

О.Н. Гончарова, Е.В. Резанова

**Моделирование двухслойных течений
с учетом испарения на границе раздела
на основе точных решений. Часть 2**

O.N. Goncharova, E.V. Rezanova

**Modeling of the Two-layer Flows by
Evaporation on the Basis of the Exact
Solutions. Part 2**

Двухслойные течения жидкости и газа изучаются с учетом испарения на границе раздела. Построены точные решения стационарной задачи. При этом на твердых непроницаемых границах выполняются условия прилипания, задано линейное относительно продольной координаты распределение температуры и условие для концентрации пара на верхней границе. На термокапиллярной границе раздела, предполагаемой недеформируемой, выполняются кинематическое и динамическое условия, условия непрерывности скорости и температуры, условие теплопереноса с учетом диффузионного потока пара, а также соотношения для баланса массы и концентрации насыщенного пара. Представлены примеры профилей скорости.

Ключевые слова: конвекция в жидкости, термокапиллярная граница раздела, испарение с границы раздела, условия на границе раздела, точные решения.

DOI 10.14258/izvasu(2013)1.2-03

Введение. Исследованию различных аспектов двухслойных течений жидкостей, в том числе жидкости и газа, посвящено много работ. Необходимость предсказания поведения жидкостей в условиях гравитационных полей различной интенсивности [1, 2] привела к изучению процессов конвекции, тепло- и массопереноса в двухслойных системах в случае, когда данные процессы сопровождаются испарением с границы раздела. В работах [3, 4] построены примеры точных решений задачи о двухслойном течении жидкости и газа в полной постановке. При этом испарение явно не учитывается, но моделируется с помощью подходящих условий для температуры на границе раз-

Two-layer flows with evaporation at interface are studied. Exact solutions of a stationary problem are constructed. At fixed boundaries the no-slip conditions, temperature, a condition for vapor concentration on the upper fixed boundary are given. Following conditions are fulfilled at thermocapillary non-deformable interface: kinematic and dynamic conditions, continuity of velocity and temperature, condition for heat transfer at interface, mass balance relation and a relation for saturated vapor concentration. Examples of velocity profiles are presented.

Key words: convection in a fluid, thermocapillary interface, evaporation through the interface, interface conditions, exact solutions.

дела [3, 4]. Построенные в цитированных работах решения могут быть названы обобщением известного решения о конвекции в горизонтальном слое со свободной границей [5]. Задача о стационарной конвекции в двухслойной бинарной системе с испарением с учетом влияния концентрационных и температурных эффектов на процесс изучается в [6]. Но граница раздела в [6] не предполагалась термокапиллярной свободной границей.

Разработке математических моделей конвекции, тепло- и массопереноса посвящены монографии [7, 8]. В них представлены постановки задач о гравитационной тепловой конвекции в системе двух несмешивающихся жидкостей, термодиффузионном движении и результаты исследований вопросов о конвективной неустойчивости системы горизонтальных слоев несмешивающихся жидкостей с деформируемой границей раздела. Отметим, что вопросу формулировки условий на границе раздела уделяется особое внимание в [1, 2, 9–13]. В [14] предложен обзор результатов о

Работа выполнена в рамках проекта №7.3975.2011 (поддержан Министерством образования и науки РФ) и программы стратегического развития ФГБОУ ВПО "Алтайский государственный университет" на 2012–2016 годы "Развитие Алтайского государственного университета в целях модернизации экономики и социальной сферы Алтайского края и регионов Сибири мероприятие "Конкурс грантов" (№2013.312.1.66).

построении обобщений решений Бириха для задач двухслойных течений несмешивающихся жидкостей, также при наличии концентрационных эффектов.

В настоящей работе изучается стационарная конвекция жидкости и газа (смеси газа и пара) на основе точных решений системы уравнений Навье-Стокса в приближении Обербека-Буссинеска [15]. Поскольку верхний слой представляет собой смесь газа и пара жидкости, следует рассмотреть также процесс диффузии газа с учетом эффекта Дюфура.

1. Точные решения задачи о двухслойных течениях с испарением. Пусть введены следующие обозначения: u, v — проекции вектора скорости на оси Ox и Oy декартовой системы координат; p' — модифицированное давление (отклонение от гидростатического давления), $p' = p - \rho \mathbf{g} \cdot \mathbf{x}$; p — давление; T — температура; C — концентрация пара в верхнем слое; ρ — плотность; ν — коэффициент кинематической вязкости; χ — коэффициент температуропроводности; D — коэффициент диффузии пара; β — коэффициент теплового расширения; γ — концентрационный коэффициент плотности; коэффициент δ характеризует эффект Дюфура. Пусть система координат выбрана таким образом, что вектор силы тяжести направлен противоположно оси Oy . На рисунке 1 изображена система двух бесконечных горизонтальных слоев вязких несжимаемых жидкостей с твердыми верхней и нижней границами $y = h$, $y = -1$ и границей раздела $y = 0$.

