

УДК 532.68:536.24

*А. С. Овчарова***Как уменьшить толщину жидкой пленки***A. S. Ovcharova***How to Reduce a Liquid Film Thickness**

Теплофизические свойства жидкости влияют на особенности поведения жидкой пленки при ее нагреве. Подогрев какой-либо части свободной поверхности создает температурный градиент вдоль нее и изменение поверхностного натяжения в этой области (эффект Марангони). Используя эти свойства, можно управлять свободной поверхностью пленки и ее толщиной. В предлагаемой работе такая возможность рассматривается для пленки, висящей между двумя твердыми плоскостями, в условиях микрогравитации. Для исследования этого процесса используется математическая модель, основанная на двумерных уравнениях Навье-Стокса и уравнении теплопроводности.

Конвективное движение жидкости в пленке рассматривается как движение тонкого слоя вязкой неизолированной жидкости при предположении, что жидкость несжимаема, а плотность и вязкость постоянны. Уравнения движения жидкости решаются в терминах завихренности — функция тока. Граничные условия, необходимые для решения этих уравнений, получены в явном виде. Численные исследования показали, что с помощью тепловой нагрузки определенного типа, направленной на свободную поверхность пленки, можно существенно уменьшить толщину значительной части длины пленки таким образом, чтобы эта часть пленки была плоской. Представлены результаты решения модельных задач.

Ключевые слова: жидкие пленки, вязкая неизолированная жидкость, поверхностное натяжение, эффект Марангони.

DOI 10.14258/izvasu(2014)1.1-21

Математическая модель. Пусть жидкая пленка с плотностью ρ , кинематической вязкостью ν и коэффициентом поверхностного натяжения $\sigma(T)$ ограничена двумя твердыми плоскостями $x = 0$ и $x = L$ (рис. 1). Здесь $y = 0$ — плоскость симметрии, $y = f(t, x)$ и $y = -f(t, x)$ — свободная поверхность пленки в выбранной системе координат; $2h_0$ — толщина пленки в начальный момент времени.

На свободную поверхность пленки симметрично действует тепловая нагрузка в виде теплового луча шириной d . Под ее действием пленка деформируется и может претерпевать разрыв. Считая жидкость несжимаемой, а вязкость и плотность постоянными, дви-

жжение жидкости в пленке и теплообмен будем описывать системой уравнений Навье-Стокса и уравнением теплопроводности [1, 2]:

Thermophysical properties of a liquid have an influence on features of liquid film behavior under heating. Heating of some area of a free surface produces a temperature gradient along that area and a variation of surface tension in that area. In this case, there appears a tangential force directed along the surface tension gradient toward lower temperatures (Marangoni effect). With the properties mentioned above, it is possible to control the film free surface and its thickness. In this paper, we investigate such possibility for the film hanging between two solid walls under microgravity conditions. We develop a mathematical model based on the two-dimensional Navier — Stokes equations and the equation of heat conduction.

Key words: liquid films, viscous non-isothermal flow, surface tension, Marangoni effect.

жение жидкости в пленке и теплообмен будем описывать системой уравнений Навье-Стокса и уравнением теплопроводности [1, 2]:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\omega \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\omega \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = \Delta \omega, \quad (1)$$

$$\Delta \psi + \omega = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\theta \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\theta \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = \frac{1}{\text{Pr}} \Delta \theta. \quad (3)$$

$h_0, \nu/h_0, \rho\nu^2$ — масштабы длины, скорости и давления соответственно, так что число Рейнольдса $Re = 1$. $\theta = (T - T_0)/\delta T$ (T_0 — характерная температура; δT — скачок температуры).

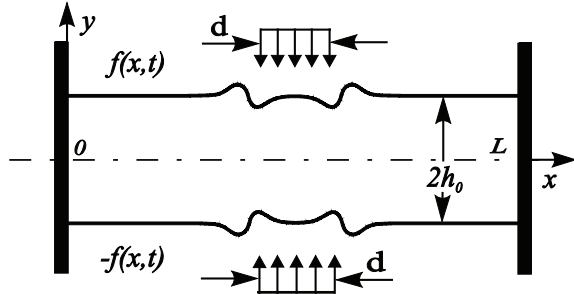


Рис. 1. Действие сосредоточенной тепловой нагрузки на свободную поверхность висящей пленки

Предполагается, что в начальный момент пленка неподвижна. При $x = 0, x = L$ граничные условия соответствуют условиям вязкого прилипания $\psi = 0, \partial\psi/\partial n = 0$. Для связи функции тока и завихренности используется условие Тома [2]. Вследствие симметричности задачи рассматривается только половина области, поэтому на плоскости симметрии имеют место условия $\psi = 0, \omega = 0, \partial\theta/\partial n = 0$.

