УДК 535.233.52/535.243.2+517.444

В.И. Иордан

Теоретические аспекты решения обратной задачи определения температурного распределения частиц гетерогенного потока по их интегральному тепловому спектру

V.I. Jordan

Theoretical Aspects of Inverse Problem Decision to Define Temperature Distribution of Heterogeneous Stream Particles on their Integral Thermal Spectrum

Изложено теоретическое обоснование модельных представлений регистрируемого фотоприемником сигнала интегрального теплового спектра потока частиц в форме интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода. Выведено аналитически точное обратное интегральное преобразование, позволяющее по интегральному тепловому спектру частиц определять их температурное распределение в гетерогенном потоке.

Ключевые слова: обратная задача, гетерогенный поток, температурное распределение частиц, тепловой спектр, интегральное уравнение Фредгольма, интегральное преобразование.

The study describes theoretical justification of modeling representations of an integral thermal spectrum signal of particles' stream registered by a photodetector in the form of Fredholm integral equation of first kind. Analytically, exact backward integral transformation allows us to define their temperature distribution in a heterogeneous stream on an integral thermal spectrum of particles.

Key words: inverse problem, heterogeneous stream, temperature particles distribution, thermal spectrum, Fredholm integral equation, integral transformation.

Введение. Важное место в современном машиностроении и других отраслях промышленности [1] занимают газотермические технологии напыления защитных покрытий и обработки материалов концентрированными потоками энергии. Чаще всего используют плазменное, детонационно-газовое напыление (ДГН) покрытий, которые производятся с помощью мелкодисперсного порошка частиц металла или их оксидов, распыленных дозатором в процессе загрузки порошка, например, в струю плазмотрона или струю ДГН, истекающую из выходного «сопла» технологической установки напыления. В настоящее время с помощью «высокоскоростного (сверхзвукового) газопламенного напыления (*англ.* HVOF)» получают достаточно плотные, термобарьерные, износостойкие и коррозионно-устойчивые покрытия.

Оптические методы контроля скорости и температуры дисперсной фазы потока требуют учета гетерогенности и излучательных характеристик материала частиц в потоке [2, 3]. К тому же при разработке большинства приборов контроля температурно-скоростных параметров высокотемпературных быстропротекающих технологических процессов получения покрытий не всегда учитываются дисперсность сред, высокая температура, проявления характерных особенностей процессов взрыва и горения в ДГН. Кроме того, в различных сечениях струи напыляемые частицы, рассматриваемые как конденсированная фаза потока в сочетании с существенной динамической и тепловой неравновесностью фаз многофазного потока, характеризуются распределениями по размерам, температурам и скоростям. По этой причине не может считаться достаточным измерение только лишь одного «эффективного» (осредненного) значения температуры и скорости потока частиц в непосредственной близости к напыляемому покрытию. Следует заметить, что в потоке в действительности может и не оказаться частиц с «осредненными» значениями температуры и скорости, например, когда распределение температуры частиц состоит из неперекрывающихся между собой двух мод и «осредненное» значение приходится на промежуток между ними.

В настоящей статье рассматриваются обоснование и идея по сути «виртуального» метода измерения распределенного параметра температуры по потоку частиц посредством решения обратной задачи на основе регистрации суммарного (интегрального) теплового спектра излучения от всего ансамбля частиц двухфазного потока и выведенного автором аналитически точного обратного интегрального преобразования.

1. Модельные представления сигнала интегрального теплового спектра потока частиц в форме интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода. В основе модельных представлений интегрального теплового спектра потока частиц используется вполне обоснованное допущение о том, что в транспортирующей струе объемная плотность напыляемых частиц обычно невелика (в [1] струи называют «слабозапыленными»), размеры которых достаточно малы (как микрочастицы взвесей и аэрозолей). По этой причине в струе они совершают инерционное движение практически без столкновений между собой и практически малозначительны эффекты рассеяния и экранирования теплового излучения каждой частицы другими частицами потока. В качестве второго принято допущение о том, что за малое время прохождения частицей «зоны регистрации» (измерительного объема струи толщиной несколько сантиметров) частица сохраняет изотермическое состояние с неизменной температурой и характеризуется подобно «серому» телу испускательной (излучательной) способностью