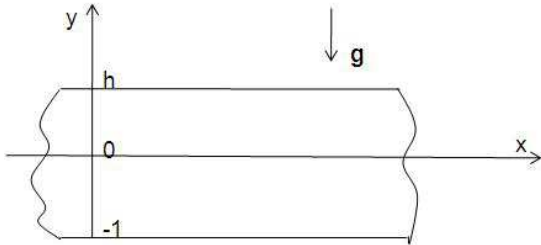


Рис. 1. Геометрия области течения

В рассматриваемой задаче процессы динамики и переноса тепла в нижнем слое изучаются с помощью уравнений Обербека-Буссинеска [7]. Процессы динамики, теплопереноса и диффузии пара (как пассивной примеси) в верхнем слое описываются также уравнениями Навье-Стокса в приближении Обербека-Буссинеска и уравнением диффузии [7, 15].

Следующие соотношения определяют скорость жидкости в нижнем слое, ее температуру и давление [15]:

$$u_1 = \frac{g}{\nu_1} \beta_1 (a_2^1 \frac{y^4}{24} + A \frac{y^3}{6}) + c_1 \frac{y^2}{2} + c_2 y + c_3, \quad (1)$$

$$p'_1 = \rho_1 \nu_1 (\frac{g}{\nu_1} \beta_1 (A y + a_2^1 \frac{y^2}{2}) + c_1) x + \frac{y^8}{8} k_7 + \frac{y^7}{7} k_6 + \frac{y^6}{6} k_5 + \frac{y^5}{5} k_4 + \frac{y^4}{4} k_3 + \frac{y^3}{3} k_2 + \frac{y^2}{2} k_1 + y k_0 + \tilde{c}_3. \quad (2)$$

$$T_1 = (A + a_2^1 y) x + \frac{y^7}{42} \left\{ \frac{g a_2^1}{24 \nu_1 \chi_1} \beta_1 a_2^1 \right\} + \frac{y^6}{30} \left\{ \frac{g A}{24 \nu_1 \chi_1} \beta_1 a_2^1 + \frac{g a_2^1}{6 \nu_1 \chi_1} \beta_1 A \right\} + \frac{y^5}{20} \left\{ \frac{g A}{6 \nu_1 \chi_1} \beta_1 A + \frac{c_1 a_2^1}{2 \chi_1} \right\} + \frac{y^4}{12} \left\{ \frac{c_1 A}{2 \chi_1} + \frac{c_2 a_2^1}{\chi_1} \right\} + \frac{y^3}{6} \left\{ \frac{c_2 A}{\chi_1} + \frac{c_3 a_2^1}{\chi_1} \right\} + \frac{y^2}{2} \frac{c_3 A}{\chi_1} + y c_4 + c_5. \quad (3)$$

Продольная скорость, давление, температура и концентрация пара в верхнем слое представляют собой следующие зависимости:

$$u_2 = \frac{g}{\nu_2} \left\{ \frac{y^3}{6} (\beta_2 A + \gamma b_1) + \frac{y^4}{24} (\beta_2 a_2^2 + \gamma b_2) \right\} + \bar{c}_1 \frac{y^2}{2} + \bar{c}_2 y + \bar{c}_3, \quad (4)$$

$$p'_2 = \rho_2 \nu_2 \left(\frac{g}{\nu_2} \left\{ \beta_2 (A y + a_2^2 \frac{y^2}{2}) + \gamma (b_1 y + b_2 \frac{y^2}{2}) \right\} \bar{c}_1 \right) x + \frac{y^8}{8} \bar{k}_7 + \frac{y^7}{7} \bar{k}_6 + \frac{y^6}{6} \bar{k}_5 + \frac{y^5}{5} \bar{k}_4 + \frac{y^4}{4} \bar{k}_3 + \frac{y^3}{3} \bar{k}_2 + \frac{y^2}{2} \bar{k}_1 + y \bar{k}_0 + \tilde{c}_4, \quad (5)$$