Предположим, что коэффициент поверхностного натяжения есть линейная функция температуры

$$\sigma(T) = \sigma_0(1 - \sigma_T(T - T_0)), \quad \sigma_T = -\left. \frac{1}{\sigma_0} \frac{d\sigma}{dT} \right|_{T=T_0},$$

где $\sigma_0 = \sigma(T_0), \sigma_T > 0$.

$$\vec{n} = \left\{ \frac{-f_x}{\sqrt{1+f_x^2}}, \frac{1}{\sqrt{1+f_x^2}} \right\}, \quad \vec{s} = \left\{ \frac{1}{\sqrt{1+f_x^2}}, \frac{f_x}{\sqrt{1+f_x^2}} \right\}.$$

Для определения формы свободной поверхности используется кинематическое условие

$$f_t + \sqrt{1+f_x^2} \frac{\partial\psi}{\partial s} = 0. \quad (4)$$

Граничные условия для решения уравнений (1) — (2) можно записать в явном виде

$$\frac{\partial\psi}{\partial n} = v_s, \quad (5)$$

$$\omega = 2 \left(\frac{v_s}{R} + \frac{\partial v_n}{\partial s} \right) + Mn \frac{\partial\theta}{\partial s}, \quad (6)$$

где v_s — решение уравнения (7); $Mn = \sigma_T \delta T / \rho\nu_0 \nu$ — число Марангони.

$$\frac{\partial v_s}{\partial t} + v_s \frac{\partial v_s}{\partial s} = 2 \frac{\partial^2 v_s}{\partial s^2} + F, \quad (7)$$

$$F = -\frac{\partial\omega}{\partial n} + Ca^{-1} \frac{\partial}{\partial s} \left[\frac{1}{R} \left(1 - \frac{\sigma_T \delta T}{\sigma_0} \theta \right) \right] - 2 \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{v_n}{R} \right) + v_n \omega + f_x \frac{v_n}{R}, \quad (8)$$

$$v_n = \frac{f_t}{\sqrt{1+f_x^2}}. \quad (9)$$

Здесь v_s, v_n — касательная и нормальная скорости точек, лежащих на свободной поверхности $f(t, x)$; $Ca = \rho\nu_0 \nu / \sigma_0$ — капиллярное число; R — радиус кривизны. Подробный вывод этих условий для стационарного случая можно найти в [3].

Численные расчеты и обсуждение результатов.

Опишем кратко алгоритм решения задачи. Пусть в момент времени $t_k = k\tau$ нам известно положение свободной поверхности $f = f(t_k, x)$, распределение температуры, функции тока и завихренности, а также значения касательной и нормальной скоростей точек, лежащих на свободной поверхности.

Шаг 1. Решаем уравнение (4), чтобы найти новое положение свободной поверхности и значение нормальной скорости, соответствующие моменту времени $t_k = (k+1)\tau$.

Шаг 2. Решаем уравнение (7), чтобы затем определить с помощью формул (5) и (6) граничные условия, необходимые для решения уравнений (1) и (2).

Шаг 3. Так как все граничные условия известны и представлены в явном виде, решаем последовательно уравнения (3), (1), (2). При этом на шаге 3 для уравнений (1) и (3) также имеет место итерационный процесс в силу нелинейности этих уравнений.

Чтобы продемонстрировать возможность значительного уменьшения толщины жидкой пленки с помощью тепловой нагрузки, действующей на ее свободную поверхность, были проведены численные исследования при следующих значениях параметров: $Re = 1, Ca = 0,025, Mn = 30, Pr = 1$. Отношение длины пленки к половине ее толщины $L/h_0 = 90$. На твердых стенках ($x = 0$) и ($x = L$) температура $\theta = 0$. Для этих параметров действие тепловой нагрузки на свободную поверхность пленки моделируется заданием температуры на ней, которую создает тепловой луч.

$$\theta(t, x) = \begin{cases} \theta^*, & |x - L/2| \leq mh_0 \\ 0, & |x - L/2| > mh_0 \end{cases}$$

Здесь m — положительное число, определяющее ширину теплового луча, действующего на свободную поверхность пленки; h_0 — половина толщины пленки; $\theta(t, x) = \theta^*$ — температура на свободной поверхности пленки, произведенная тепловым лучом шириной $2mh_0$.

На рисунке 2 представлены результаты расчета, проведенного для вышеуказанных параметров, значения $\theta^* = 1$ и ширины теплового луча $d = 6h_0$ ($m = 3$). Как показано в [4], при тепловой нагрузке такого типа разрыв пленки произойдет с обязательным образованием капли. Если тепловая нагрузка достаточно интенсивна, то контуры будущей капли намечаются сразу, как только начинается деформация свободной поверхности под действием термокапиллярных сил.

Эта конфигурация сохраняется до момента разрыва пленки. На рисунке 2 показана эволюция процесса образования капли при разрыве пленки для интенсивной тепловой нагрузки. Совсем иная картина представит в случае, когда тепловая нагрузка невелика, но она все же достаточна для того, чтобы пленка претерпела разрыв.

