

*Ю. В. Немировский***Проблемы и методы расчета и проектирования конструкций из армированного бетона****Ju. V. Nemirovsky***Problems and Methods of Structural Design of Reinforced Concrete Constructions**

Бетон и железобетон, в общем случае, рассматриваются как особые гетерогенные неуравновешенные сплошные среды с непрерывным во времени изменением физико-механических свойств вследствие изменения внешних условий термосиловых воздействий и взаимодействия составляющих общую среду фаз. Выделяются два основных элемента таких сред: дисперсно-упрочненная практически изотропная среда «матрица-бетон» и среда с выделенными направлениями усиления — «армирующая среда». Поведение железобетона предлагается анализировать как результат непрерывного взаимодействия этих сред, и с этой целью проводить отдельные исследования «матриц-бетонов» и армирующих тонких слоев для выяснения необходимых закономерностей изменения их физико-механических характеристик во времени. Предложены общие соотношения для описания напряженно-деформированного состояния конструкций из армированных бетонов, как неуравновешенных неоднородных анизотропных материалов с непрерывными во времени изменениями физико-механических свойств вследствие изменения внешних условий термосиловых воздействий и взаимодействия составляющих общую среду фаз. В общем случае принимаются во внимание важные для бетонов особенности их поведения: усадка, термочувствительность свойств, зависимость от технологических приемов изготовления (изменения параметров водоцементного отношения, состава и объемного содержания наполнителей, структуры армирования).

Ключевые слова: бетон, железобетон, гетерогенная среда, термосиловое воздействие, напряжения, деформации, время, взаимодействие.

DOI 10.14258/izvasu(2014)1.1-20

Бетон и железобетон в общем случае представляют особые гетерогенные неуравновешенные сплошные среды с непрерывными во времени изменениями физико-механических свойств вследствие изменения внешних условий термосиловых воздействий и взаимодействия составляющих об-

Generally, concrete and reinforced concrete materials are considered as special unbalanced inhomogeneous continuous media with time continuous physical and mechanical properties due to environmental changes, thermal and force effects, and phase interaction. One of the components is an almost isotropic dispersion-strengthened medium being the “concrete matrix”, and the other component is a medium with preferred reinforcement directions being the “reinforced media”. Reinforced concrete behavior is proposed to be investigated as a result of continuous interactions of media. Thus, separate investigations of “concrete matrices” and thin layers of “reinforced media” should be carried out, and time-dependant relations of physical properties should be obtained. The relations proposed in this paper for stress-strained state of reinforced concrete constructions are based on relations and equations for unbalanced inhomogeneous continuous media with time continuous physical and mechanical properties due to environmental changes, thermal and force effects, and phase interaction. Crucial fracturing behavior of concrete are considered, such as shrinkage, temperature sensitivity, dependence on production techniques (ratio of water and cement, volumetric content of fillers, structure of reinforcement).

Key words: concrete, reinforced concrete, heterogeneous environment thermo effects, stress, strain, time, interaction.

щую среду фаз. При этом следует выделять два основных элемента таких комбинированных сред: дисперсно-упрочненная практически изотропная среда «матрица-бетон» (рис. 1) и среда с выделенными направлениями усиления — армирующая среда (рис. 2–4).

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 12-01-90405-Укр_а).

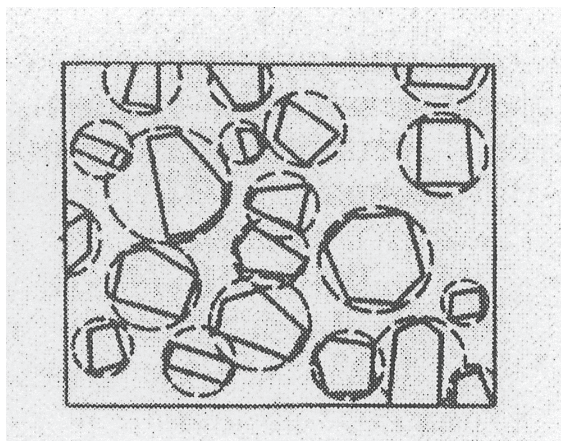


Рис. 1. Среда «матрица-бетон»

