

*О. В. Махныткина***Моделирование и оптимизация индивидуальной образовательной траектории студента***O. V. Mahnitkina***Modeling and Optimization of an Individual Educational Trajectory of a Student**

Сформулирована задача оценки уровня сформированности компетентности студента на основе анализа федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования 3-го поколения. Предложен новый подход к оптимизации индивидуальной образовательной траектории студента на основе метода динамического программирования.

**Ключевые слова:** оценка компетентности, индивидуальная образовательная траектория, динамическое программирование, принцип оптимальности Беллмана.

DOI 10.14258/izvasu(2013)1.2-15

В настоящее время подготовка студентов производится на основании федеральных государственных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) третьего поколения, определяющих требования к результатам освоения основных образовательных программ (ООП) подготовки в терминах компетенций. Данный подход описывает лишь результат образовательной деятельности, но не определяет набор дисциплин подготовки. Не менее одной трети вариативной части суммарно по циклам Б.1, Б.2 и Б.3 образовательной программы составляют дисциплины по выбору студента, что составляет около 15% от объема ООП. Частью учебной практики является научно-исследовательская деятельность, от тематики которой зависит перечень формируемых компетенций. Трудоемкость научно-исследовательской деятельности может достигать до 5% ООП. Оценка качества освоения ООП включает итоговую государственную аттестацию, трудоемкость которой составляет около 5%. Таким образом, четверть ООП носит вариативный характер и зависит от выбора студента, что существенно отражается на результатах формирования различных компетенций. В связи с этим важной является проблема построения индивидуальной образовательной траектории студента в виде последовательности изучаемых дисциплин, выбора тематики научно-исследовательской деятельности и дипломного проекта.

В статье рассматриваются постановка и решение задачи нахождения оптимальной индивидуальной образовательной траектории студента на основе компетентностного подхода.

The article formulates the problem of an assessment of student's competence level basing on the analysis of Federal State Educational Standards of Higher Education of the 3rd generation. It is offered to apply new approach to optimize an individual educational trajectory of a student on the basis of the dynamic programming method.

**Key words:** assessment of competence, individual educational trajectory, dynamic programming, principle of an optimality of Bellman.

В общем виде оценку уровня сформированности компетентности можно записать в следующем виде.

Обозначим  $M^t = \{1, 2, \dots, m^t\}$  — множество модулей дисциплин учебных циклов и разделов, которые осваивает студент в семестре  $t$ . Трудоемкость каждого модуля дисциплины или раздела обозначим  $z_m^t$ , при этом общая трудоемкость по всем дисциплинам и разделам семестра  $t$  составляет  $z^t = \sum_{m=1}^{m_t} z_m^t$  зачетных единиц.

По каждой дисциплине и разделу вузом разрабатываются конкретные формы и процедуры текущего и промежуточного контроля знаний, включающие типовые задания, контрольные работы, тесты и методы контроля, позволяющие оценить знания, умения и уровень приобретенных компетенций. Множество результатов освоения образовательной программы студентом в семестре  $t$  обозначим  $X_{\text{ООП}}^t = (x_1^t, \dots, x_{m^t}^t)$ . Множество результатов научно-исследовательской работы студента в семестре  $t$  обозначим  $X_{\text{НИРС}}^t = (x_{m^t+1}^t, \dots, x_{m^t+p^t}^t)$ , при этом  $p^t$  — количество достижений студента в научно-исследовательской деятельности в семестре  $t$  будет различным для каждого студента. Множество оцениваемых в семестре  $t$  социально-личностных характеристик студента обозначим  $X_{\text{СЛ}}^t = (x_{m^t+p^t+1}^t, \dots, x_{m^t+p^t+q^t}^t)$ , где  $q^t$  — количество оцениваемых характеристик студента в семестре  $t$ . Таким образом, оценка компетентности студента производится на основании множества оценок  $X^t = X_{\text{ООП}}^t \cup X_{\text{НИРС}}^t \cup X_{\text{СЛ}}^t = (x_1^t, \dots, x_r^t, \dots, x_{m^t+p^t+q^t}^t)$ , при этом  $x_r^t \in X_r^t$ , где  $X_r^t$  — множество возможных значений переменной  $x_r^t$ .