$$T_2 = (A + a_2^2 y) x + \frac{y^7}{1008} \left[\frac{g a_2^2}{\chi_2 \nu_2} (\beta_2 a_2^2 + \gamma b_2) - \delta \frac{b_2}{D} \left(\frac{g \beta_2 a_2^2}{\nu_2} + \frac{g \gamma b_2}{\nu_2} \right) \right] + \frac{y^6}{720} \left[\frac{g A}{\chi_2 \nu_2} (\beta_2 a_2^2 + \gamma b_2) + \frac{g a_2^2}{4 \chi_2 \nu_2} (\beta_2 A + \gamma b_1) - \delta \left(\frac{b_1}{D} \left(\frac{g \beta_2 a_2^2}{\nu_2} + \frac{g \gamma b_2}{\nu_2} \right) + 4 \frac{b_2}{D} \left(\frac{g \beta_2 A}{\nu_2} + \frac{g \gamma b_1}{\nu_2} \right) \right) \right] + \frac{y^5}{120} \left[\frac{g A}{\chi_2 \nu_2} (\beta_2 A + \gamma b_1) + \frac{g a_2^2 \bar{c}_1}{3 \chi_2 \nu_2} - \delta \left(\frac{b_1}{D} \left(\frac{g \beta_2 A}{\nu_2} + \frac{g \gamma b_1}{\nu_2} \right) + \frac{b_2}{D} 3 \bar{c}_1 \right) \right] + \frac{y^4}{24} \left[\frac{g A \bar{c}_1}{\chi_2 \nu_2} + \frac{g A \bar{c}_2}{2 \chi_2 \nu_2} - \delta \left(\bar{c}_1 \frac{b_1}{D} + 2 \bar{c}_2 \frac{b_2}{D} \right) \right] + \frac{y^3}{6} \left[\frac{g (A \bar{c}_2 + a_2^2 \bar{c}_3)}{\chi_2 \nu_2} - \delta \left(\bar{c}_2 \frac{b_1}{D} + \bar{c}_3 \frac{b_2}{D} \right) \right] + \frac{y^2}{2} \left[\frac{g A \bar{c}_3}{\chi_2 \nu_2} - \delta \bar{c}_3 \frac{b_1}{D} \right] + y \bar{c}_4 + \bar{c}_5, \quad (6)$$

$$C = (b_1 + b_2 y) x + \frac{y^7}{1008} \left[\frac{b_2}{D} \left(\frac{g \beta_2 a_2^2}{\nu_2} + \frac{g \gamma b_2}{\nu_2} \right) \right] + \frac{y^6}{720} \left[\frac{b_1}{D} \left(\frac{g \beta_2 a_2^2}{\nu_2} + \frac{g \gamma b_2}{\nu_2} \right) + 4 \frac{b_2}{D} \left(\frac{g \beta_2 A}{\nu_2} + \frac{g \gamma b_1}{\nu_2} \right) \right] + \frac{y^5}{120} \left[\frac{b_1}{D} \left(\frac{g \beta_2 A}{\nu_2} + \frac{g \gamma b_1}{\nu_2} \right) + \frac{b_2}{D} 3 \bar{c}_1 \right] + \frac{y^4}{24} \left[\bar{c}_1 \frac{b_1}{D} + 2 \bar{c}_2 \frac{b_2}{D} \right] + \frac{y^3}{6} \left[\bar{c}_2 \frac{b_1}{D} + \bar{c}_3 \frac{b_2}{D} \right] + \frac{y^2}{2} \bar{c}_3 \frac{b_1}{D} + \bar{c}_6 y + \bar{c}_7. \quad (7)$$

При этом полагается, что $v_i = 0$ ($i = 1, 2$). Здесь $p'_1 = p_1 + \rho g y$, $p'_2 = p_2 + \rho g y$, а коэффициенты k_0, \dots, k_7 , $\bar{k}_0, \dots, \bar{k}_7$, имеют вид:

$$k_7 = \frac{1}{1008} (g \beta_1 a_2^1)^2 \frac{\rho_1}{\nu_1 \chi_1}, \quad k_6 = \frac{1}{144} (g \beta_1)^2 \frac{\rho_1}{\nu_1 \chi_1} a_2^1 A,$$

$$k_5 = \frac{1}{120} g \rho_1 \beta_1 \left(\frac{gA}{\nu_1 \chi_1} \beta_1 A + \frac{3c_1 a_2^1}{\chi_1} \right),$$

$$k_4 = \frac{1}{24} \frac{g \rho_1 \beta_1}{\chi_1} (c_1 A + 2c_2 a_2^1),$$

$$k_3 = \frac{1}{6} \frac{g \rho_1 \beta_1}{\chi_1} (c_2 A + c_3 a_2^1), \quad k_2 = \frac{1}{2} \frac{g \rho_1 \beta_1}{\chi_1} c_3 A,$$

$$k_1 = g \rho_1 \beta_1 c_4, \quad k_0 = g \rho_1 \beta_1 c_5,$$

$$\bar{k}_7 = \frac{\rho_2 g}{1008} \left[\beta_2 \left[\frac{g a_2^2}{\chi_2 \nu_2} (\beta_2 a_2^2 + \gamma b_2) - \delta \frac{b_2}{D} \left(\frac{g \beta_2 a_2^2}{\nu_2} + \frac{g \gamma b_2}{\nu_2} \right) \right] + \gamma \frac{b_2}{D} \left(\frac{g \beta_2 a_2^2}{\nu_2} + \frac{g \gamma b_2}{\nu_2} \right) \right],$$

