

*М. С. Воронин, Е. И. Краус, Л. А. Мерзиевский*

**Моделирование ударно-волновых процессов в алюминии с использованием малопараметрического уравнения состояния при нешаровом тензоре деформации\***

*M. S. Voronin, E. I. Kraus, L. A. Merzhievsky*

**Modeling of Shock-Wave Processes in Aluminum with Use of Few-Parameter Equation of State in the Case of Nonspherical Strain Tensor**

Современные широкодиапазонные уравнения состояния, построенные для описания поведения поликристаллических материалов в широком диапазоне параметров сжатия, содержат десятки свободных параметров и экспериментально определяемых констант, определение которых зачастую требует проведения многочисленных трудоемких экспериментов. Поэтому для решения реальных задач важно разработать и реализовать принципы построения уравнений состояния, имеющих относительно малое число экспериментально определяемых параметров. Такие принципы реализованы при построении на основе термодинамического подхода малопараметрического уравнения состояния, в котором используются только параметры материалов, приведенные в таблицах физико-механических свойств. Построенное в работе уравнение состояния для алюминия является замыкающим соотношением модели вязкоупругого тела максвелловского типа. В данном случае уравнение состояния представляет собой зависимость удельной внутренней энергии не только от первого, но и от второго инварианта тензора деформаций. Применимость построенного уравнения состояния проверяется на сопоставлении результатов решения задач о выделении и затухании упругого предвестника и о распространении ударной волны и ее затухании при взаимодействии с догоняющей волной разрежения. Сравнение показывает хорошее соответствие расчетных и экспериментальных данных.

**Ключевые слова:** уравнение состояния, алюминий, вязкоупругое тело, ударная волна.

DOI 10.14258/izvasu(2014)1.1-06

Современные широкодиапазонные уравнения состояния, построенные для описания поведения поликристаллических материалов в широком диапазоне параметров сжатия, содержат десятки свободных параметров и экспериментально найденных констант, которые определяются по данным ударно-волновых

Modern wide-range equations of state for polycrystalline materials behavior description in a wide range of compression parameters include dozens of experimentally defined constants and free variables. Usually it requires to perform multiple cumbersome experiments in order to obtain those required constants for specific materials. Thus, it is necessary to develop construction principles for equations of state with relatively small number of experimentally defined parameters. Such principles are elaborated on the basis of thermodynamic approach and allow implementation of a few-parameter equation of state that only requires parameters available in the handbook of physical quantities. The equation of state for aluminum presented in this paper is a closing relation of viscoelastic Maxwell model. It is formulated as a dependency of specific internal energy from the first and the second invariants of the strain tensor. Numerical and experimental validation demonstrates the applicability of the equation of state and good agreement with experimental data. The validation has been performed for problem of isolation and attenuation of the elastic precursor, and for problem of shock wave propagation and attenuation after interaction with the expansion wave.

**Key words:** equation of state, aluminum, viscoelastic body, shock wave.

экспериментов, измерениям энтропии разгрузки пористых образцов и другой экспериментальной термодинамической информации в широкой области фазовой диаграммы. При использовании подобных уравнений состояний для включения в модели конкретных материалов необходим большой набор экспериментальных

\* Работа выполнена при поддержке Интеграционного проекта СО РАН №64 и гранта РФФИ (проект 12-01-00726-а).

параметров, получение которых зачастую требует проведения многочисленных, трудоемких экспериментов. Поэтому для решения реальных задач важно разработать и реализовать принципы построения уравнений состояния, имеющих малое число экспериментально определяемых параметров.

В работе [1, с. 65] на основе термодинамического подхода построено малопараметрическое уравнение состояния, связывающее величины внутренней энергии, давления, температуры и удельного объема, в котором используются только параметры материалов, приведенные в таблицах физико-механических свойств.

В качестве основы этого уравнения состояния принят принцип Ми-Грюнайзена представления термодинамического потенциала в виде суммы холодной и тепловых составляющих:

$$E(V, T) = E_x(V) + E_a(V, T) + E_e(V, T), \quad (1.1)$$

где  $E_x$  — холодная (упругая) составляющая энергии вдоль нулевой изотермы;  $E_a$  — вклад в энергию от теплового движения атомной решетки;  $E_e$  — вклад в энергию от теплового возбуждения электронов.

