

*К.С. Воронкова***Расчет напряженно-деформированного состояния многослойных комбинированных сосудов давления****K.S. Voronkova***Calculation of Stress-Strain State for Multilayered Combined Pressure Vessels**

Рассматриваются оболочки нулевой гауссовой кривизны, эллипсоидальные и комбинированные сосуды давления, изготовленные из волокнистых композиционных материалов, находящиеся под действием постоянного внутреннего давления. В рамках различных оболочечных теорий исследуется влияние выбора структурных моделей композиционного материала, параметров армирования и механических характеристик композита на расчетные значения напряженно-деформированного состояния сосудов давления. Показано, что использование более простых теорий может привести к существенной переоценке несущей способности конструкции. Степень влияния выбора структурных моделей на напряженно-деформированное состояние в значительно большей мере проявляется для материалов, у которых модули Юнга арматуры и связующего имеют значения одного и того же порядка. Выбрав структурные параметры конструкции надлежащим образом, можно обеспечить наилучшие условия ее работы.

Ключевые слова: композиционный материал, сосуд давления, напряженно-деформированное состояние, теория оболочек, структурные модели композиционных материалов, параметры армирования.

DOI 10.14258/izvasu(2014)1.1-07

Развитие современной машиностроительной и аэрокосмической техники, жилищного и промышленного строительства, создание конструкций, удовлетворяющих широкому набору эксплуатационных свойств, воспринимающих механические и тепловые нагрузки, невозможно без использования композиционных материалов. В тех областях техники, где требуются высокие прочность и жесткость при малом весе конструкции, широкое применение нашли композиционные материалы на основе высокопрочных и высокомодульных волокон различной структуры. Использование композиционных материалов, обладающих возможностью изменения своей внутренней структуры, открывает

Shells of zero Gaussian curvature, ellipsoidal and combined pressure vessels made of fibrous composite materials being under the influence of constant internal pressure are considered. Within various shell theories, the influence of choice of composite material structural models, reinforcement parameters, and mechanical characteristics of a composite material on calculated values of stress-strain state for pressure vessels is investigated. It is shown that the use of simple theories can lead to a significant overestimation of structure bearing capacity. The influence of choice of structural models on the stress-strain state is much stronger for materials with the same-order Young's moduli of reinforcement and binder. Proper choice of structural parameters can provide the best operating condition of composite materials.

Key words: composite material, pressure vessel, stress-strain state, shell theory, structural model of composite material, reinforcement parameters.

большие перспективы по управлению напряженно-деформированным состоянием конструкций.

Постановка задачи. Рассматриваются комбинированные сосуды давления, изготовленные из волокнистых композиционных материалов, образованные сопряжением оболочек нулевой гауссовой кривизны с оболочками, образованными вращением кривых второго порядка, и находящиеся под действием постоянного внутреннего давления P . Требуется исследовать поведение оболочечной конструкции, выявить зависимость характеристик напряженно-деформированного состояния от структурных и механических параметров композиционного материала, определить

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №13-01-12032 офи_м) и Программы Президиума РАН (проект 15.4).

наиболее предпочтительные параметры армирования исходя из критерия прочности конструкции.

Исходные системы уравнений. При моделировании поведения многослойных комбинированных сосудов давления будем использовать системы дифференциальных уравнений, основанные на гипотезах Кирхгофа-Лява, Тимошенко, Андреева-Немировского [1–3]. В рамках теории [1] влияние поперечных сдвигов не учитывается. При использовании теории [2] учет сдвигов осуществляется для всего пакета армирующих слоев. В рамках теории [3] учитываются поперечные сдвиги в каждом слое.

Исходные системы уравнений, состоящие из уравнений равновесия, кинематических соотношений и соотношений термоупругости, а также разрешающие системы уравнений для обозначенных выше теорий, выписаны в [4]. При моделировании физико-механических характеристик композиционных материалов использовался структурный подход, в рамках которого механические характеристики композита выражаются через характеристики его компонентов и структурные параметры армирования [5, 6].