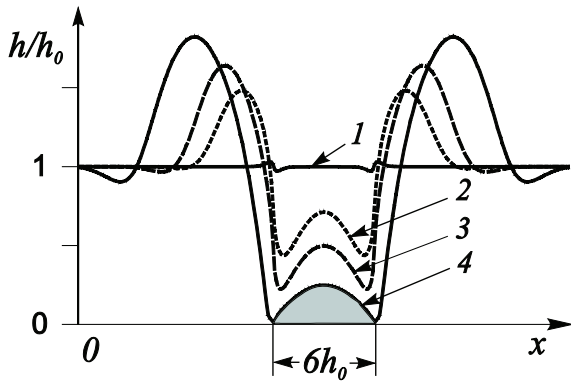


Рис. 2. Эволюция деформации пленки при $d = 6h_0$, (1-4) — положение свободной поверхности пленки для безразмерных моментов времени: $t_1 = 0.05$; $t_2 = 0.45$; $t_3 = 0.65$; $t_4 = 1.1$

На рисунке 3 показана характерная картина эволюции деформации пленки вплоть до момента времени, близкого к моменту ее разрыва, при $\theta^* = 0.0625$. Создается впечатление, что пленка должна порваться в одной точке, но это не так. Термокапиллярные силы хотя и поддерживают дальнейшее утончение пленки, но они недостаточно велики, чтобы существенно пре-

валировать над вязкими, как это имеет место в первом примере расчета (рис. 2). В результате свободная поверхность принимает вид, представленный на рисунке 3а. Внутри области d она принимает форму окружности (так как поверхностное натяжение всегда стремится минимизировать площадь поверхности объема, занимаемой жидкостью), а за пределами d — форму линий с кривизной, практически равной нулю. Тогда из правой части уравнения (7) следует, что слагаемое с капиллярным числом Ca не может оказать существенного влияния на решение этого уравнения внутри области d . Термокапиллярные силы, представленные в этом уравнении слагаемым $\partial\omega/\partial n$, также малы, так как внутри области d имеет место нулевой градиент температуры. В то время как на концах области d , в точках наибольшего градиента температуры, термокапиллярные силы продолжают действовать. Они вначале выпрямляют свободную поверхность в этих точках (рис. 3в, с), а затем заворачивают ее края к нижней границе расчетной области. Так на поздней стадии процесса образуется капля. В этом случае время жизни пленки достаточно велико, оно на порядок больше, чем в первом случае. Если в момент времени, который соответствует положению свободной поверхности, приведенном на рисунке 3с, закрепить края области d и убрать тепловую нагрузку, то в результате получим ровную поверхность пленки, толщина которой уже на порядок меньше, чем ее толщина в первоначальный момент времени. В сущности мы просто разглаживаем пленку, начиная с середины и убирая «лишнее» к ее краям. При этом она автоматически остается плоской. В рассматриваемом случае $\min f(t,x) = 0.075$ (рис. 3с).

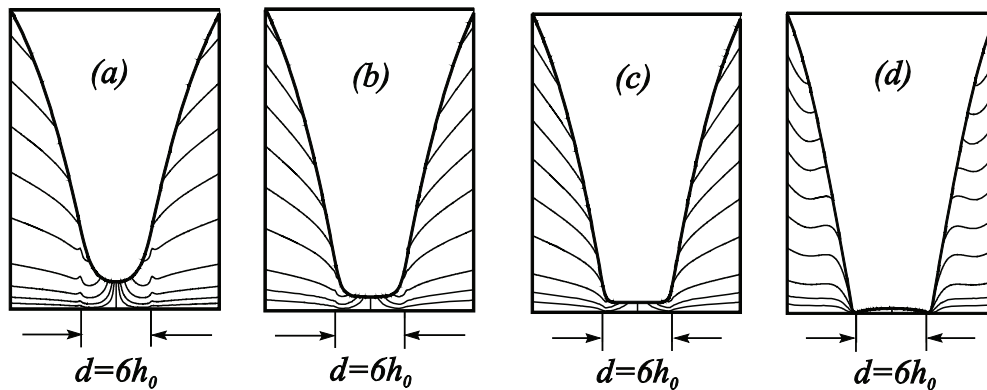


Рис. 3. Положение свободной поверхности и изолинии функции тока при действии тепловой нагрузки слабой интенсивности для последовательных моментов времени: а — $t = 10.6$; б — $t = 11.5$; с — $t = 11.8$; д — $t = 12.6$

В заключение укажем, что ширина теплового луча может быть достаточно большой и время жизни пленки в этом случае значительно увеличится, что дает возможность успеть зафиксировать края области d и получить совершенно плоскую

пленку, толщина которой существенно меньше первоначальной. Метод может быть использован при невозможности получить пленку с существенно меньшей толщиной в начальный момент времени.

Библиографический список

1. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидродинамика. — М., 1963. — Ч. 2.
2. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. — М., 1980.
3. Овчарова А.С. Метод расчета стационарных течений вязкой жидкости со свободной границей в переменных вихрь — функция тока // Журнал прикладной механики и технической физики. — 1998. — Т. 39, №2.
4. Ovcharova A. S. Features of the Rupture of Free Hanging Liquid Film under the Action of a Thermal Load // Physics of Fluids. — 2011. — №2.