделениях частот. Нам нужно изменить направление движения наблюдателя \mathcal{B} . Сделаем это в два этапа, с промежуточной остановкой, чтобы проследить некоторые особенности поведения фаз. Пусть величина δ_2 такова, что фазы $\Phi_2^{(1)}$ волны U_2 неподвижны в системе K . Для этого нужно, чтобы $\delta_2 = 1$. При этом $\gamma_2 = 1$, $\beta_2 = 0$. Для наглядности в данном параграфе выберем момент t_1 2-го разделения частот таким, чтобы в этот момент в точке $x = x_1$ фаза времени $\Phi_1^{(2)}$ была равна $2\pi n$, где n — некоторое целое число. Тогда при разделении частот не изменится в точке $\Phi_1^{(1)} = 0$ не только значение функции U , но и значение первой производной по x , как это имело место и при первом разделении частот в точке $\Phi_0^{(1)} = 0$. В малой окрестности точки $x = x_1$ функция $U_2(x, t_1)$ как угодно близка к функции $U_1(x, t_1)$ (см. рис. 2), что дает право принять по определению, что наблюдатель $\Phi_2^{(1)} = 0$ — это тот же наблюдатель \mathcal{B} , что и $\Phi_1^{(1)} = 0$; для него была создана новая волна U_2 . Одинаковые фазы («однофамильцы») $\Phi_2^{(1)} = \Phi_1^{(1)} \neq 0$ в момент $t = t_1$ находятся в разных точках оси x .

Пусть в этот же момент t_1 в результате воздействия на струну волна $U_2(x, t)$ была погашена, и создана волна $U_3(x, t)$

$$U_3(x, t) = \frac{1}{2} \cos k\{(x_1 + at_1)/\delta + [x - x_1 + a(t - t_1)]/\delta_3\} + \frac{1}{2} \cos k\{(x_1 - at_1)\delta + [x - x_1 - a(t - t_1)]\delta_3\} = \cos \Phi_3^{(1)} \cos \Phi_3^{(2)}; \quad (7)$$

$\Phi_3^{(1)}/k = \gamma_3[x - x_1 - \beta_3 a(t - t_1)]$, $\Phi_3^{(2)}/k = at_1/\gamma + \gamma_3[a(t - t_1) - \beta_3(x - x_1)]$, $t \geq t_1$. Величина δ_3 раз-

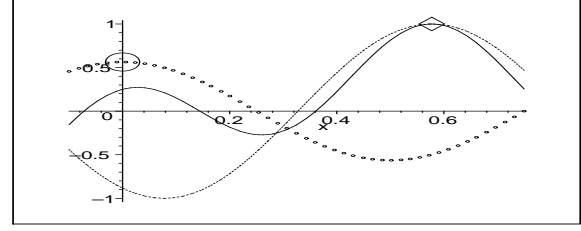


Рис. 2. Остановка наблюдателя \mathcal{B} в момент $t_1 = \gamma T = 2/\sqrt{3}$ вс. Сплошная линия — функция $U_1(x, t_1)$, пунктир — $U_2(x, t_1)$, точки — $u(x, t_1)$. \mathcal{B} совершил 1 период колебаний, $\mathcal{A} - \gamma = 2/\sqrt{3}$ периодов

деления частот такова, что фазы $\Phi_3^{(1)}$ движутся с той же по абсолютной величине скоростью относительно K , что и фазы $\Phi_1^{(1)}$ волны U_1 , но в противоположном направлении: $\beta_3 = -\beta$. Для этого нужно, чтобы $\delta_3 = 1/\delta$; тогда $\gamma_3 = \gamma$.

Отметим, что при использованном нами для наглядности моменте $t_1 = 2\pi n\gamma/ak$ функция $U_3(x, t_1)$ совпадает с $U_1(x, t_1)$; $\Phi_3^{(1)}(t_1) = \Phi_1^{(1)}(t_1)$. Но мы рассматриваем наблюдателей с фазами $\Phi_3^{(1)} = \Phi_1^{(1)} \neq 0$ лишь как однофамильцев, поскольку, во-первых, при остановке $\Phi^{(1)}$ (переход от U_1 к U_2) и последующем приведении в движение (переход от U_2 к U_3) фазы $\Phi^{(1)} \neq 0$ в системе K перемещались скачком. Во-вторых, у таких наблюдателей фазы колебаний в момент разделения частот различны.