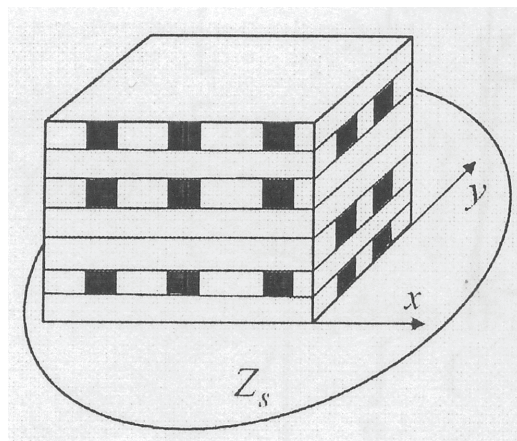


Рис. 2. Армирование в плоских слоях

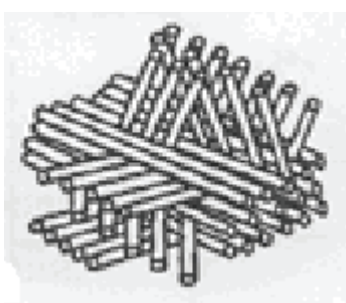


Рис. 3. Пространственное армирование

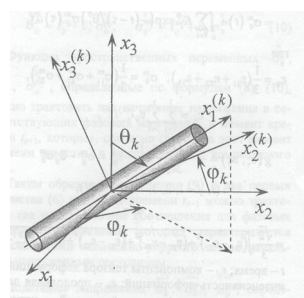


Рис. 4. Локальная система координат $x_i^{(k)}$, связанная с волокном k -го семейства

Поведение железобетона определяется как результат непрерывного взаимодействия этих сред. Для описания такого взаимодействия необходимо проводить отдельные исследования матриц-бетонов и армированных тонких слоев для выяснения необходимых закономерностей изменения физико-механических состояний во времени. Для армирующих тонких слоев соответствующие исследования представляются относительно простыми, вследствие достаточной насыщенности в них армирующих волокон, свойства которых стабильны во времени и достаточно хорошо изучены. Особое внимание здесь следует обращать на поведение таких слоев в направлениях, достаточно сильно отклоняющихся от основного направления армирующих волокон. Более сложная ситуация связана с изучением матрицы-бетона. Во-первых, регулярное изучение бетона (как конструкционного материала) в полной мере практически не проводится. Большинство сведений о поведении бетонов носит косвенный характер: они получены из испытаний различных простейших элементов железобетонных конструкций. Во-вторых, даже имеющиеся разрозненные экспериментальные данные указывают на то, что свойства бетона в значительной мере зависят от возраста, процента и состава наполнителей, температурного и влажностного условий содержания и эксплуатации, времени начала, длительности и скорости нагружения, наличия переходных зон concentra-

ции напряжений в окрестностях наполнителей, условий усадки бетона. В-третьих, именно бетон является ключевым элементом в надежности функционирования железобетонных конструкций: развитие преждевременной трещиноватости бетона делает ненадежной последующую эксплуатацию конструктивных элементов. Поэтому всестороннее и полное исследование развития и изменения напряженно-деформированного состояния матриц-бетонов является исключительно важной проблемой. Если свойства армирующих элементов и матриц-бетонов в полной мере известны, то в соответствии с принципами структурной механики армированных материалов, изложенных в [1–3], для железобетонных конструкций связь напряжений σ_{ij} с деформациями ε_{ij} и скоростями деформаций $\dot{\varepsilon}_{ij}$ будет определяться зависимостями:

– напряжения в армированных слоях бетона

$$\sigma_{ij} = (1 - \delta\Omega)\sigma_{ij}^{\delta} + \sum_{k=1}^N [\sigma_k^a - (1 - \delta)\sigma_k^{\delta}] \omega_k l_i^{(k)} l_j^{(k)},$$

$$\Omega = \sum_{k=1}^N \omega_k, \quad \delta = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (1)$$

где

$$\sigma_{ij}^{\delta} = \sigma_{oij}^{\delta} + \tau_{ij}^{\delta}, \quad \sigma_k^a = \sigma_{ok}^a + \tau_k^a, \quad \sigma_k^{\delta} = \sigma_{ok}^{\delta} + \tau_k^{\delta},$$

$$\tau_{ij}^{\delta} = \frac{\partial \Pi_1(e_{ij})}{\partial e_{ij}} + \frac{\partial \Pi_2(\dot{e}_{ij})}{\partial \dot{e}_{ij}}, \quad e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^{\Theta}, \quad (\dots) = \frac{\partial}{\partial t}(\dots), \quad (2)$$