$$r(\lambda,T)=\varepsilon(\lambda,T)\cdot\varphi(\lambda,T)\,, \tag{1}$$

где $\varepsilon(\lambda,T)$ — поглощательная способность (коэффициент излучения [4]) или относительная излучательная способность частицы, равная отношению излучательной способности частицы к спектральной плотности излучения «абсолютно черного тела» — функции Планка $\varphi(\lambda,T)$

$$\varphi(\lambda,T)=C_1\cdot\lambda^{-5}\,/\,(e^{\frac{c_2}{\lambda T}}-1)\,. \tag{2}$$

Выходной сигнал $B(\lambda)$, регистрируемый линейным многоэлементным фотоприемником, установленным в фокальной плоскости спектрофотометра, пропорционален суммарному (интегральному) спектральному распределению энергии $\Theta(\lambda)$ теплового излучения от ансамбля частиц, прошедших зону регистрации, и определяет «измерительное уравнение» [5]

$$B(\lambda)=\alpha(\lambda)\cdot\Theta(\lambda)\,, \tag{3}$$

в котором интегральное спектральное распределение энергии $\Theta(\lambda)$ теплового излучения от ансамбля частиц определяется интегральным уравнением Фредгольма 1-го рода с неизвестной функцией плотности вероятностного совместного распределения числа частиц по их размерам (диаметрам D) и значениям их температуры T

$$\begin{aligned}\Theta(\lambda)&=\int_0^\infty\int_0^\infty r(\lambda,T)\cdot S(D)\cdot P(D,T)dDdT=\\&=\int_{T_{\min}}^{T_{\max}} r(\lambda,T)\left(\int_{D_{\min}}^{D_{\max}} S(D)\cdot P(D,T)dD\right)dT=\\&=\int_{T_{\min}}^{T_{\max}} r(\lambda,T)\cdot S(D_{eff}(T))\cdot Z(T)dT,\end{aligned} \tag{4}$$

а функция $\alpha(\lambda)$, по сути своей, является «аппаратной функцией мультипликативных искажений» сигнала на выходе канала регистрации

$$\alpha(\lambda)=\alpha_1(\lambda)\cdot\alpha_2(\lambda)\cdot\alpha_3(\lambda)\,. \tag{5}$$

Функция $\alpha_1(\lambda)$ прямо пропорциональна телесному углу, в пределах которого на вход оптической системы спектрофотометра приходит определенная часть энергии потока теплового излучения от каждой частицы. Функция $\alpha_1(\lambda)$ убывает с увеличением расстояния от потока частиц до оптической системы спектрофотометра (уменьшается телесный угол), а ее зависимость от длины волны λ проявляется только лишь для неоднородных к пропусканию излучения сред (в большинстве случаев функцию можно положить константой, зависящей от параметров оптической системы и от расстояния до потока частиц). Функция $\alpha_2(\lambda)$ учитывает нелинейность развертки спектра диспергирующим элементом (либо дифракционной решеткой) спектрофотометра, а $\alpha_3(\lambda)$ — спектральную неоднородность чувствительности фотоприемника. При использовании спектрофотометра с невысоким спектральным разрешением (способность расщеплять спектральные линии с высокой степенью монохроматичности) необходимо учитывать эффект «уширения» спектра, т. е. вместо выражения (4) для интегрального спектрального распределения энергии $\Theta(\lambda)$ необходимо в соотношении (3) использовать скорректированное спектральное распределение энергии [5]

$$\tilde{\Theta}(\lambda)=\int_0^\infty Q(\lambda'-\lambda)\cdot\Theta(\lambda')d\lambda'\,, \tag{6}$$

а в качестве ядра $Q(\lambda'-\lambda)$ оператора (6) можно взять гауссову функцию [5]

$$Q(\lambda'-\lambda)=Q_0\cdot e^{-\frac{(\lambda'-\lambda)^2}{2\sigma^2}}\,. \tag{7}$$

При использовании спектрального прибора, способного расщеплять спектральные линии с высокой степенью монохроматичности ($\sigma\to 0$), выполняется условие $\tilde{\Theta}(\lambda)\to\Theta(\lambda)$, так как функцию Гаусса $Q(\lambda'-\lambda)$ в этом случае можно рассматривать в виде обобщенной «дельта-функции».