$$\bar{k}_6 = \frac{\rho_2 g}{720} \left[\beta_2 \left[\frac{gA}{\chi_2 \nu_2} (\beta_2 a_2^2 + \gamma b_2) + \frac{g a_2^2}{4 \chi_2 \nu_2} (\beta_2 A + \gamma b_1) - \delta \left(\frac{b_1}{D} \left(\frac{g \beta_2 a_2^2}{\nu_2} + \frac{g \gamma b_2}{\nu_2} \right) + 4 \frac{b_2}{D} \left(\frac{g \beta_2 A}{\nu_2} + \frac{g \gamma b_1}{\nu_2} \right) \right) \right] + \gamma \left[\frac{b_1}{D} \left(\frac{g \beta_2 a_2^2}{\nu_2} + \frac{g \gamma b_2}{\nu_2} \right) + 4 \frac{b_2}{D} \left(\frac{g \beta_2 A}{\nu_2} + \frac{g \gamma b_1}{\nu_2} \right) \right] \right],$$

$$\bar{k}_5 = \frac{\rho_2 g}{120} \left[\beta_2 \left[\frac{gA}{\chi_2 \nu_2} (\beta_2 A + \gamma b_1) + \frac{g a_2^2 \bar{c}_1}{3 \chi_2 \nu_2} - \delta \left(\frac{b_1}{D} \left(\frac{g \beta_2 A}{\nu_2} + \frac{g \gamma b_1}{\nu_2} \right) + \frac{b_2}{D} 3 \bar{c}_1 \right) \right] + \gamma \left[\frac{b_1}{D_2} \left(\frac{g \beta_2 A}{\nu_2} + \frac{g \gamma b_1}{\nu_2} \right) + \frac{b_2}{D_2} 3 \bar{c}_1 \right] \right],$$

$$\bar{k}_4 = \frac{\rho_2 g}{24} \left[\beta_2 \left[\frac{g A \bar{c}_1}{\chi_2 \nu_2} + \frac{g A \bar{c}_2}{2 \chi_2 \nu_2} - \delta \left(\bar{c}_1 \frac{b_1}{D} + 2 \bar{c}_2 \frac{b_2}{D} \right) \right] + \gamma \left(\bar{c}_1 \frac{b_1}{D} + 2 \bar{c}_2 \frac{b_2}{D} \right) \right],$$

$$\bar{k}_3 = \frac{\rho_2 g}{6} \left[\beta_2 \left[\frac{g (A \bar{c}_2 + a_2^2 \bar{c}_3)}{\chi_2 \nu_2} - \delta \left(\bar{c}_2 \frac{b_1}{D} + \bar{c}_3 \frac{b_2}{D} \right) \right] + \gamma \left(\bar{c}_2 \frac{b_1}{D} + \bar{c}_3 \frac{b_2}{D} \right) \right],$$

$$\bar{k}_2 = \frac{\rho_2 g}{2} \left[\beta_2 \left[\frac{g A \bar{c}_3}{\chi_2 \nu_2} - \delta \bar{c}_3 \frac{b_1}{D} \right] + \gamma \bar{c}_3 \frac{b_1}{D} \right],$$

$$\bar{k}_1 = \rho_2 g [\beta_2 \bar{c}_4 + \gamma \bar{c}_6], \quad \bar{k}_0 = \rho_2 g [\beta_2 \bar{c}_5 + \gamma \bar{c}_7].$$

Все неизвестные константы (так называемые константы интегрирования) будут определены с помощью граничных условий задачи.

2. Граничные условия на твердых границах и на границе раздела.

1. На верхней $y = h$ и нижней $y = -1$ твердых непроницаемых границах должны быть выполнены условия прилипания:

$$u_2(h) = 0, \quad u_1(-1) = 0. \quad (8)$$

2. Пусть на твердых границах температура распределена линейно относительно продольной координаты:

$$T_1|_{y=-1} = A_1 x + \vartheta^-, \quad T_2|_{y=h} = A_2 x + \vartheta^+. \quad (9)$$

Полагая A , $A_1 = A + a_2^1(-1)$, $A_2 = A + a_2^2 h$ заданными константами, находим a_2^1 , a_2^2 . Заданные параметры ϑ^- и ϑ^+ определяют поперечный перепад температуры.

