

УДК 621.391

С. А. Останин, А. М. Шайдук, Д. Ю. Козлов, В. К. Коновалов, С. Л. Леонов, В. В. Федоров, Я. Н. Шойхет, В. Г. Колмогоров, М. Н. Лобанов

Энтропийный метод оценки сложности контура медицинских изображений

S. A. Ostanin, A. M. Shayduk, D. Yu. Kozlov, V. K. Kononov, S. L. Leonov, V. V. Fedorov, Ya. N. Shoikhet, V. G. Kolmogorov, M. N. Lobanov

Entropy Method for Estimating the Complexity of Edge Medical Images

Предложена количественная характеристика сложности контура изображения. Описан способ ее получения. Показана статистическая независимость характеристики сложности контура от его периметра.

Ключевые слова: медицинские изображения, сложность контура.

DOI 10.14258/izvasu(2013)1.2-36

При получении и последующем анализе томографических изображений регистрируются количественные параметры области интереса. К ним относятся, например, размер области, плотность изображения, записанная в DICOM файле в единицах Хаунсфилда, среднеквадратичное отклонение плотности, фрактальная размерность [1–4]. Однако часть параметров, на которые врачи-диагносты считают необходимым обращать внимание и указывать в заключении, носит качественный характер. Характерный пример — характеристики контура возможной патологии или органа в области интересов. Часто можно встретить такие характеристики контура, как «гладкий», «неровный», «бугристый», «фестончатый» и т. п. [5]. В настоящей работе описаны объективные количественные характеристики сложности контура медицинского изображения.

С формальной точки зрения изображение (для одного томографического среза) в DICOM формате можно представить в виде функции яркости $Z(i, j)$, где Z — хаунсфилдовская плотность ткани в вокселе плоского среза с координатами i, j . Контур изображения, расположенного в области интереса, представляет собой множество координат соседних пикселей, пронумерованных последовательно: $i_1, j_1, i_2, j_2, \dots, i_n, j_n, \dots, i_N, j_N$.

Для количественной характеристики контура предварительно определялись его сигнатуры. Для этого определялся центр бинарного изображения x_c, y_c :

$$x_c = \frac{\sum j \cdot Z(i, j)}{\sum Z(i, j)}, \quad y_c = \frac{\sum i \cdot Z(i, j)}{\sum Z(i, j)} \quad (1)$$

(здесь суммирование выполняется по всем возможным i_n, j_n).

It is proposed to apply the quantitative characterization of image outline. A method for its preparation is described. The statistical independence of the characteristics of image contour from its perimeter is shown.

Key words: medical image, complexity of image edges.

Далее в полярной системе координат с центром в точке x_c, y_c определялись модуль радиус-вектора всех точек контура

$$R(n) = \sqrt{(j_n - x_c)^2 + (i_n - y_c)^2}, \quad n = 1 \dots N \quad (2)$$

и полярный угол

$$\varphi(n) = \arccos\left(\frac{j_n}{R_n}\right), \quad n = 1 \dots N \quad (3)$$

Множество модулей радиус-вектора $R(n)$ и полярных углов $\varphi(n)$ и являются сигнатурами выделенного контура.

Сигнатуры использованы нами для получения количественных характеристик сложности контура. Сложный контур имеет аperiodическую сигнатуру радиуса. Следовательно, по степени периодичности сигнатуры радиуса контура можно судить о его сложности.

Для оценки степени периодичности сигнатуры радиуса контура в работе [6] был использован спектральный анализ. Будем считать, что чем меньше полоса спектра сигнатуры радиуса контура, тем более периодична сигнатура. Спектральную плотность мощности $S^*(k)$ центрированной сигнатуры радиуса $R^*(n)$

$$R^*(n) = R(n) - R_{\text{среднее}} \quad (4)$$

вычислим как

$$S^*(k) = \mathbf{E} \left\{ \left| \mathbf{F}(R^*(n)) \right|^2 \right\} = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} R^*(n) \cdot e^{\frac{ikn}{N}} \right|^2 \cdot \Delta n^2 = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} R^*(n) \cdot e^{\frac{ikn}{N}} \right|^2, \quad (5)$$

где символом E обозначено математическое ожидание; символом F — преобразование Фурье; k — номер гармоники спектра ($k = 0, \dots, (N-1)/2$).