Если ограничиться интервалом сжатия не больше 2, то для описания теплового движения атомов достаточно использовать приближение Дебая, а для вклада теплового движения электронов — зависимость, предложенную еще в [2]. Выражение для свободной энергии при этом имеет вид:

$$F(V, T) = E_x(V) + c_{v0}T \ln \left( \frac{\Theta(V)}{T} \right) - \frac{1}{2} c_{e0} T^2 \left( \frac{V}{V_0} \right)^{\frac{2}{3}}, \quad (1.2)$$

и как следствие получаются следующие несложные выражения для внутренней энергии и давления:

$$E(V, T) = E_x(V) + c_{v0}T + \frac{1}{2} c_{e0} T^2 \left( \frac{V}{V_0} \right)^{\frac{2}{3}} = E_x + E_t + E_e, \quad (1.3)$$

$$P(V, T) = -\frac{dE_x}{dV} + \gamma(V) \frac{E_t}{V} + \gamma_e \frac{E_e}{V}, \quad (1.4)$$

где  $c_{v0}$  — теплоемкость материала;  $c_{e0}$  — электронная теплоемкость;  $g(V)$  — коэффициент Грюнайзена;  $g_e = 2/3$  — аналог коэффициента Грюнайзена для электронов.

Для коэффициента Грюнайзена постулируется выражение, полученное в [3, с. 132], независимо от свойств конкретного материала:

$$\gamma(V) = -\frac{d \ln \Theta}{d \ln V} = \frac{2}{3} - \frac{2}{1 - aV/V_0}, \quad (1.5)$$

$$a = 1 + \frac{2}{\gamma_s - 2/3} + \frac{2P_{t,0}}{K_s} \Rightarrow \Theta(V) = \Theta_0 \left( \frac{a - V/V_0}{a - 1} \right)^2 \left( \frac{V_0}{V} \right)^{\frac{2}{3}}, \quad (1.6)$$

где  $g_s = bK_s V_0 / c_{v0}$ ,  $K_s$  — адиабатический модуль объемного сжатия;  $P_{t,0}$  — тепловая часть давления при нормальных условиях;  $Q_0$  — температура Дебая при нормальных условиях.

Выражение для холодного давления получается как решение дифференциального уравнения, если

приравнять к обобщенной формуле коэффициента Грюнайзена.

$$P_x(V) = C_1 V^{-\frac{2t}{3}} + C_2 H_1(V), \quad (1.7)$$

$$E_x(V) = - \left( \frac{C_1 V^{1-\frac{2t}{3}}}{1-\frac{2t}{3}} + C_2 H_2(V) \right) + C_3, \quad (1.8)$$

где функции  $H_1(V)$ ,  $H_2(V)$  являются полиномами.

Константы интегрирования  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  определяются, если известно значение  $g(V_0)$ ,  $c_{v0}$ ,  $c_{e0}$ , модуля объемного изотермического сжатия  $K_t$  при нормальных условиях и  $P_{t,0}$ .

Чтобы применить описанное уравнение состояния к какому-либо материалу, необходимо и достаточно знание только шести констант  $V_0$ ,  $b$ ,  $K_s$ ,  $c_{v0}$ ,  $Q_0$ ,  $c_{e0}$  соответствующих значениям величин при нормальных условиях, которые могут быть найдены в справочниках физических величин.

В работах [4, с. 113; 5, с. 85] развивается максвелловский подход к описанию процессов необратимого деформирования твердых тел. При этом подходе для замыкания системы основных уравнений необходимо уравнение состояния, включающее зависимость удельной внутренней энергии не только от первого, но и от второго инварианта тензора деформаций. Представляется целесообразным использовать идеи построения малопараметрических уравнений состояний и для максвелловских моделей. В данной работе принципы построения таких зависимостей применены к построению уравнения состояния для алюминия.

Для замыкания основных уравнений модели в уравнение для свободной энергии вводится девиаторное слагаемое:

$$F(\delta, D, T) = E_x(\delta) + E_{dev}(\delta, D) + F_a(\delta, T) + F_e(\delta, T), \quad (1.9)$$

$$E_{dev}(\delta, D) = 2c_{\perp}^2(\delta) D = 2c_{\perp}^2 \delta^{\xi_0} D, \quad (1.10)$$

$$\delta = \frac{\rho}{\rho_0} = \exp \left( -\sum_{i=1}^3 h_i \right), D = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^3 d_i^2 \right), d_i = h_i - \frac{1}{3} \ln \delta.$$

Здесь  $c_{\perp}$  — поперечная скорость звука;  $\xi_0$  — интерполяционная константа.