3. Условие для концентрации пара в газовой среде используют в двух вариантах. В первом полагаем, что поток концентрации на верхней границе равен нулю:

$$\frac{\partial C}{\partial y} \Big|_{y=h} = 0. \quad (10)$$

Второй вариант состоит в предположении, что концентрация пара на верхней границе равна нулю [6]:

$$C|_{y=h} = 0. \quad (11)$$

4. На границе раздела сред выполняются условия непрерывности скорости и температуры:

$$u_1(0) = u_2(0), \quad T_1|_{y=0} = T_2|_{y=0}. \quad (12)$$

5. Распределение температуры также удовлетворяет условию теплопереноса, учитывающего эффект Дюфура:

$$\kappa_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} - \kappa_2 \frac{\partial T_2}{\partial y} - \delta \kappa_2 \frac{\partial C}{\partial y} \Big|_{y=0} = -\lambda M_0. \quad (13)$$

Здесь λ — теплота испарения; M_0 — масса жидкости, испаряющейся с единицы площади поверхности в единицу времени; κ_1 и κ_2 — коэффициенты теплопроводности.

6. Уравнение баланса масс на границе раздела имеет следующий вид:

$$M_0 = -D \rho_2 \frac{\partial C}{\partial y} \Big|_{y=0}. \quad (14)$$

7. Концентрация насыщенного пара находится с помощью уравнения Клапейрона-Клаузиуса:

$$C|_{y=0} = C_* \exp \left[\frac{\lambda \mu}{RT_0^2} T_2|_{y=0} \right].$$

Здесь C_* — концентрация насыщения пара при $T_2 = 0$; μ — молекулярный вес испаряющейся жидкости; R — газовая постоянная; T_0 — температура, принятая за начало отсчета (например, $20^\circ C$) [6]. Для не слишком больших значений T_2 может быть использовано линеаризованное уравнение:

$$C|_{y=0} = C_* [1 + \varepsilon T_2|_{y=0}], \quad \varepsilon = \frac{\lambda \mu}{RT_0^2}. \quad (15)$$

8. Кроме вышеперечисленных условий на границе раздела двух сред должны выполняться кинематическое и динамическое условия. Кинематическое условие выполняется автоматически, исходя из вида функции скорости (см.: [15]). Проекция динамического условия

на касательный вектор записывается следующим образом:

$$\rho_1 \nu_1 u_{1y} = \rho_2 \nu_2 u_{2y} + \sigma_T \frac{\partial T_2}{\partial x}, \quad (16)$$

где σ_T — температурный коэффициент поверхностного натяжения σ . Пусть имеет место линейная зависимость поверхностного натяжения от температуры ($\sigma = \sigma_0 + \sigma_T(T - T_0)$). В случае нормального термокапиллярного эффекта имеем $\sigma_T < 0$.

9. Так как рассматривается случай недеформируемой границы, то будем использовать условие замкнутости потока (см.: [6, 7]):

$$\int_{-1}^0 u_1 dy = 0, \quad \int_0^h u_2 dy = 0. \quad (17)$$

С помощью заданных условий (8)–(17) определяются константы $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, \bar{c}_1, \bar{c}_2, \bar{c}_3, \bar{c}_4, \bar{c}_5, M_0$ для нахождения профилей скорости и температуры для обеих сред и концентрации пара в газе (формулы (1), (4), (3), (6), (7)).

3. Примеры двухслойных течений.

В работе проводятся исследования течения бензина, сопровождаемого потоком воздуха, содержащего пары бензина [6]. Пусть высота нижнего слоя 1 см, а верхнего — h см. Значения основных параметров задачи в данном случае таковы: $\rho_1 = 0.73$ (г/см³) — плотность жидкости, $\rho_2 = 1.35 \cdot 10^{-3}$ (г/см³) — плотность газа, $\nu_1 = 7 \cdot 10^{-3}$ (см²/сек) — коэффициент кинематической вязкости жидкости, $\nu_2 = 0.135$ (см²/сек) — коэффициент кинематической вязкости газа, $\beta_1 = 1.06 \cdot 10^{-3}$ (К⁻¹) — коэффициент теплового расширения жидкости, $\beta_2 = 3.66 \cdot 10^{-3}$ (К⁻¹) — коэффициент теплового расширения газа, $\gamma = -0.62$ — концентрационный коэффициент плотности, $\varepsilon = 0.0326$ (К⁻¹), $C_* = 0.215$ — концентрация насыщения пара при $T_2 = 0^\circ\text{C}$, $\kappa_1 = 2.8 \cdot 10^{-4}$ (кал/(см·сек·К)) — коэффициент теплопроводности жидкости, $\kappa_2 = 0.622 \cdot 10^{-4}$ (кал/(см·сек·К)) — коэффициент теплопроводности газа, $\sigma_T = -0.1$ (дин/(см·К)) — температурный коэффициент поверхностного натяжения, $D = 0.092$ (см²/сек) — коэффициент диффузии пара в верхнем слое.