В работе [1] авторами выделены уровни сформированности компетентности: интегральная компетентность  $y_0^t$ , обобщающие компетенции  $y_i^t$  ( $i = \overline{1, 2}$ ), промежуточные компетенции  $y_{ij}^t$  ( $i = \overline{1, 2}, j = \overline{1, i+2}$ ), частные компетенции  $y^t = \{y_{ijk}^t\}$  ( $i = \overline{1, 2}, j = \overline{1, i+2}, k = \overline{1, k_{ij}}$ , где  $k_{ij}$  — количество частных компетенций, формирующих промежуточную компетенцию  $y_{ij}^t$ ). Множество всех компетенций обозначим  $Y^t = \{y_0^t, y_i^t, y_{ij}^t, y_{ijk}^t\}$ .

Для описания взаимосвязи элементов множества  $X^t$  с множеством частных компетенций  $y^t = \{y_{ijk}^t\}$  введем следующую переменную:

$$\delta_{rijk}^t = \begin{cases} 1, & \text{если показатель } r \text{ в оценке компетенции } y_{ijk}^t \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Трудоемкость формирования компетенции  $y_{ijk}^t$  в процессе освоения модуля дисциплины/раздела/подготовке научно-исследовательской работы  $r$  обозначим  $z_{rijk}^t$ , тогда трудоемкость компетенции

$$z_{ijk}^t = \sum_{r|\delta_{rijk}^t \neq 0} z_{rijk}^t.$$

Таким образом, задача оценивания уровня сформированности компетентности студента заключается в вычислении при известных значениях переменных  $x_r^t$ ,  $\delta_{rijk}^t$ ,  $z_{rijk}^t$  значения оценки  $y_0^t = F(x_r^t, \delta_{rijk}^t, z_{rijk}^t)$ , или в развернутом виде [1]:

$$\begin{cases} y_{ijk}^t = F_{ijk}^t(x_r^t, \delta_{rijk}^t, z_{rijk}^t) \\ y_{24}^t = F_{24}^t(y_{241}^t, y_{242}^t, \dots, y_{24k_{24}}^t) \\ y_{23}^t = F_{23}^t(y_{231}^t, y_{232}^t, \dots, y_{23k_{23}}^t) \\ y_{22}^t = F_{22}^t(y_{221}^t, y_{222}^t, \dots, y_{22k_{22}}^t) \\ y_{21}^t = F_{21}^t(y_{211}^t, y_{212}^t, \dots, y_{21k_{21}}^t) \\ y_{13}^t = F_{13}^t(y_{131}^t, y_{132}^t, \dots, y_{13k_{13}}^t) \\ y_{12}^t = F_{12}^t(y_{121}^t, y_{122}^t, \dots, y_{12k_{12}}^t) \\ y_{11}^t = F_{11}^t(y_{111}^t, y_{112}^t, \dots, y_{11k_{11}}^t) \\ y_2^t = F_2^t(y_{21}^t, y_{22}^t, y_{23}^t, y_{24}^t) \\ y_1^t = F_1^t(y_{11}^t, y_{12}^t, y_{13}^t) \\ y_0^t = F_0^t(y_1^t, y_2^t) \end{cases}$$

При этом параметры модели должны удовлетворять следующим ограничениям:

— ограничение на общую трудоемкость основной образовательной программы:

$$\sum_{i=1}^8 z^i = 240;$$

— ограничение на суммарную трудоемкость компетенций:

$$\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{i+2} \sum_{k=1}^{k_{ij}} z_{mijk}^t = z_m^t;$$