Эллипсоидальные армированные оболочки. Исследуем влияние выбора структурных моделей композиционных материалов на поведение жестко защемленных эллипсоидальных оболочек, изготовленных из различных композиционных материалов, находящихся под действием постоянного внутреннего давления. На рисунке 1 представлены зависимости максимальных приведенных интенсивностей напряжений в связующем материале bs_c от угла спирального армирования ψ для углепластиковой (сплошные линии) и металлокомпозитной (пунктирные линии) эллипсоидальных оболочек. Здесь

$$bs_c = \max_{1 \leq k \leq K} \frac{\sqrt{\sup_{V_k} M(\sigma_{\alpha\alpha}^{c(k)}, \sigma_{\alpha\beta}^{c(k)}, \tau_{\alpha 3}^{c(k)})}}{\sigma_c^{*(k)}},$$

$$bs_a^k = \frac{\sqrt{\sup_{V_k} M(\sigma_{\alpha\alpha}^{a(k)}, \sigma_{\alpha\beta}^{a(k)}, \tau_{\alpha 3}^{a(k)})}}{\sigma_a^{*(k)}},$$

где $M(\sigma_{\alpha\alpha}^c, \sigma_{\alpha\beta}^c, \tau_{\alpha 3}^c) = (\sigma_c^*)^2$,

$M(\sigma_{\alpha\alpha}^a, \sigma_{\alpha\beta}^a, \tau_{\alpha 3}^a) = (\sigma_a^*)^2$ — условие прочности Мизеса;

$M(\sigma_{\alpha\alpha}, \sigma_{\alpha\beta}, \tau_{\alpha 3}) = \sigma_{11}^2 - \sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{22}^2 + 3\sigma_{12}^2 + 3\tau_{13}^2 + 3\tau_{23}^2$,

σ_c^* , σ_a^* — пределы прочности связующего и армирующих элементов; V_k — область, занятая k -м слоем.

У металлокомпозитной оболочки в качестве связующего материала использовалась алюминиевая матрица, в качестве армирующих волокон — стальная проволока. Результаты получены на основе уточненной теории Андреева-Немировского. Расчет прово-

дился методом сплайн-коллокации, реализованном в пакете прикладных программ COLSYS [7].

На рисунке 1 кривым 1 соответствуют результаты, полученные при использовании структурной модели композиционных материалов с одномерными волокнами [5], кривым 2 — по модели композиционных материалов с двумерными волокнами [6]. При варьировании угла спирального армирования приведенные интенсивности напряжений в связующем материале углепластиковой оболочки могут уменьшаться до 5 раз. В случае металлокомпозитной оболочки зависимость bs_c от структуры армирования не столь ярко выражена. При значениях ψ , близких к 40° , значения интенсивностей напряжений в композите принимают минимальное значение.

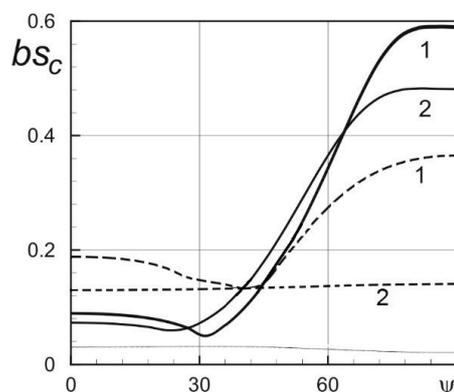


Рис. 1. Влияние выбора структурной модели композиционных материалов на напряженно-деформированное состояние

Армированные оболочки нулевой гауссовой кривизны. Исследуем влияние выбора теории на расчетные значения напряженно-деформированного состояния армированных оболочек нулевой гауссовой кривизны. Расчет проводился методом сплайн-коллокации [7]. Для углепластиковой конической оболочки сравнивались значения нагрузок начального разрушения при изменении ее геометрических параметров: длины L и толщины h . В таблице приведены значения безразмерных нагрузок начального разрушения жестко защемленной углепластиковой конической оболочки, нагруженной равномерным внутренним давлением, и отличия между результатами, полученными по различным теориям.

Здесь теории 1, 2 и 3 — теории Кирхгофа-Лява, Тимошенко и Андреева-Немировского соответственно. Относительная разность между решениями, полученным по теории Кирхгофа-Лява и уточненными теориями, вычисляется по формуле:

$$\Delta_{1n} = \max_{r,h,\psi} |f_1 - f_n| / \max_{r,h,\psi} (f_1), \quad n = 2, 3,$$

где f_1 — безразмерные нагрузки начального разрушения, полученные по теории Кирхгофа-Лява, а f_n — по уточненным теориям Тимошенко и Андреева-Немировского.