Процедуру центрирования (4) выполняем с тем, чтобы уменьшить относительную погрешность оценки мощности гармоник спектра с $k > 0$. Кроме того, полагаем, что сложность определяется мощностью гармоник с $k > 0$, а величина $S^*(k=0)$ характеризует средний радиус контура $R_{\text{среднее}}$ (эффективный размер) и не влияет на сложность контура. Выполним нормировку спектральной плотности мощности $S^*(k)$ на мощность всех гармоник k :

$$S(k) = \frac{S^*(k)}{\sum_{k=1}^{(N-1)/2} S^*(k)}. \quad (6)$$

Нормированная спектральная плотность мощности $S(k)$ представляет собой долю мощности сигнатуры, приходящуюся на гармонику номер k .

Заметим, что нормированная спектральная плотность мощности $S(k)$ (6) представляет собой вероятность того, что сигнатура радиуса $R(n)$ имеет гармонику с номером k . Таким образом, спектральную плотность мощности $S(k)$ можно интерпретировать как плотность распределения вероятности по гармоникам k . Следовательно, для характеристики распределения мощности сигнатуры радиуса по гармоникам k можно использовать модифицированную информационную энтропию Шеннона в виде

$$H = - \sum_{k=0}^{(N-1)/2} S(k) \cdot \ln S(k). \quad (7)$$

Из свойств энтропии (7) следует, что сигнатурам, имеющим спектр в виде единственной спектральной линии, будет соответствовать нулевая энтропия. С ростом ширины полосы спектра сигнатуры значение энтропии увеличивается.

Дополнительным достоинством предлагаемого метода оценки сложности формы контура изображения является слабая зависимость энтропии от размера контура. Это особенно актуально при анализе медицинских изображений, полученных аппаратами с разной разрешающей способностью. Для экспериментальной проверки справедливости этого утверждения в отношении изображений малого размера значение энтропии было вычислено для пяти квадратов (расположенных под углом к ортам) с длиной стороны l от 200 до 1000 пикселей.

Относительное уменьшение энтропии при увеличении размера стороны квадрата в 5 раз составило величину около 0,017. С увеличением размера стороны квадрата энтропия монотонно убывает (рис. 1) и экспоненциально стремится к значению 0,2577:

$$H_{\text{квадрата}}(l) = 0.2577 + 0.0854 \cdot e^{-0.0074 \cdot l}. \quad (8)$$

Малая величина относительного изменения и экспоненциальная сходимость энтропии к первому слагаемому уравнения вида (8), при масштабировании границы, позволяет использовать характеристику H для сравнения сложности изображений, полученных аппаратами с разной разрешающей способностью.

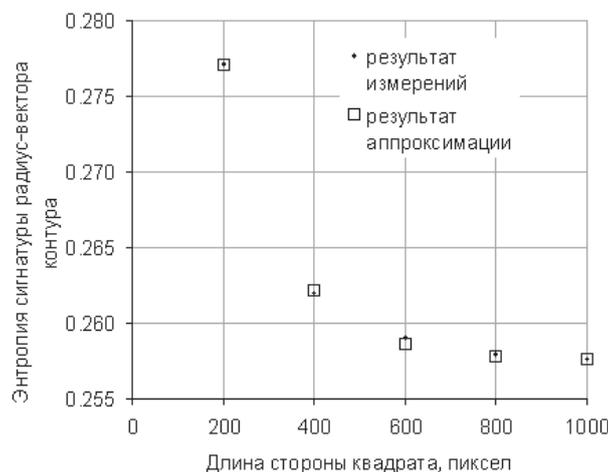


Рис. 1. Зависимость энтропии от размера контура квадратной формы

Информация о том, как распределена хаунсфилдовская плотность по всему объему исследуемой биологической ткани, содержится в томографических изображениях смежных срезов. Изображения контуров анализируемых объектов, например шаровидных образований легких, каждого среза имеют разную фор-

му. В связи с этим представляет интерес вопрос о том, каково распределение сложности контура по срезам.