— необходимо учитывать, что в процессе освоения ООП должны быть созданы условия для формирования всех частных компетенций  $y_{ijk}^t$ :

$$\sum_{i=1}^8 \sum_{r=1}^{m^i} \delta_{rijk}^t > 0;$$

— необходимо учитывать, что каждый показатель участвует в оценке компетенции  $y_{ijk}^t$ :

$$\sum_{i=1}^8 \sum_{r=1}^{m^i+p^i+q^i} \delta_{rijk}^t > 0.$$

Выделим в соответствии со структурой ООП следующие подмножества  $X_{\text{ООП}}^t$ :

$X_{\text{ГСЭЦБ}}^t = (x_{\text{ГСЭЦБ}_1}^t, \dots, x_{\text{ГСЭЦБ}_n}^t)$  — множество результатов освоения образовательной программы студентом дисциплин базовой части гуманитарного, социального и экономического цикла;

$X_{\text{ГСЭЦВ}}^t = (x_{\text{ГСЭЦВ}_1}^t, \dots, x_{\text{ГСЭЦВ}_n}^t)$  — множество результатов освоения образовательной программы студентом дисциплин вариативной части гуманитарного, социального и экономического цикла;

$X_{\text{ГСЭЦКВ}}^t = (x_{\text{ГСЭЦКВ}_1}^t, \dots, x_{\text{ГСЭЦКВ}_n}^t)$  — множество результатов освоения образовательной программы студентом дисциплин курса по выбору гуманитарного, социального и экономического цикла.

Выделим из множества  $X_{\text{ГСЭЦКВ}}^t$  подмножества  $X_{\text{ГСЭЦКВ}_1}^t = (x_{\text{ГСЭЦКВ}_1}^t, \dots, x_{\text{ГСЭЦКВ}_n}^t)$  и  $X_{\text{ГСЭЦКВ}_2}^t = (x_{\text{ГСЭЦКВ}_n}^t, \dots, x_{\text{ГСЭЦКВ}_n}^t)$ , элементы которых соответствуют результатам контроля знаний по модулям курсов по выбору 1 и 2. В случае, если студент выбирает курс по выбору 1, элементы множества  $X_{\text{ГСЭЦКВ}_1}^t$  принимают значения, соответствующие результатам контроля знаний по модулям этого курса, а элементам множества  $X_{\text{ГСЭЦКВ}_2}^t$  присваиваются нулевые значения. В случае выбора курса 2 аналогично:

$X_{\text{МЕНЦБ}}^t = (x_{\text{МЕНЦБ}_1}^t, \dots, x_{\text{МЕНЦБ}_n}^t)$  — множество результатов освоения образовательной программы студентом дисциплин базовой части математического и естественно-научного цикла;

$X_{\text{МЕНЦВ}}^t = (x_{\text{МЕНЦВ}_1}^t, \dots, x_{\text{МЕНЦВ}_n}^t)$  — множество результатов освоения образовательной программы студентом дисциплин вариативной части математического и естественно-научного цикла;

$X_{\text{МЕНЦКВ}}^t = (x_{\text{МЕНЦКВ}_1}^t, \dots, x_{\text{МЕНЦКВ}_n}^t)$  — множество результатов освоения образовательной программы студентом дисциплин курса по выбору математического и естественно-научного цикла. Из множества  $X_{\text{МЕНЦКВ}}^t$  выделим подмножества  $X_{\text{МЕНЦКВ}_1}^t = (x_{\text{МЕНЦКВ}_1}^t, \dots, x_{\text{МЕНЦКВ}_n}^t)$  и  $X_{\text{МЕНЦКВ}_2}^t = (x_{\text{МЕНЦКВ}_n}^t, \dots, x_{\text{МЕНЦКВ}_n}^t)$ , элементы которых соответствуют результатам контроля знаний по модулям курсов по выбору 1 и 2 данного цикла;

$X_{\text{ПЦБ}}^t = (x_{\text{ПЦБ}_1}^t, \dots, x_{\text{ПЦБ}_n}^t)$  — множество результатов освоения образовательной программы студентом дисциплин базовой части профессионального цикла;

$X_{\text{ПЦВ}}^t = (x_{\text{ПЦВ}_1}^t, \dots, x_{\text{ПЦВ}_n}^t)$  — множество результатов освоения образовательной программы студентом дисциплин вариативной части профессионального цикла;