Влияние выбора теории оболочек

Параметр, L/h	Теория 1	Теория 2	Теория 3	$\Delta_{12}, \%$	$\Delta_{13}, \%$
20	25.2	31.8	15.3	26.5	39.2
40	11.6	13.1	7.6	13.1	34.6
60	7.5	8.1	5.1	8.7	31.5
100	4.3	4.6	3.1	5.2	27.5

Из результатов расчетов следует, что чем длиннее коническая оболочка, тем меньше отличие между результатами, полученными по различным теориям. Наименьший уровень нагрузок начального разрушения получен в рамках уточненной теории [3]. Следовательно, возможны ситуации, когда использование более простых теорий может привести к переоценке несущей способности конструкции, которая будет тем больше, чем короче и толще оболочка.

Композитные комбинированные сосуды давления. На примере цилиндрического сосуда давления, гладко сопряженного с полусферическими днищами, исследуем влияние механических параметров композиционных материалов на оценку уровня напряжений и деформаций. На рисунке 2 линиям 1–3 соответствуют интенсивности напряжений, рассчитанные для углепластиковой, стеклопластиковой и металлокомпозитной (алюминиевая матрица, армированная стальными волокнами) конструкции соответственно. Модули Юнга материалов наполнителя и матриц соответственно равны: $E_a^1 = 363e9$ ПА, $E_a^2 = 90e9$ ПА, $E_a^3 = 200e9$ ПА, $E_c^1 = E_c^2 = 3e9$ ПА, $E_c^3 = 70e9$ ПА.

Из рисунка 2 следует, что чем больше различие между значениями механических характеристик материалов связующего и арматуры, тем больше влияние структурных параметров композита. Наибольшее влияние достигается для углепластика до 7 раз, для стеклопластика — до 5 раз, для металлокомпозита — до 3 раз.

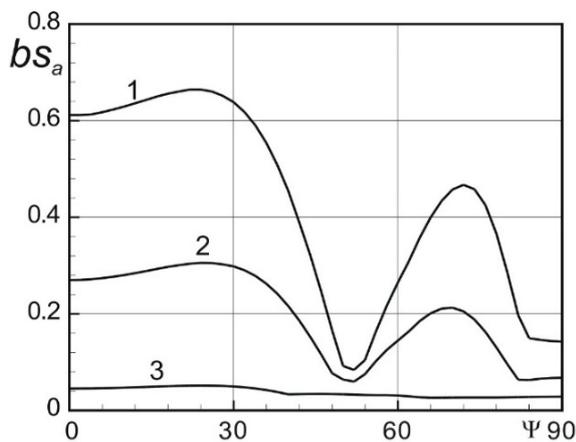


Рис. 2. Влияние механических параметров композиционных материалов на напряженно-деформированное состояние

Исследуем влияние структуры армирования на уровень напряжений и деформаций в углепластиковом цилиндрическом сосуде давления, гладко сопряженном с полусферическими днищами. $E_c = 3e9$ ПА, $E_a = 300e9$ ПА, $\sigma_c^* = 90e6$ ПА, $\sigma_a^* = 3e9$ ПА, $P^g = 1e5$ ПА, где E_c и E_a — модули упругости связующего и армирующих волокон соответственно.

На рисунке 3 показаны максимальные приведенные интенсивности напряжений в связующем материале bs_c и арматуре bs_a в зависимости от угла спирального армирования ψ . Результаты получены на основе классической теории Кирхгофа-Лява [1] и модели композиционных материалов с двумерными волокнами [6]. Линиям 1–4 на рисунке 3 соответствуют результаты, полученные при значениях $\omega_a = 0,1; 0,3; 0,4; 0,5$ соответственно.