ε_{ij}^Θ — сумма деформаций от усадки, температурного расширения и разбухания самоупругающихся бетонов;

$$\Pi_1 = \int_{t_0}^t F_1(e_{ij}) dt, \quad \Pi_2 = \int_{t_0}^t F_2(\dot{e}_{ij}) dt, \quad (3)$$

Π_1, Π_2 — потенциалы нелинейно упругого и нелинейно вязкого сопротивления деформированию бетонов

$$\begin{aligned} F_1(e_{ij}) &= \Phi_1(I_1^2, I_2) = L_1 I_1^2 + L_2 I_1^2 I_2 + L_3 I_2^2 + L_4 I_2^3 + \dots, \\ F_2(\dot{e}_{ij}) &= \Phi_2(j_1^2, j_2) = M_1 j_1^2 + M_2 j_2 + M_3 j_1^2 j_2 + M_4 j_2^2 + \dots, \\ I_1 &= e_{11} + e_{22} + e_{33}, \quad j_1 = \dot{e}_{11} + \dot{e}_{22} + \dot{e}_{33}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$I_2 = e_{11}e_{22} + e_{22}e_{33} + e_{33}e_{11} - e_{12}^2 - e_{23}^2 - e_{31}^2,$$

$$j_2 = \dot{e}_{11}\dot{e}_{22} + \dot{e}_{22}\dot{e}_{33} + \dot{e}_{33}\dot{e}_{11} - \dot{e}_{12}^2 - \dot{e}_{23}^2 - \dot{e}_{31}^2,$$

$$\tau_k^\delta = \int_{t_0}^t (R_1 e_k + R_2 e_k^2 + R_3 e_k^3 + S_1 \dot{e}_k + S_2 \dot{e}_k^2 + S_3 \dot{e}_k^3) dt,$$

$\omega_k, l_i^{(k)}$ — плотности армирования и направляющие косинусы траекторий армирования для k -го семейства; — температура.

$$e_k = \varepsilon_k - \varepsilon_k^\Theta, \quad \dot{e}_k = \dot{\varepsilon}_k - \dot{\varepsilon}_k^\Theta, \quad \varepsilon_k = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \varepsilon_{ij} l_j^{(k)},$$

$$l_j^{(k)} = \sin \psi_k \cos \phi_k, \quad l_2^{(k)} = \sin \psi_k \sin \phi_k,$$

$$l_3^{(k)} = \cos \psi_k, \quad (1 \leq k \leq N).$$

Для стальной арматуры

$$L_m = \frac{D_m^0(T)}{t - t_0} + K_{1m}(t - t_0, T),$$

$$R_m = \frac{A_m^0(T)}{(t - t_0)} + R_{1m}[(t - t_0), T],$$

$$M_m = \frac{C_m^0(T)}{t - t_0} + K_{2m}[(t - t_0), T],$$

$$S_m = \frac{B_m^0(T)}{(t - t_0)} + R_{2m}[t - t_0, T], \quad (5)$$

$$\tau_k^a = E_k^0(e_k, T)e_k + \sigma_{ok}(T)[E_k(T)(1 + a_k)(t - t_0)]^{\frac{1}{n_k}} |e_k|^{\frac{1 + \alpha_k - n_k}{n_k}} e_k$$

и для полимерной или базальтной арматуры

$$\begin{aligned} \tau_k &= E_k^0(e_k, T)e_k + \int \Phi(t - t, T)e_k dt + \Phi_k^0(\dot{e}_k, T)\dot{e}_k + \\ &+ \int \Psi_m(t - t, T)e_k dt. \end{aligned} \quad (6)$$

При $\omega_k = 0$ эти выражения описывают закономерности деформирования матрицы-бетона.

Считается, что входящие в эти зависимости коэффициенты определены из экспериментов. При $\omega_k = 0$ эти соотношения относятся к матрице-бетону.