$X_{\text{ПЦКВ}}^t = (x_{\text{ПЦКВ}_1}^t, \dots, x_{\text{ПЦКВ}_n}^t)$  — множество результатов освоения образовательной программы студентом дисциплин курса по выбору профессионального цикла. Из множества  $X_{\text{ПЦКВ}}^t$  выделим подмножества  $X_{\text{ПЦКВ}_1}^t = (x_{\text{ПЦКВ}_1}^t, \dots, x_{\text{ПЦКВ}_{n_1}}^t)$  и  $X_{\text{ПЦКВ}_2}^t = (x_{\text{ПЦКВ}_{n_1}}^t, \dots, x_{\text{ПЦКВ}_n}^t)$ , элементы которых соответствуют результатам контроля знаний по модулям курсов по выбору 1 и 2 данного цикла;

$X_{\text{ФК}}^t = (x_{\text{ФК}_1}^t, \dots, x_{\text{ФК}_n}^t)$  — множество результатов освоения раздела «физическая культура»;

$X_{\text{УПП}}^t = (x_{\text{УПП}_1}^t, \dots, x_{\text{УПП}_n}^t)$  — множество результатов освоения раздела «учебная и производственная практика»;

$X_{\text{ИГА}}^t = (x_{\text{ИГА}_1}^t, \dots, x_{\text{ИГА}_n}^t)$  — множество результатов освоения раздела «итоговая государственная аттестация».

Получаем следующие ограничения:

— ограничение на трудоемкость базовой части гуманитарного, социального и экономического цикла:

$$z_{\text{ГСЭЦБ}} \leq \sum_{t=1}^8 \sum_{m: x_m^t \in X_{\text{ГСЭЦБ}}^t} z_m^t \leq \overline{z_{\text{ГСЭЦБ}}};$$

— ограничение на трудоемкость вариативной части гуманитарного, социального и экономического цикла:

$$z_{\text{ГСЭЦВ}} \leq \sum_{t=1}^8 \sum_{m: x_m^t \in X_{\text{ГСЭЦВ}}^t} z_m^t \leq \overline{z_{\text{ГСЭЦВ}}};$$

— ограничение на трудоемкость гуманитарного, социального и экономического цикла:

$$z_{\text{ГСЭЦ}} \leq \sum_{t=1}^8 \sum_{m: x_m^t \in X_{\text{ГСЭЦ}}^t} z_m^t \leq \overline{z_{\text{ГСЭЦ}}};$$

— ограничение на трудоемкость базовой части математического и естественно-научного цикла:

$$z_{\text{МЕНЦБ}} \leq \sum_{t=1}^8 \sum_{m: x_m^t \in X_{\text{МЕНЦБ}}^t} z_m^t \leq \overline{z_{\text{МЕНЦБ}}};$$

— ограничение на трудоемкость вариативной части математического и естественно-научного цикла:

$$z_{\text{МЕНЦВ}} \leq \sum_{t=1}^8 \sum_{m: x_m^t \in X_{\text{МЕНЦВ}}^t} z_m^t \leq \overline{z_{\text{МЕНЦВ}}};$$

— ограничение на трудоемкость математического и естественно-научного цикла:

$$z_{\text{МЕНЦ}} \leq \sum_{t=1}^8 \sum_{m: x_m^t \in X_{\text{МЕНЦ}}^t} z_m^t \leq \overline{z_{\text{МЕНЦ}}};$$

— ограничение на трудоемкость базовой части профессионального цикла:

$$z_{\text{ПЦБ}} \leq \sum_{t=1}^8 \sum_{m: x_m^t \in X_{\text{ПЦБ}}^t} z_m^t \leq \overline{z_{\text{ПЦБ}}};$$

— ограничение на трудоемкость вариативной части профессионального цикла:

$$z_{\text{ПЦВ}} \leq \sum_{t=1}^8 \sum_{m: x_m^t \in X_{\text{ПЦВ}}^t} z_m^t \leq \overline{z_{\text{ПЦВ}}};$$