Наблюдатель $\Phi_3^{(1)} = 0$, т.е. \mathcal{B} , движется в системе K по закону $x(t) = x_1 - \beta a(t - t_1) = \beta a(2t_1 - t)$. Фаза его колебаний равна $\Phi_3^{(2)}(\mathcal{B}) = kat/\gamma = \varphi^{(2)}/\gamma$, т.е. остается справедливой формула (5). Это соотношение справедливо для любого момента времени, в том числе — для момента, когда \mathcal{B} окажется в точке $x = 0$. Значит, возраст \mathcal{B} окажется меньше возраста его близнеца \mathcal{A} , «живущего» в точке $x = 0$.

Наконец, пусть в момент $t = 2t_1$ в системе K , когда \mathcal{B} оказался в точке $x = 0$, на струну оказано воздействие с целью остановки \mathcal{B} . Для этого производится разделение частот в волне $U_3(x, t)$ относительно точки $x = 0$ в момент $t = 2t_1$ с полным параметром разделения $\delta_4 = 1$, в результате чего возникает волна $U_4(x, t)$, а волна $U_3(x, t)$ гасится:

$$U_4(x, t) = \frac{1}{2} \cos k\{(x_1 + at_1)/\delta + (at_1 - x_1)\delta + x + a(t - 2t_1)\} + \frac{1}{2} \cos k\{(x_1 - at_1)\delta - (at_1 + x_1)/\delta + x - a(t - 2t_1)\} = \cos kx \cos ka(t + 2t_1/\gamma - 2t_1), \quad (8)$$

$t \geq 2t_1$. На рисунке 3 приведены графики функций $U_4(x, 2t_1)$ и $u(x, 2t_1)$. Далее наблюдатель $\Phi_4^{(1)} = 0$, т.е. \mathcal{B} , остается в точке $x = 0$, в которой постоянно находился его близнец \mathcal{A} ; в любой

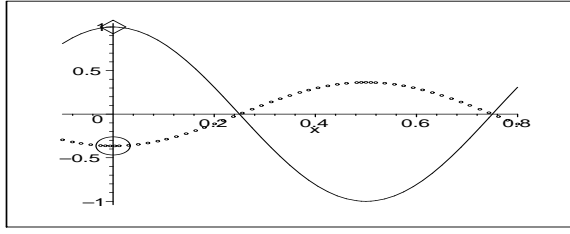


Рис. 3. Возвращение наблюдателя \mathcal{B} в точку $x = 0$. Линия — $U_4(x, 2t_1)$, точки — $u(x, 2t_1)$. \mathcal{B} совершил 2 периода колебаний, $\mathcal{A} - 2\gamma = 4/\sqrt{3}$

последующий момент времени $t \geq 2t_1$ возраст t близнеца \mathcal{A} больше возраста $t - 2t_1 + 2t_1/\gamma$ близнеца \mathcal{B} на величину $2t_1(1 - 1/\gamma)$.

Полученное замедление времени наблюдателя \mathcal{B} полностью соответствует замедлению времени в теории относительности [1].

3. Непрерывное ускорение. Часть I.

Продолжим процедуру, описанную выше формулами (3), (6). Значение функции U в точке n -го разделения частот равно

$$\begin{aligned} U(x_n, t_n) &= \\ &= \frac{1}{2} \cos \left\{ k \sum_{l=1}^n [x_l - x_{l-1} + a(t_l - t_{l-1})]/\delta_l \right\} + \\ &+ \frac{1}{2} \cos \left\{ k \sum_{l=1}^n [x_l - x_{l-1} - a(t_l - t_{l-1})]/\delta_l \right\}, \quad (9) \end{aligned}$$

$x_0 = 0$, $t_0 = 0$. На l -м шаге разделение выполняется относительно точки x_l , в которой в момент разделения t_l находится наблюдатель $\Phi^{(1)} = 0$ (наблюдатель \mathcal{B}), т.е.