Рассмотрим два близких по времени отрезка t_s и $t_{s+1} = t_s + \Delta t_s$ и соответствующие им напряжения $\sigma_{ij}^s, \sigma_{ij}^{s+1} = \sigma_{ij}^s + \Delta \sigma_{ij}^s$, деформации $\varepsilon_{ij}^s, \varepsilon_{ij}^{s+1} = \varepsilon_{ij}^s + \Delta \varepsilon_{ij}^s$, температуры $T^s, T = T + \Delta T^s$. Тогда для приращения напряжений получим соотношения вида

$$\Delta \sigma = A \Delta \varepsilon + B \Delta \dot{\varepsilon} + C \Delta T, \quad (7)$$

$$\Delta \sigma = \left(\Delta \sigma_{11}^s, \Delta \sigma_{12}^s, \dots, \Delta \sigma_{33}^s \right)^T, \quad \Delta \varepsilon = \left(\Delta \varepsilon_{11}^s, \Delta \varepsilon_{12}^s, \dots, \Delta \varepsilon_{33}^s \right)^T.$$

Матрицы A, B, C могут быть определены по схеме, описанной в [4]. Они отражают изменения свойств фазовых материалов и входящие в них физические параметры определяются на основе специальной программы испытаний бетонов и армирующих элементов. При различных значениях матриц A, B, C соотношения (7) позволяют описывать как процессы упрочнения в период созревания, так и процессы разупрочнения (деградации свойств) вследствие развивающейся ползучести матричных и (или) армирующих материалов. Установление матриц A, B, C требует выполнения обширной программы специальных экспериментальных исследований, которая для большинства матричных бетонов в период созревания и в «зрелом» состоянии в полной мере не производятся. В подавляющем большинстве случаев испытания бетонов ограничиваются установлением диаграмм одномерного сжатия (изредка — растяжения) при кратковременном нагружении в зрелом состоянии. Поэтому мы обсудим здесь вопрос: каким образом использовать получаемые экспериментальные данные для последующего расчета конструкций в условиях одномерного напряженного состояния — продольно-поперечного изгиба. При кратковременном нагружении образцов зрелого бетона растяжением или сжатием получим диаграммы деформирования, изображенные на рисунке 5.

Будем аппроксимировать ее четырехконстантной моделью

$$\sigma^\pm(\varepsilon) = p_1^\pm \varepsilon + p_2^\pm \varepsilon^2, \quad (8)$$

в которой в области растяжения следует использовать параметры $p_1^+ > 0, p_2^+ < 0$, а в области сжатия — $p_1^- > 0, p_2^- > 0$. Для расчета элементов конструкций из различных материалов модель (8) применялась в [5, 6].

В соответствии с (8) касательные модули расчетной диаграммы $\sigma - \varepsilon$

$$E^\pm(\varepsilon) = d\sigma^\pm / d\varepsilon = p_1^\pm + 2p_2^\pm \varepsilon \quad (9)$$

являются переменными и различными для ветвей растяжения и сжатия. При $\varepsilon > \varepsilon_u^+, \varepsilon < -\varepsilon_u^-$ изменяются знаки модулей (2) и деформирование переходит в запредельную стадию по нисходящим ветвям (рис. 5). Секущие модули описываются выражениями

$$\bar{E}^\pm(\varepsilon) = \sigma^\pm / \varepsilon = p_1^\pm + p_2^\pm \varepsilon \quad (10)$$

и при $\varepsilon = 0$ совпадают с начальными модулями $E^\pm(0)$. Начальный, секущий и касательный модули соответствуют тангенсам углов наклона линий, отме-

ченных на рисунке 5 для ветви положительных деформаций символами 0, s, k соответственно.

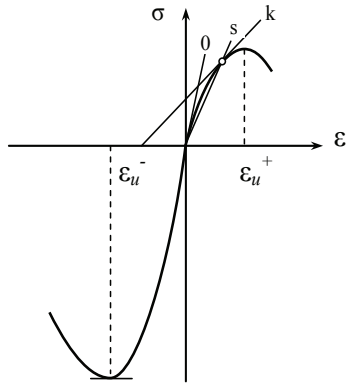


Рис. 5. Расчетная схема диаграммы деформирования

Подбор параметров p_1^\pm , p_2^\pm выполняется таким образом, чтобы расчетная модель (8) наилучшим образом соответствовала данным эксперимента. Поскольку опубликованные данные конкретных испытаний обычно являются недостаточно полными, то при определении параметров могут быть применены следующие варианты записи необходимых условий.