С использованием мультиспирального компьютерного томографа Asteion Super 4, фирмы Toshiba Medical Systems, были получены изображения 42 смежных срезов раковой опухоли. Толщина каж-

дого среза составляла 1 мм. Диагноз был верифицирован морфологическим методом. Для каждого среза была определена энтропия гармоник сигнатуры модуля контура опухоли H . На рисунке 2 представле-

на зависимость H от номера среза. Из рисунка видно, что вблизи границ опухоли сложность контура H ее сечения немонотонно увеличивается (срезы 1–10) и уменьшается (срезы 30–42).

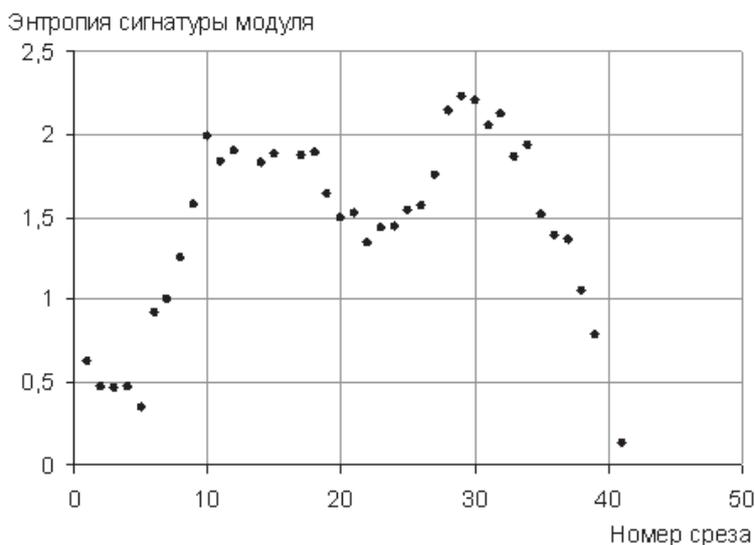


Рис. 2. Зависимость энтропии гармоник сигнатуры модуля от номера среза

Поскольку опухоль имела шаровидную форму (рис. 3), можно сделать предположение о том, что сложность контура увеличивается с возрастанием периметра. Если предположение верно, диагности-

ческая значимость параметра H будет незначительна. Для проверки этого предположения получена зависимости количества пикселей сигнатуры модуля от параметра H (рис. 4).

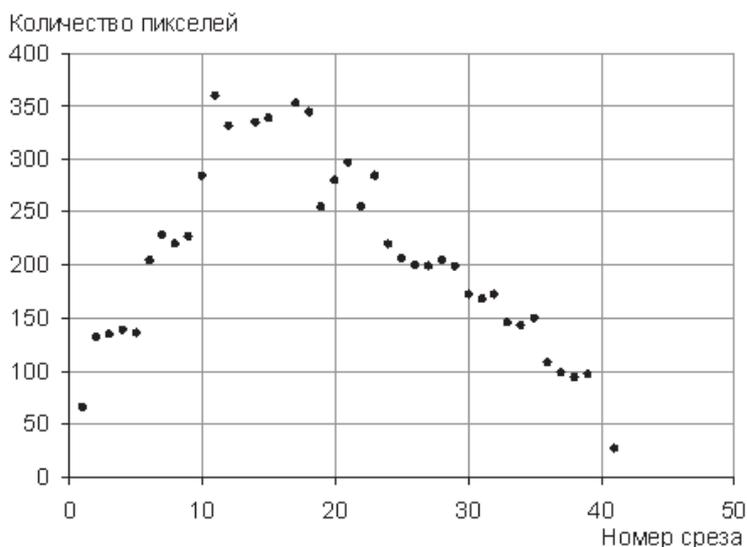


Рис. 3. Зависимость количества пикселей сигнатуры от номера среза

Коэффициент корреляции количества пикселей и энтропии сигнатуры модуля $r = 0.55$. Следовательно, параметр H является характеристикой, независимой от периметра контура изображения. На рисунке 5 показана зависимость энтропии гармоник сигнатуры модуля, нормированной на количество пикселей в теку-

щем срезе, от номера среза. Видно, что значения параметра H , близкие к максимальному значению, локализованы в диапазоне от 30 до 37-го среза.

Таким образом, показано, что параметр H может быть использован в качестве меры сложности контура медицинского изображения.