$$x_l = x_{l-1} + \beta_l a(t_l - t_{l-1}). \quad (10)$$

Исключив с помощью (10) x_l из (9), с учетом $(1 + \beta)/\delta = (1 - \beta)\delta = 1/\gamma = \sqrt{1 - \beta^2}$ получим $U(\mathcal{B}) = \cos \left\{ k \sum_{l=1}^n \sqrt{1 - \beta_l^2} a(t_l - t_{l-1}) \right\}$. Обозначим $t_n = t$ и перейдем к пределу $n \rightarrow \infty$, $t_l - t_{l-1} \rightarrow 0 \forall l$. Тогда $U(\mathcal{B}, t) = \cos \Phi^{(2)}(t)$, где

$$\Phi^{(2)}(t) = ka \int_0^t \sqrt{1 - \beta^2(t)} dt. \quad (11)$$

Эта формула описывает колебания в точке $\Phi^{(1)} = 0$, относительно которой осуществлялось непрерывное разделение частот по закону $\delta = \delta(t)$ в системе K . Так как в дискретном случае фаза времени $\Phi^{(2)}$ в точке $\Phi^{(1)} = 0$ не испытывала скачкообразных изменений, не связанных с колебаниями струны, то и при непрерывном воздействии на струну изменение фазы $\Phi^{(2)}$, описываемой формулой (11), обусловлено только колебаниями в точке $\Phi^{(1)} = 0$. Поэтому фаза $\Phi^{(2)}$

по-прежнему определяет возраст непрерывного наблюдателя \mathcal{B} .

Мгновенная скорость наблюдателя \mathcal{B} относительно K равна $\frac{dx}{dt} = a\beta(t)$, начальная координата $x(0) = 0$, поэтому закон его движения $x(t) = a \int_0^t \beta(t) dt$. Бесконечным числом способов

можно подобрать такой закон разделения частот $\delta(t)$, чтобы \mathcal{B} , двигаясь, вообще говоря, неравномерно, вернулся в свою начальную точку $x = 0$. Так как $\sqrt{1 - \beta^2} \leq 1$, то фаза колебаний $\Phi^{(2)}$ функции U окажется меньше фазы $\varphi^{(2)} = kat$ волны u . Другими словами, функция U в точке \mathcal{B} совершит меньшее число колебаний, чем функция $u(x, t)$ в точке \mathcal{A} ; значит, возраст \mathcal{B} в момент встречи окажется меньше возраста его близнеца \mathcal{A} , живущего в точке $x = 0$.

В произвольный момент времени $t \geq 0$ возраст τ наблюдателя \mathcal{B} равен $\tau = T\Phi^{(2)}/2\pi = \Phi^{(2)}/ka$, т.е.

$$\tau = \int_0^t \sqrt{1 - \beta^2(t)} dt.$$

Эта формула совпадает с известной из СТО формулой для собственного времени наблюдателя, движущегося с ускорением [10].

4. Непрерывное ускорение. Часть II.

Выше мы нашли закон колебаний $U(x, t|\Phi^{(1)} = 0)$ в точке $\Phi^{(1)} = 0$, относительно которой осуществлялось непрерывное разделение частот. Теперь найдем всю функцию $U(x, t)$ при таком же разделении частот. Уточним постановку задачи. Возьмем за основу стоячую волну (1), (2). Начиная с момента $t = 0$, на струну действуют некоторые силы, которые приводят к вынужденным колебаниям, описываемым в K функцией $U(x, t) = \frac{1}{2} \cos Q^{(1)} + \frac{1}{2} \cos Q^{(2)} = \cos \Phi^{(1)} \cos \Phi^{(2)}$. Воздействие на струну приводит к непрерывному разделению частот по закону $\delta = \delta(t)$ относительно точек x , движущихся в соответствии с уравнением $\Phi^{(1)}(x, t) = 0$. Пусть сначала функция $\delta(t)$ — кусочно-постоянная: $\delta(t) = \delta_l$ при $t_{l-1} < t \leq t_l$, $l = 1, 2, \dots, n+1$. Тогда при $t_n < t \leq t_{n+1}$ $U(x, t) = \frac{1}{2} \cos k\{(x_1 + at_1)/\delta_1 + [x_2 - x_1 + a(t_2 - t_1)]/\delta_2 + \dots + [x - x_{n-1} + a(t - t_{n-1})]/\delta_n\} + \frac{1}{2} \cos k\{(x_1 - at_1)\delta_1 + [x_2 - x_1 - a(t_2 - t_1)]\delta_2 + \dots + [x - x_{n-1} - a(t - t_{n-1})]\delta_n\} = \frac{1}{2} \cos k\{\sum_{l=1}^n \sqrt{1 - \beta_l^2} a(t_l - t_{l-1}) + [x - x_n + a(t - t_n)]/\delta_n\} + \frac{1}{2} \cos k\{\sum_{l=1}^n [x - x_n - a(t - t_n)]\delta_n - \sum_{l=1}^n \sqrt{1 - \beta_l^2} a(t_l - t_{l-1})\} = \cos \{k\gamma_n [x - x_n - \beta_n a(t - t_n)]\} \cos k\{\sum_{l=1}^n \sqrt{1 - \beta_l^2} \times a(t_l - t_{l-1}) + \gamma_n [a(t - t_n) - \beta_n (x - x_n)]\}$. Переходим к пределу $n \rightarrow \infty$, $t_l - t_{l-1} \rightarrow 0 \forall l$, $t_n \rightarrow t$; при