Из рисунка 3 следует, что при $\omega_a = 0,1$ арматура перегружена, а различие между результатами, полученными при значениях $\omega_a = 0,3; 0,4; 0,5$, не превышает 30% для арматуры, а для связующего они практически не различимы для всей области изменения параметра ψ . Таким образом, не всегда целесообразно армировать материал интенсивнее, затрачивая большее количество дорогостоящих материалов, ведь, как следует из полученных результатов, в данном случае можно получить практически тот же запас прочности конструкции и при меньшем количестве арматуры в армирующем слое. Отметим, что при значениях ψ , близких к 55° , значения интенсивностей напряжений в элементах композита принимают минимальные значения.

По итогам проведенных расчетов могут быть сделаны выводы и даны следующие рекомендации:

- расчет напряженно-деформированного состояния слоистых армированных цилиндрических, конических, эллипсоидальных оболочек и сопряженных оболочечных конструкций на основе классической и уточненных теорий показывает, что отличие в результатах, полученных по различным теориям, может составлять при определенных структурах армирования до 40%. Использование более простых теорий может привести к существенной переоценке несущей способности конструкции;
- исследование напряженно-деформированного состояния слоистых армированных оболочек по структурным моделям композиционных материалов с одно- и двумерными волокнами показывает, что степень влияния выбора структур-

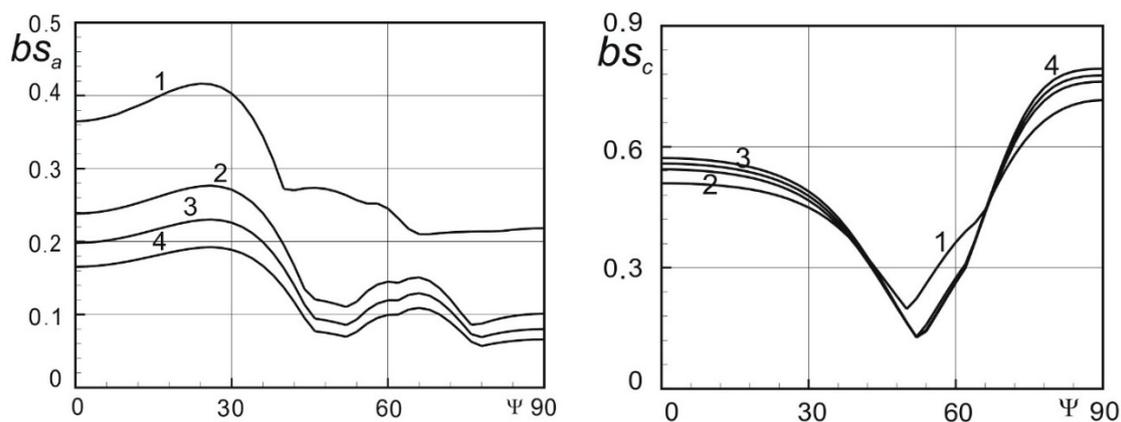


Рис. 3. Влияние структуры армирования на напряженно-деформированное состояние

ных моделей на напряженно-деформированное состояние существенно зависит от структурных и механических параметров композиционных материалов. В значительно большей степени это влияние проявляется для материалов, у которых модули Юнга арматуры и связующего имеют значения одного и того же порядка, например, для металлокомпозитов;

- структура армирования и механические характеристики композиционного материала оказывают существенное влияние на напряженно-деформированное состояние конструкции. Надлежащим выбором структурных параметров можно обеспечить наилучшие условия работы конструкции, исходя, например, из критерия ее прочности.

Библиографический список

1. Новожилов В. В. Теория тонких оболочек. — Л., 1951.
2. Григоренко Я. М., Василенко А. Т. Задачи статики анизотропных неоднородных оболочек. — М., 1992.
3. Андреев А. Н., Немировский Ю. В. Многослойные анизотропные оболочки и пластины: изгиб, устойчивость, колебания. — Новосибирск, 2001.
4. Голушко С. К., Немировский Ю. В. Прямые и обратные задачи механики упругих композитных пластин и оболочек вращения. — М., 2008.
5. Немировский Ю. В. Об упруго-пластическом поведении армированного слоя // Журнал прикладной механики и технической физики. — 1969. — № 6.
6. Немировский Ю. В. К теории термоупругого изгиба армированных оболочек и пластин // Механика полимеров. — 1972. — № 5.
7. Ascher U., Christiansen J., Russel R. Collocation software for boundary value ODEs // ACM. Trans. on Math. Software. — 1981. — Vol. 7, № 2.