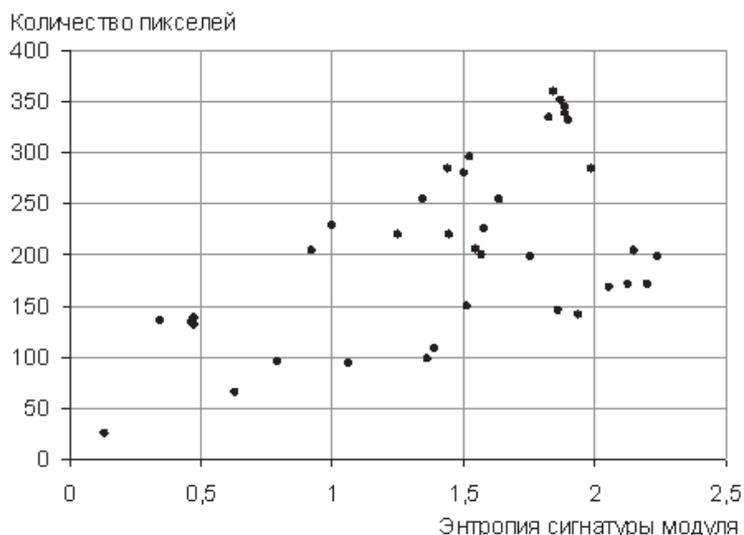


Рис. 4. Корреляционное облако количества пикселей сигнатуры модуля и энтропии гармоник сигнатуры модуля

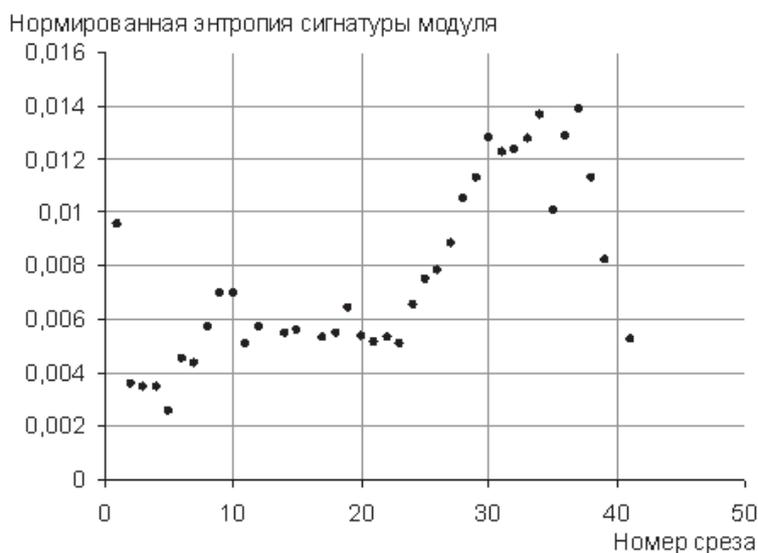


Рис. 5. Зависимость нормированной энтропии гармоник сигнатуры модуля от номера среза

Библиографический список

1. Rangayyan R.M., Nguyen T.M. Fractal analysis of contours of breast masses in mammograms // *Journal of Digital Imaging*. — 2007. — Vol. 20 (3).
2. Коновалов В.К., Шойхет Я.Н., Федоров В.В. и др. Прицельная 3d-реконструкция при изучении качественных характеристик поверхности шаровидных образований легких // *Проблемы клинической медицины*. — 2011. — №3–4.
3. Леонов С.Л., Козлов Д.Ю., Колмогоров В.Г. и др. Анализ погрешностей данных при мультиспиральной компьютерной томографии шаровидных образований легких // *Проблемы клинической медицины*. — 2011. — №3–4.
4. Шайдук А.М., Останин С.А., Коновалов В.К. и др. Проблема стандартизации масштаба при вычислении фрактальной размерности медицинских изображений // *Известия АлтГУ*. — 2012. — №73.
5. Хофер М. Компьютерная томография: базовое руководство. — 2-е изд., перераб. и доп. — М., 2008.
6. Останин С.А., Шайдук А.М. Количественная оценка сложности контура медицинских изображений: журнал радиоэлектроники. — М., 2013. — №2 (февраль) [Электронный журнал]. — <http://jre.cplire.ru/jre/feb13/9/text.html>.