Зависимость для времени релаксации касательных напряжений имеет вид [5]:

$$\tau(\hat{\sigma}, \varepsilon) = \frac{\tau_0}{N_0 + M_0 \varepsilon} \exp \left( \frac{\sigma_0 + \alpha(\varepsilon)}{\hat{\sigma}} \right), \quad (1.11)$$

где  $\hat{\sigma}$  — интенсивность касательных напряжений;  $e$  — величина пластической деформации;  $t_0$  — параметр, связанный с частотой колебания атомов;  $N_0$  — число дислокаций в недеформированном состоянии;  $M_0$  — коэффициент размножения дислокаций;  $\sigma_0$  — характеристическое напряжение торможения;  $\alpha$  — деформационное упрочнение.

Методика отыскания параметров основана на решении задачи о деформировании тонкого стержня и сравнения расчетных и экспериментальных диаграмм деформирования [5, с. 85].

На рисунке 1 сплошной линией показан расчет ударной адиабаты алюминия по уравнению состояния. Пунктирной линией показаны расчет по уравнению состояния [6] и приведенные там же эксперименталь-

ные данные. Рисунок 2 отражает расчет температуры за фронтом ударной волны в сравнении с экспериментальными данными [7].

На рисунках 3, 4 показано сравнение расчетных (линии) волновых профилей с экспериментальными [8, с. 132].

На рисунках 5,6 расчет (сплошная линия) сравнивается с результатами экспериментов [9; 10].