Так, если выявлены начальные модули упругости E_{b0}^\pm , пределы прочности σ_u^\pm и соответствующие им деформации ε_u^\pm , то, записав с использованием (8) условия

$$\left. \frac{d\sigma^\pm}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=0} = E_{b0}^\pm, \quad \sigma^\pm(\pm\varepsilon_u^\pm) = \pm\sigma_u^\pm, \quad (11)$$

получим $p_1^\pm = E_{b0}^\pm$, $p_2^\pm = \mp(E_{b0}^\pm\varepsilon_u^\pm - \sigma_u^\pm)/(\varepsilon_u^\pm)^2$. Если начальные модули упругости не известны, то, заменив первое условие в (11) на равенство нулю касательных модулей в предельных точках (при растяжении и сжатии), получим

$$\left. \frac{d\sigma^\pm}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=\pm\varepsilon_u^\pm} = 0, \quad \sigma^\pm(\pm\varepsilon_u^\pm) = \pm\sigma_u^\pm, \quad (12)$$

что дает $p_1^\pm = 2\sigma_u^\pm/\varepsilon_u^\pm$, $p_2^\pm = \mp\sigma_u^\pm/(\varepsilon_u^\pm)^2$.

Весьма распространенной является ситуация, когда по результатам испытаний приводятся начальные модули упругости E_{b0}^\pm и пределы прочности σ_u^\pm без деформаций ε_u^\pm . В этом случае, аналогично первому варианту, примем $p_1^\pm = E_{b0}^\pm$. Далее, записав аналогично первому условию (12) $E_{b0}^\pm \pm 2p_2^\pm\varepsilon_u^\pm = 0$ и аналогично второму $\pm E_{b0}^\pm\varepsilon_u^\pm + p_2^\pm(\varepsilon_u^\pm)^2 = \pm\sigma_u^\pm$, после совместного решения имеем $\varepsilon_u^\pm = \pm 2\sigma_u^\pm/E_{b0}^\pm$, $p_2^\pm = \mp E_{b0}^\pm/(4\sigma_u^\pm)$.

В четвертом варианте используем условия прохождения аппроксимирующей кривой (8) в области растяжения и сжатия через две опытные точки с напряжениями $\pm\sigma_i^\pm$ при деформациях $\pm\varepsilon_i^\pm$ ($i=1,2$)

$$\sigma^\pm(\pm\varepsilon_i^\pm) = \pm\sigma_i^\pm, \quad (i=1,2), \quad (13)$$

что дает параметры

$$p_1^\pm = [\sigma_1^\pm(\varepsilon_2^\pm)^2 - \sigma_2^\pm(\varepsilon_1^\pm)^2]/[\varepsilon_1^\pm\varepsilon_2^\pm(\varepsilon_1^\pm - \varepsilon_2^\pm)],$$

$$p_2^\pm = [\sigma_1^\pm\varepsilon_2^\pm - \sigma_2^\pm\varepsilon_1^\pm]/[\varepsilon_1^\pm\varepsilon_2^\pm(\pm\varepsilon_1^\pm \mp \varepsilon_2^\pm)].$$

1. Рассмотрим стержень, испытывающий продольно-поперечный изгиб в плоскости симметрии ух. Будем считать, что его продольная ось, совмещенная с координатной осью x, имеет произвольную привязку к стержню, не связанную с физическими центрами поперечных сечений. Симметричные относительно оси y поперечные сечения стержня имеют переменные размеры – ширину $b(x, y)$ и высоту $h(x) = y_2(x) - y_1(x)$, (y_1 , y_2 – ординаты нижних и верхних фибр стержня).

Принимая распределение продольных деформаций в виде $\varepsilon(x, y) = \varepsilon_0(x) - \kappa(x)y$ (ε_0 и κ – деформация и кривизна отсеченной оси x стержня), запишем на основе модели (8) выражения продольной силы N и изгибающего момента M в виде

$$N = \int_{y_1}^{y_2} [p_1^\pm(\varepsilon_0 - \kappa y) + p_2^\pm(\varepsilon_0 - \kappa y)^2] b dy +$$

$$+ \int_{y_0}^{y_2} [p_1^\mp(\varepsilon_0 - \kappa y) + p_2^\mp(\varepsilon_0 - \kappa y)^2] b dy, \quad (14)$$

$$M = - \int_{y_1}^{y_2} [p_1^\pm(\varepsilon_0 - \kappa y) + p_2^\pm(\varepsilon_0 - \kappa y)^2] b y dy -$$

$$- \int_{y_0}^{y_2} [p_1^\mp(\varepsilon_0 - \kappa y) + p_2^\mp(\varepsilon_0 - \kappa y)^2] b y dy.$$