В формулу (4) входит функция $S(D)$, выражающая собой площадь полной поверхности частицы с произвольным значением размера (диаметра) частицы, и функция плотности вероятностного совместного распределения числа частиц по их размерам (диаметрам D) и значениям их температуры T, а именно $P(D,T)=\frac{\partial^2 N}{\partial D\partial T}$ — число частиц, имеющих значения диаметра D из малого диапазона ΔD и значения температуры T из малого диапазона ΔT. Для функции $P(D,T)$ выполняется условие «нормировки на число частиц»

$$\int_0^\infty\int_0^\infty P(D,T)dDdT=\int_{T_{\min}}^{T_{\max}}\int_{D_{\min}}^{D_{\max}} P(D,T)dDdT=\int_{T_{\min}}^{T_{\max}} Z(T)dT=N_\Sigma\,, \tag{8}$$

где N_Σ — общее число частиц, прошедших «зону регистрации».

Одномерная функция плотности вероятностного распределения числа частиц по значениям температуры $Z(T)$ получена интегрированием двумерной функции плотности $P(D,T)$ в диапазоне значений диаметров частиц $[D_{\min}, D_{\max}]$. Поэтому в выражении (4) использован переход от двукратного интегрирования к однократному с учетом (8), т. е. на основании известной из математического анализа теоремы «о среднем» и теории вероятностей имеем выражение

$$\int_{D_{\min}}^{D_{\max}} S(D)\cdot P(D,T)dD = S(D_{eff}(T))\cdot \int_{D_{\min}}^{D_{\max}} P(D,T)dD = \\ = S(D_{eff}(T))\cdot Z(T), \tag{9}$$

где $S(D_{eff}(T))$ определяет значение площади полной поверхности частицы с «эффективным (средним)» значением диаметра частиц, характеризующихся температурой T при прохождении зоны регистрации.

Замечание 1. В силу малого значения объемной плотности частиц в потоке струи можно не без основания считать, что распределения числа частиц по размерам и по температурам могут быть практически независимыми и тогда функция совместного распределения $P(D,T)$ представима в виде произведения

$$P(D,T) = N_{\Sigma}\cdot g(D)\cdot P_1(T) = g(D)\cdot Z(T) \tag{10}$$

и с учетом (9) становится очевидным, что $S(D_{eff}(T))$ равна константе — «математическому ожиданию» площади полной поверхности частицы $S_0 = S(D_0)$,где

$$S_0 = \int_{D_{\min}}^{D_{\max}} S(D)\cdot g(D)dD\,, \tag{11}$$

$$P_1(T) = Z(T)/N_{\Sigma}\,. \tag{12}$$

В выражении (10) компоненты $g(D)$ и $P_1(T)$ оказываются функциями плотности вероятности распределения частиц, соответственно, по размерам и значениям температуры (а не функциями распределения числа частиц по размерам и значениям температуры). Функция $g(D)$ показывает относительную долю частиц, которые из общего числа частиц N_{Σ} характеризуются диаметром D, а функция $P_1(T)$ — относительную долю частиц, которые из общего числа частиц N_{Σ} характеризуются температурой T.

Замечание 2. Для малой дисперсности частиц, т. е. $(D_{\max} - D_{\min}) << D_{\min}$ допущение о равенстве функции $S(D_{eff}(T))$ константе еще более обоснованно.