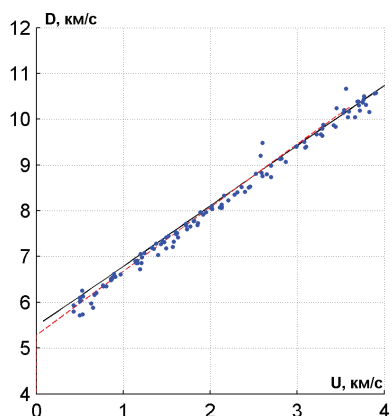


Рис. 1. Ударная адиабата алюминия

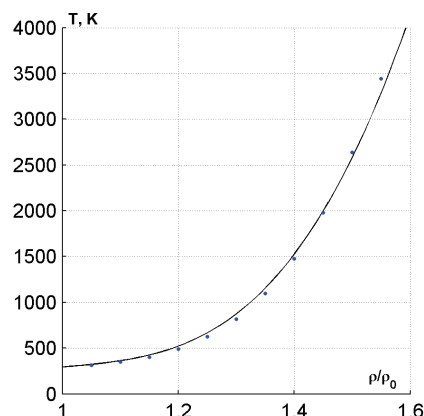


Рис. 2. Температура ударно-сжатого алюминия

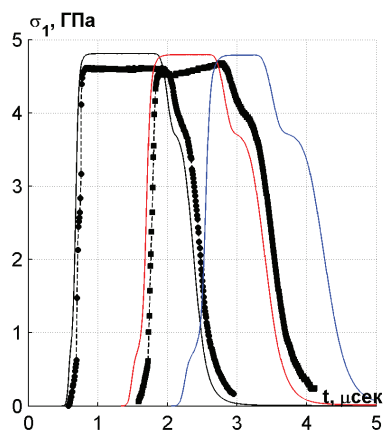


Рис. 3. Распространение ударного импульса в алюминии АД1

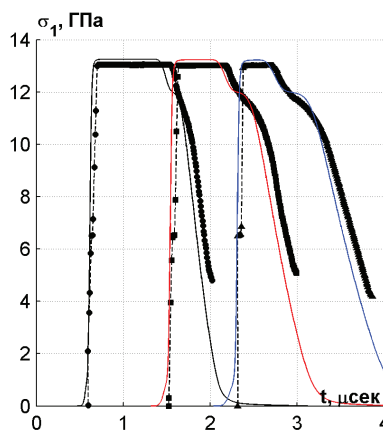


Рис. 4. Распространение ударного импульса в алюминии АД1

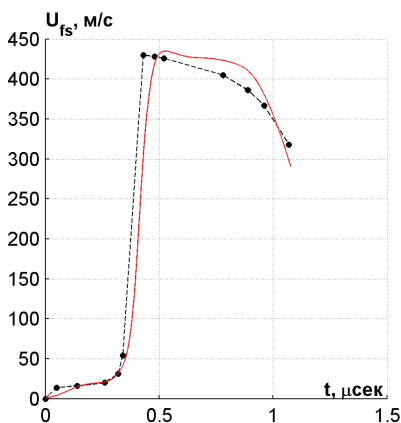


Рис. 5. Профиль скорости свободной поверхности в алюминии АД1

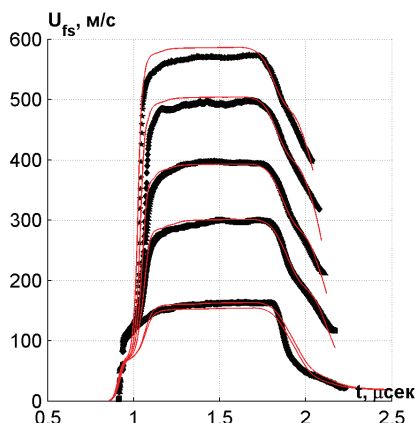


Рис. 6. Профили скорости свободной поверхности в сплаве 2139-T8

На рисунках 7, 8 результаты расчетов задачи о распространении упруго-пластической волны с выделенным упругим предвестником сравниваются с экспериментом [11, с. 4321].

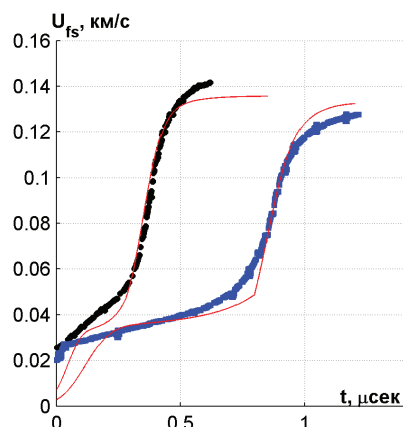


Рис. 7. Фронт волны в сплаве 6061Т6 на расстоянии 12.51 и 31.58 мм

Приведенные результаты демонстрируют хорошее соответствие расчетных и экспериментальных данных.

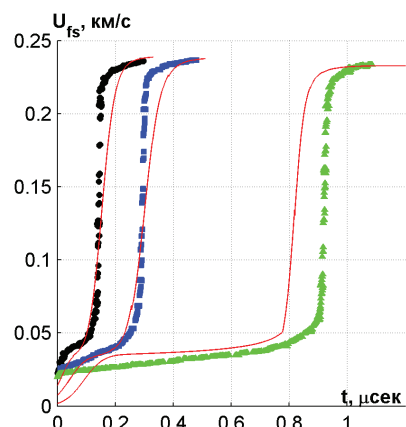


Рис. 8. Фронт волны в сплаве 6061Т6 на расстоянии 6.1, 12.2 и 37.9 мм

### Библиографический список

1. Краус Е. И. Малопараметрическое уравнение состояния твердого вещества при высоких плотностях энергии // Вестник НГУ. Сер.: Физика. — 2007. — Т. 2, вып. 2.
2. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. — М., 1963.
3. Молодец А. М. Обобщенная функция Грюнайзена для конденсированных сред // ФГВ. — 1995. — Т. 1, № 5.
4. Мержиевский Л. А., Воронин М. С. Моделирование ударно-волнового деформирования полиметилметакрилата // ФГВ. — 2012. — Т. 48, № 2.
5. Мержиевский Л. А., Палецкий А. В. Расчет диаграмм динамического деформирования металлов и сплавов // Физическая мезомеханика. — 2001. — Т. 4, № 3.
6. Shock wave database: server of Institute of Problems of Chemical Physics. — URL: <http://www.ficp.ac.ru/rusbank/>.
7. Альтшулер Л. В., Корнер С. Б., Бражник М. И., Владимиров Л. А., Сперанский М. П., Фунтиков А. И. // ЖЭТФ. — 1960. — Т. 38, вып. 4.
8. Дремин А. Н., Канель Г. И., Черникова О. Б. Сопротивление пластической деформации алюминия АД-1 и дюралюминия Д-16 в условиях ударного сжатия // ПМТФ. — 1981. — № 4.
9. Kanel G. I., Razorenov A. A., Utkin A. V., Baumung K. Experimental profiles of shock waves: Preprint of Scientific Association IVTAN of RAS. — 1996.
10. Casem D. T., Dandekar D. P. Shock and mechanical response of 2139-T8 aluminum // J. Appl. Phys. — 2012. — V. 111.
11. Johnson J. N., Barker L. M. Dislocation Dynamics and Steady Plastic Wave Profiles in 6061T6 Aluminum // J. Appl. Phys. — 1969. — V. 40.