этом $\beta_n \rightarrow \beta(t)$, $\gamma_n \rightarrow \gamma(t)$, $x_n \rightarrow a \int_0^t \beta(t) dt$; x — независимая переменная. Тогда

$$U(x, t) = \cos \left[k\gamma(t) \left(x - a \int_0^t \beta(t) dt \right) \right] \cos k \left[a \times \right. \\ \left. \times \int_0^t \sqrt{1 - \beta^2(t)} dt - \beta(t) \gamma(t) \left(x - a \int_0^t \beta(t) dt \right) \right]. \quad (12)$$

Зафиксируем значение фазы $k\gamma(t) \left(x - a \int_0^t \beta(t) dt \right) = \Phi^{(1)}$. В процессе внешнего воздействия отличные от нуля фазы $\Phi^{(1)}$ могут иметь любые скорости $\frac{dx}{dt} = a\beta(t) - (\Phi^{(1)}/k)\gamma(t)\beta(t)\dot{\beta}(t)$. В частности, при $|\beta| \rightarrow 1$, $\Phi^{(1)} \neq 0$ $|\frac{dx}{dt}| \rightarrow \infty$. Причина как угодно больших скоростей фаз $\Phi^{(1)} \neq 0$ — та же, что и при дискретном разделении частот относительно точки $\Phi^{(1)} = 0$, когда

x -координаты фаз $\Phi^{(1)} \neq 0$ изменяются скачком. Формулу (12) можно использовать, в частности, для непрерывного преобразования волны $U_1(x, t)$ (3) в волну $U_3(x, t)$ (7), другими словами — для разворота волны.

Заключение. Построена модель физической системы, в которой наблюдатели неотделимы от фаз волн типа $U = \cos k\gamma(x - \beta at) \cos k\gamma(at - \beta x)$ (в 1-й части статьи — без построения системы отсчета на основе волны U). С помощью этой модели, без явного использования постулатов теории относительности, установлен эффект замедления времени движущегося наблюдателя, совпадающий с известным релятивистским эффектом.

Для упрощения задачи использована модель, в которой имеется только один непрерывный движущийся наблюдатель, что ограничивает сходство модели с реальными физическими системами.

Библиографический список

1. Эйнштейн А. К электродинамике движущихся тел. // Собр. науч. трудов. — М., 1965. — Т. I.
2. Меллер К. Теория относительности. М., 1973.
3. Борн М. Эйнштейновская теория относительности. М., 1972.
4. Bessonov E.G. One way to Lorentz's Transformations. Preprint FIAN. — 2012. — № 11.
5. Schiller C. The adventure of physics. Vol. II: Relativity. [Электронный ресурс]. — URL: <http://www.motionmountain.net/motionmountain-volume2.pdf>.
6. Скобельцын Д.В. Парадокс близнецов в теории относительности. М., 1966.
7. Гольденблат И.И. «Парадоксы времени» в релятивистской механике. М., 1972.
8. Гончаров А.И. Стоячие волны как системы отсчета: классическая модель релятивистского пространства-времени // Известия Алт. гос. ун-та. — 2013. — № 1/2(77). DOI:10.14258/izvasu(2013)1.2-31
9. Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж. Гравитация. М., 1977. — Т. I.
10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М., 1967.