На рисунках 2 ($g = 981$ см/сек²) и 5 ($g = 9.81$ см/сек²) представлены профили скоростей течений бензина и воздуха при различных значениях продольного градиента A_1 температуры, заданной на нижней твердой границе (при $y = -1$). Для концентрации паров бензина на верхней границе $y = h$ используется условие (11) (поглощение пара). Этому условию соответствует задание градиента температуры $A = 0$ (см. (3), (6)).

Аналогично может быть рассмотрена система «жидкость — газ», где роль испаряющейся жидкости играет этанол, а газ, под действием которого происходит испарение, — азот [10]. Тогда будут

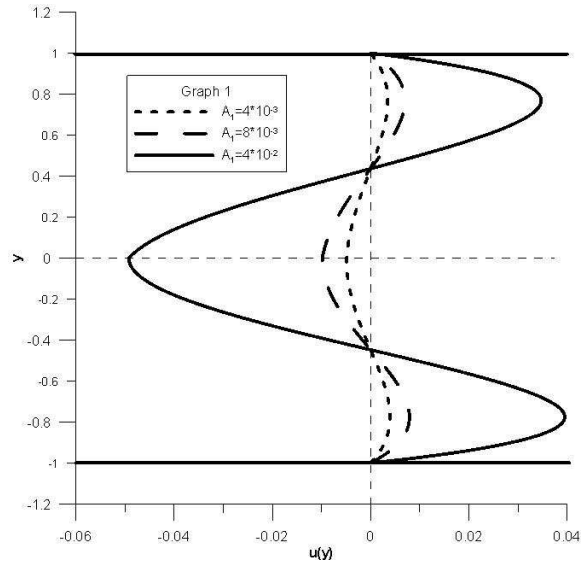


Рис. 2. Случай граничного условия (11) для концентрации пара. Профили скоростей в системе «бензин—воздух» при различных значениях продольного градиента температуры A_1 , заданного при $y = -1$. Здесь $h = 1, g = 981$

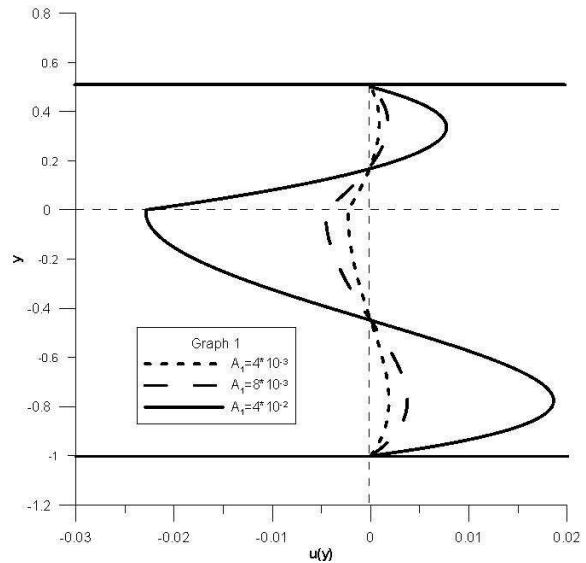


Рис. 3. Случай граничного условия (11) для концентрации пара. Профили скоростей в системе «этанол—азот» при различных значениях продольного градиента температуры A_1 , заданного при $y = -1$. Здесь $h = 0.5, g = 981$

использоваться следующие значения параметров: $\rho_1 = 0.79$ (г/см³) — плотность жидкости, $\rho_2 = 1.2 \cdot 10^{-3}$ (г/см³) — плотность газа, $\nu_1 = 0.015$ (см²/сек) — коэффициент кинематической вязкости жидкости, $\nu_2 = 0.15$ (см²/сек) — коэффициент кинематической вязкости газа, $\beta_1 = 1.08 \cdot 10^{-3}$ (К⁻¹) — коэффициент теплового расширения жидкости, $\beta_2 = 3.67 \cdot 10^{-3}$ (К⁻¹) — коэффи-

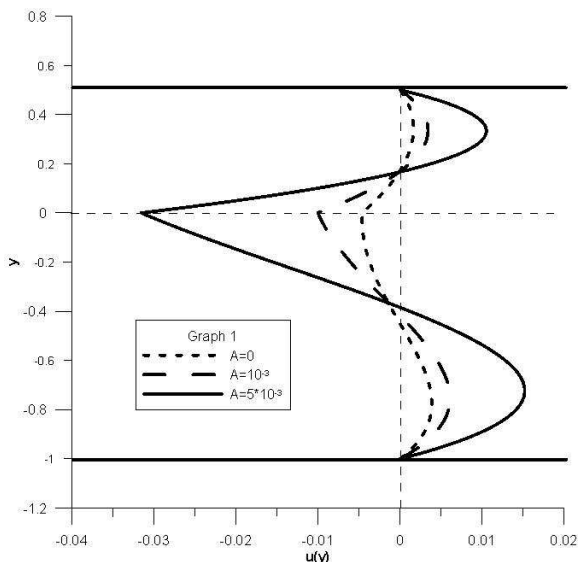


Рис. 4. Случай граничного условия (10) для концентрации пара. Профили скоростей в системе «бензин—воздух» при различных значениях продольного градиента температуры A . Здесь $h = 0.5$, $A_1 = 4 \cdot 10^{-3}$, $g = 981$