— ограничение на трудоемкость профессионального цикла:

$$z_{\text{ПЦ}} \leq \sum_{t=1}^8 \sum_{m: x_m^t \in X_{\text{ПЦ}}^t} z_m^t \leq \overline{z_{\text{ПЦ}}};$$

— ограничение на трудоемкость раздела «физическая культура»:

$$\overline{z_{\text{ФК}}} \leq \sum_{t=1}^8 \sum_{m: x_m^t \in X_{\text{ФК}}^t} z_m^t \leq z_{\text{ФК}};$$

— ограничение на трудоемкость раздела «учебная и производственная практики»:

$$z_{\text{УПП}} \leq \sum_{t=1}^8 \sum_{m: x_m^t \in X_{\text{УПП}}^t} z_m^t \leq \overline{z_{\text{УПП}}};$$

— ограничение на трудоемкость раздела «итоговая государственная аттестация»:

$$z_{\text{ИГА}} \leq \sum_{t=1}^8 \sum_{m: x_m^t \in X_{\text{ИГА}}^t} z_m^t \leq \overline{z_{\text{ИГА}}};$$

— основная образовательная программа должна содержать дисциплины по выбору обучающихся в объеме не менее одной трети вариативной части суммарно по циклам Б.1, Б.2 и Б.3:

$$\sum_{t=1}^8 \sum_{x_m^t \in X_{\text{КВ}}^t} z_m^t \geq \frac{1}{3} \sum_{t=1}^8 \sum_{x_m^t \in X_{\text{Б}}^t} z_m^t;$$

— компетенции, формируемые в процессе освоения базовых частей циклов, разделов и во время прохождения учебной и производственной практики, отображены в ФГОС ВПО. Введем обозначения:  $Y_{\text{ГСЭЦ}}$  — множество компетенций, формируемых в процессе освоения образовательной программы студентом дисциплин гуманитарного, социального и экономического цикла;  $Y_{\text{МЕНЦ}}$  — математического и естественно-научного цикла;  $Y_{\text{ПЦ}}$  — профессионального цикла;  $Y_{\text{ФК}}$  — раздела «физическая культура»;  $Y_{\text{УПП}}$  — раздела «учебно-производственная практика»;  $Y_{\text{ИГА}}$  — раздела «итоговая государственная аттестация». Следовательно, для оценки каждой компетенции  $y_{ijk} \in Y_{\text{ГСЭЦБ}}$  должно быть выполнено ограничение:

$$\sum_{t=1}^8 \sum_{i,j,k: m: x_m^t \in X_{\text{ГСЭЦ}}^t} \delta_{mijk}^t > 0.$$

Аналогично для других циклов и разделов получаем:

$$\sum_{t=1}^8 \sum_{m: x_m^t \in X_{\text{МЕНЦ}}^t} \delta_{mijk}^t > 0;$$

$$\sum_{t=1}^8 \sum_{m: x_m^t \in X_{\text{ПЦ}}^t} \delta_{mijk}^t > 0;$$

$$\sum_{t=1}^8 \sum_{m: x_m^t \in X_{\text{ФК}}^t} \delta_{mijk}^t > 0;$$

$$\sum_{t=1}^8 \sum_{m: x_m^t \in X_{\text{ВП}}^t} \delta_{mijk}^t > 0;$$

$$\sum_{t=1}^8 \sum_{m: x_m^t \in X_{\text{ИГА}}^t} \delta_{mijk}^t > 0.$$

Нахождение оптимальной образовательной траектории и оптимальных наборов управляющих воздействий возможно на основе метода динамического программирования, в основе которого лежит принцип оптимальности Р. Беллмана [2]: каково бы ни было состояние системы в результате какого-либо числа шагов, на ближайшем шаге нужно выбирать управление так, чтобы оно в совокупности с оптимальным управлением на всех последующих шагах приводило к оптимальному выигрышу на всех оставшихся шагах, включая данный. Приведем постановку задачи нахождения оптимальной профессионально-образовательной траектории обучения студента на основе метода динамического программирования.