Здесь y_0 – ордината нейтральной оси; при положительной кривизне берутся верхние, а при отрицательной – нижние знаки в индексах. После преобразований из (14) имеем нелинейные зависимости

$$\begin{cases} D_{10}\varepsilon_0 - D_{11}\kappa + D_{20}\varepsilon_0^2 - 2D_{21}\varepsilon_0\kappa + D_{22}\kappa^2 = N, \\ -D_{11}\varepsilon_0 + D_{12}\kappa - D_{21}\varepsilon_0^2 + 2D_{22}\varepsilon_0\kappa - D_{23}\kappa^2 = M. \end{cases} \quad (15)$$

$$D_{ij}(x, y_0, \kappa) = p_i^\pm \int_{y_1}^{y_2} b(x, y) y^j dy + p_i^\mp \int_{y_0}^{y_2} b(x, y) y^j dy.$$

$$(i=1,2; j=0,1,2), \quad (16)$$

$$D_s(x) = ES_z, \quad D_l(x) = EI_z.$$

В ряде случаев при решении практических задач на основе нелинейных зависимостей (8), (15) удобно перейти к квазилинейной форме записи напряжения с секущими модулями

$$\sigma^\pm(\varepsilon) = \bar{E}^\pm(\varepsilon) \cdot \varepsilon \quad (17)$$

и интегральных силовых факторов

$$\begin{cases} \bar{D}_A\varepsilon_0 - \bar{D}_S\kappa = N, \\ -\bar{D}_S\varepsilon_0 + \bar{D}_I\kappa = M. \end{cases} \quad (18)$$

$$\bar{D}_A(x, y_0, \kappa) = D_{10} + \varepsilon_0 D_{20} - \kappa D_{21},$$

$$\bar{D}_S(x, y_0, \kappa) = D_{11} + \varepsilon_0 D_{21} - \kappa D_{22}, \quad (19)$$

$$\bar{D}_I(x, y_0, \kappa) = D_{12} + \varepsilon_0 D_{22} - \kappa D_{23}.$$

Здесь D_{ij} ($j=0,...,2$), ($j=0,...,3$) определяются по выражениям (16).

В случае расчета многоэлементных конструкций на основе квазилинейного представления (18) могут быть сформированы квазилинейные матричные соотношения, содержащие секущие матрицы податливости или жесткости и построены эффективные алгоритмы итерационного уточнения равновесных состояний бетонных конструкций при нелинейном деформировании.

Рассматривая армированные бетонные стержни как слоистые анизотропные и неоднородные, можно использовать расчетную схему, описанную в [6].

Расчет армированных железобетонных тонкостенных оболочек и пластин обычно выполняется в предельном состоянии конструкций с сильно развитыми пластическими деформациями на основе модели идеального жестко-пластического тела. Соответствующие разрешающие системы уравнений приведены в работе [7].

Библиографический список

1. Nemirovskii Ju.V. On the elastic-plastic behavior of reinforced layer // Intern. Journal of Mechanical Sciences. – 1970. – V. 12.
2. Nemirovskii Ju.V. On bending vibration of reinforced and bireinforced elastic and viscoelastic shells // ZAMM. – 1972. – Т. 52, №10.
3. Немировский Ю.В. Уравнения изгиба и устойчивости армированных оболочек и пластин из вязко-упругого материала // Динамика сплошной среды / Институт гидродинамики СО АН СССР. – 1970. – Вып. IV.
4. Немировский Ю.В., Янковский А.П. Численное моделирование нелинейно наследственного поведения пространственно-армированных композитных сред // Известия Алтайского государственного университета. – 2012. – №1/1.
5. Немировский Ю.В. Расчет и рациональное проектирование деревянных стержневых элементов // Современные проблемы совершенствования и развития металлических, деревянных, пластмассовых конструкций в строительстве и на транспорте: сб. науч. тр. III Междунар. науч.-техн. конф. – Самара, 2005.
6. Немировский Ю.В. Метод расчета композитных стержневых элементов из разномодульных материалов // Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики: мат. V Всерос. науч. конф. 3–5 окт. 2006 г. – Томск, 2006.
7. Nemirovskii Ju. V. Yield surfaces for reinforced concrete axisymmetric plates and shells // Archiwum Inzynierii Ladowej. – 1974. – XX, №4.