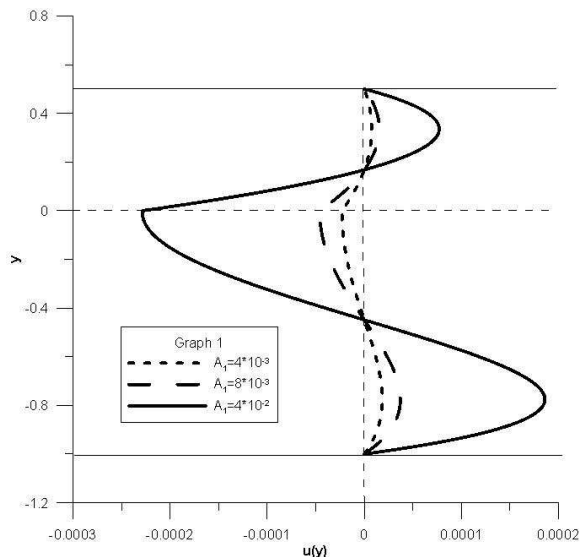


Рис. 6. Случай граничного условия (11) для концентрации пара. Профили скоростей в системе «этанол—азот» при различных значениях продольного градиента температуры A_1 , заданного при $y = -1$. Здесь $h = 0.5$, $g = 9.81$

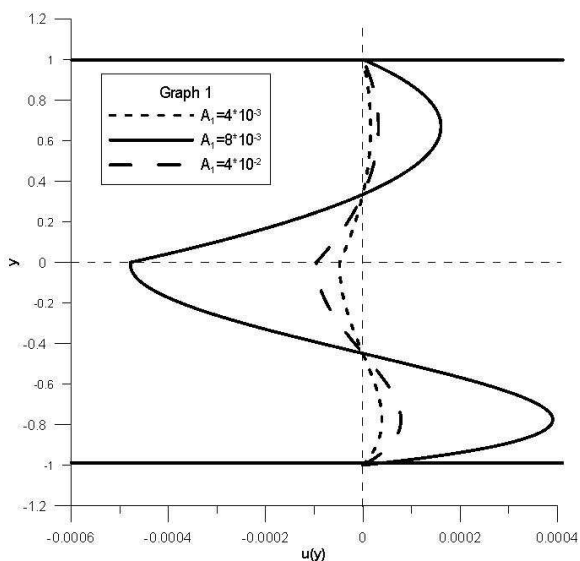


Рис. 5. Случай граничного условия (11) для концентрации пара. Профили скоростей в системе «бензин—воздух» при различных значениях продольного градиента температуры A_1 , заданного при $y = -1$. Здесь $h = 1$, $g = 9.81$

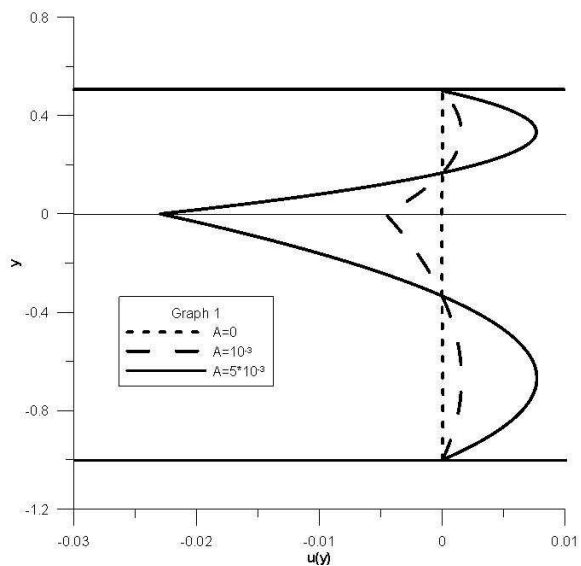


Рис. 7. Случай граничного условия (10) для концентрации пара. Профили скоростей в системе «бензин—воздух» при различных значениях продольного градиента температуры A . Здесь $h = 0.5$, $A_1 = 4 \cdot 10^{-3}$, $g = 9.81$

коэффициент теплового расширения газа, $\gamma = -0.62$ — концентрационный коэффициент плотности, $\varepsilon = 0.01$ (K^{-1}), $C_* = 0.1$ — концентрация насыщения пара при $T_2 = 0^{\circ}C$, $\kappa_1 = 4 \cdot 10^{-4}$ (кал/(см·сек·К)) — коэффициент теплопроводности жидкости, $\kappa_2 = 0.65 \cdot 10^{-4}$ (кал/(см·сек·К)) — коэффициент теплопроводности жидкости, $\sigma_T = -0.08$ (дин/(см·К)) — температурный коэф-

фициент поверхностного натяжения, $D = 0.135$ (cm^2/sec) — коэффициент диффузии пара.