Переход из состояния сформированности компетенций  $Y^{t-1}$  в состояние  $Y^t$  осуществляется под влиянием процесса обучения и зависит от управления  $u^t \in \Omega_u$  с компонентами  $(\delta_{\text{КВ}ijk}^t, \delta_{\text{НИРС}ijk}^t, \delta_{\text{ИГА}ijk}^t)$  с функциональной зависимостью  $Y^t = F^t(Y^{t-1}, u^t)$ .

При построении индивидуальной образовательной траектории будем учитывать успеваемость студента. Прогнозные оценки по всем  $m^t$  дисциплинам будем вычислять по результатам освоения дисциплин блока  $q$ :

$$\bar{x}_m^t = \begin{cases} \max_{x_m^{t+1} \in X_m^{t+1}} x_m^t, & \text{если } \sum_{t=1}^{t-1} \sum_{m \in q} x_m^t = 0 \\ x_m^t : \min \left( x_m^t - \frac{\sum_{t=1}^{t-1} \sum_{m \in q} x_m^t}{q^{t-1}} \right), & \end{cases}$$

где  $q^{t-1}$  — количество дисциплин блока  $q$ , освоенных к началу семестра  $t$ .

Обозначим  $Z^t(u^t, y^{t-1})$  эффективность управления в момент времени  $t$ . Поиск оптимальной траектории на основании спрогнозированных оценок осуществляется за счет нахождения набора управляющих воздействий  $(u^{1*}, \dots, u^{8*})$ , обеспечивающего достижение оптимального значения уровня сформированности компетенций:

$$Z = \sum_{t=1}^8 Z^t(u^t, y^{t-1}) + F^8(y_0^8).$$

Обозначим  $\hat{Z}^t$  — максимальное значение критерия  $Z^t$  для оптимального процесса, начинающегося в момент времени  $t$ , тогда поиск решения осуществляется согласно следующим рекуррентным соотношениям:

$$\hat{Z}^n = \max_{u^n \in \Omega_{u^n}} Z^n[u^n, y^{n-1}],$$

$$\hat{Z}^{n-1}(y^{n-2}) = \max_{u^{n-1} \in \Omega_{u^{n-1}}} [Z^{n-1}[u^{n-1}, y^{n-2}] + \hat{Z}^n(y^{n-1})]$$

...

$$\hat{Z}^t(y^{t-1}) = \max_{u^t \in \Omega_{u^t}} [Z^t[u^t, y^{t-1}] + \hat{Z}^{t+1}(y^t)].$$

В результате решения оптимизационной задачи получаем оптимальную траекторию обучения

$$(\delta_{\text{КВ}ijk}^{1*}, \delta_{\text{НИРС}ijk}^{1*}, \delta_{\text{ИГА}ijk}^{1*}) \rightarrow \dots \rightarrow (\delta_{\text{КВ}ijk}^{t*}, \delta_{\text{НИРС}ijk}^{t*}, \delta_{\text{ИГА}ijk}^{t*}) \rightarrow \dots \rightarrow (\delta_{\text{КВ}ijk}^{8*}, \delta_{\text{НИРС}ijk}^{8*}, \delta_{\text{ИГА}ijk}^{8*}).$$

Новым результатом работы является рассмотрение возможности применения метода динамического программирования для моделирования и оптимизации индивидуальной образовательной траектории с учетом требований ФГОС ВПО третьего поколения. Преимуществом такого подхода является то, что на каждом шаге производится выбор оптимальных управляющих воздействий и в случае отклонения от оптимальной траектории существует возможность выбора управляющих воздействий с учетом сложившейся ситуации без дополнительных вычислений.

## Библиографический список

1. Алгазин Г.И., Чудова О.В. Информационные технологии комплексной оценки компетентности выпускника вуза // Вестник НГУ. Сер.: Информационные технологии. — 2009. — Т. 7, вып. 3.
2. Беллан Р. Динамическое программирование. — М., 1960.