Рисунки 3 ($g = 981$ см/сек²) и 6 ($g = 9.81$ см/сек²) иллюстрируют профили скоростей течения этанола и азота при различных значениях продольного градиента температуры A_1 в условиях нормальной и слабой гравитации, соответственно. Концентрация паров этанола на границе $y = h$ в этом случае удовлетворяет условию (11).

На рисунках 4 ($g = 981 \text{ см/сек}^2$) и 7 ($g = 9.81 \text{ см/сек}^2$) представлены профили скоростей двухслойных течений бензина и воздуха при различных значениях продольного градиента температуры A в случае равенства нулю потока пара на верхней границе $y = h$ вместо условия (11).

Заключение. Точные решения, построенные для уравнений Навье-Стокса в приближении Обербека-Буссинеска, описывают стационарные двухслойные течения жидкости и газа с учетом испарения жидкости на недеформируемой термокапиллярной границе раздела. При этом на твердых непроницаемых границах выполнены условия прилипания, задано линейное относительно продольной координаты распределение темпера-

туры. Исследования проведены в случае, когда на твердой границе слоя, заполненного газом, предполагается выполнение одного из двух условий: равенство нулю потока пара или поглощение пара границей. На границе раздела выполняются кинематическое и динамическое условия, условия непрерывности скорости и температуры, а также условие теплопереноса, баланса массы и соотношение, определяющее концентрацию насыщенного пара. Постановка задачи дополнена условиями замкнутости потоков. Примеры двумерных течений представлены в виде профилей скорости для систем «жидкость–газ» вида «бензин–воздух» и «этанол–азот» в условиях нормальной и слабой гравитации.

Библиографический список

- Iorio C.S., Goncharova O.N., Kabov O.A. Study of evaporative convection in an open cavity under shear stress flow // *Microgravity Sci. Technol.* — 2009. — №21(1).
- Iorio C.S., Goncharova O.N., Kabov O.A. Heat and mass transfer control by evaporative thermal patterning of thin liquid layers // *Computational Thermal Sci.* — 2011. — №3(4).
- Гончарова О.Н., Кабов О.А. Гравитационно-термокапиллярная конвекция жидкости в горизонтальном слое при спутном потоке газа // *Доклады РАН.* — 2009. — Т. 426, №2.
- Goncharova O.N., Kabov O.A. Mathematical and numerical modeling of convection in a horizontal layer under co-current gas flow // *Int. Journal of Heat and Mass Transfer.* — 2010. — Vol. 53.
- Бирих Р.В. О термокапиллярной конвекции в горизонтальном слое жидкости // *ПМТФ.* — 1966. — №3.
- Шлиомис М.И., Якушин В.И. Конвекция в двухслойной бинарной системе с испарением // *Гидродинамика.* — 1972. — №4.
- Андреев В.К., Гапоненко Ю.А., Гончарова О.Н., Пухначев В.В. Современные математические модели конвекции. — М., 2008.
- Andreev V.K., Gaponenko Yu.A., Goncharova O.N., Pukhnachov V.V. Mathematical models of convection (de Gruyter Studies in Mathematical Physics. — Berlin; Boston, 2012.
- Гончарова О.Н. Математическая модель формирования сферических оболочек в условиях кратковременной невесомости // *Динамика сплошной среды.* — 1987. — №82.
- Гончарова О.Н. Моделирование течений в условиях тепло- и массопереноса на границе // *Известия АлтГУ.* — 2012. — №1/2(73).
- Margerit J., Colinet P., Lebon G., Iorio C.S., Legros J.C. Interfacial nonequilibrium and Benard-Marangoni instability of a liquid-vapor system // *Phys. Rev.* — 2003. — Vol. E 68.
- Кузнецов В.В. Условия переноса тепла и массы на границе раздела «жидкость–газ» при диффузионном испарении // *Journal of Siberian Federal. Mathematics and Physics.* — 2010. — Vol. 3(2).
- Братухин Ю.К., Макаров С.О. Конвекция в двухслойной бинарной системе с испарением // *Термо- и концентрационно-капиллярные эффекты в сложных системах/* — Екатеринбург, 2003.
- Андреев В.К., Бекежанова В.Б. Устойчивость неизотермических жидкостей. — Красноярск, 2010.
- Гончарова О.Н., Резанова Е.В. Моделирование двухслойных течений с учетом испарения на границе раздела на основе точных решений. Часть 1 // *Известия АлтГУ.* — 2013. — №1/1 (77).