Для удобства упростим обозначение функции: $S(D_{eff}(T)) = S_{eff}(T)$ — эффективная площадь полной поверхности частицы с температурой T (осредненная по диаметрам всех тех частиц, которые характеризуются температурой T), а нормированную на математическое ожидание S_0 функцию эффективной площади $S_{eff}(T)$ запишем в виде

$$P_2(T) = S_{eff}(T)/S_0\,, \tag{13}$$

где с учетом (8)

$$S_0 = \frac{1}{N_{\Sigma}}\int_{T_{\min}}^{T_{\max}}\int_{D_{\min}}^{D_{\max}} S(D)\cdot P(D,T)dDdT = \int_{T_{\min}}^{T_{\max}} S \quad T \qquad dT \quad \int_{T_{\min}}^{T_{\max}} S \quad T \quad P \; T$$

$$= \int_{T_{\min}}^{T_{\max}} S_{eff}(T)\cdot \frac{Z(T)}{N_{\Sigma}}dT = \int_{T_{\min}}^{T_{\max}} S_{eff}(T)\cdot P_1(T)dT\,. \tag{14}$$

Возвращаясь к интегральному уравнению Фредгольма (4), с учетом выражений (8) — (14) и обозначения $S_{\Sigma} = N_{\Sigma}\cdot S_0$ можно записать

$$\Theta(\lambda) = N_{\Sigma}\cdot S_0\cdot \int_{T_{\min}}^{T_{\max}} r(\lambda,T)\cdot P_2(T)\cdot P_1(T)dT = S_{\Sigma}\cdot R(\lambda), \tag{15}$$

$$R(\lambda) = \frac{\Theta(\lambda)}{S_{\Sigma}} = \int_{T_{\min}}^{T_{\max}} r(\lambda,T)\cdot P_2(T)\cdot P_1(T)dT\,. \tag{16}$$

Из определения (16) видно, что функция $R(\lambda)$, с одной стороны, полученная нормировкой интегрального спектрального распределения энергии теплового излучения всех частиц из измерительного объема на их суммарную поверхность S_{Σ}, представляет собой испускательную (излучательную) способность распределенного в измерительном объеме ансамбля частиц. С другой стороны, она является результатом «осреднения» с помощью функции плотности вероятности распределения частиц по значениям температуры $P_1(T)$ и весовой функции $P_2(T)$ — функции «дисперсионного соотношения (связи)» между размерами и значениями температуры частиц. Другими словами, функция $P_2(T)$ отражает «дисперсионный разброс» между «групповыми» средними значениями площади поверхности частиц, распределенных по группам, в которых частицы различаются размерами, но имеют одинаковую температуру (при этом группы частиц различаются по температуре).

Таким образом, невозможно гарантировать, что излучательная способность $R(\lambda)$ распределенного в измерительном объеме ансамбля частиц в общем случае должна быть хорошим приближением к излучательной способности «серого» тела с моделью равновесного теплового излучения (1) — (2), т. е. в строгом смысле тепловое излучение распределенной системы частиц в измерительном объеме является неравновесным.

Если допущения в замечаниях 1 и 2 строго выполнимы, тогда с учетом (15) функция дисперсионного соотношения $P_2(T)$ равна константе 1, и она в интегральном операторе Фредгольма не учитывается. Если же допущения в замечаниях 1 и 2 являются достаточно грубыми, тогда функцию $P_2(T)$ необходимо учитывать, но ее определение в большей степени связано с задачей тепломассопереноса (уравнения кинетики и теплового баланса). Можно предположить, что частицы различных размеров, транспортируемые нагретой газовой средой, в малом измерительном объеме с однородной температурой могут различаться по температуре: частицы больших размеров могут иметь несколько меньшую температуру. То есть можно предположить, что функция $P_2(T)$ с ростом температуры медленно убывает, например, по гиперболическому закону. В экспериментах можно уточнить модель этой функции. Подавая мощные тепловые импульсы на образцы смесей калиброванного (сепарированного по размерам) состава с определенным размером частиц и измеряя термопарой кинетику температуры образцов смесей, можно определить функциональный закон и параметры функции $P_2(T)$.

В выражение интегрального оператора Фредгольма входит функция излучательной способности серого тела $r(\lambda,T)$, для которой согласно (1) с учетом разновидности материала частиц должна быть на этапе калибровки определена (либо уже ранее известна) функция относительной излучательной способности $\varepsilon(\lambda,T)$. Для многих металлов (и их оксидов) функция $\varepsilon(\lambda,T)$ при фиксированном значении температуры T практически изменяется незначительно с изменением длины волны λ в видимом диапазоне и в ближнем ИК-диапазоне. Более значимы изменения функции $\varepsilon(\lambda,T)$ при изменении температуры T. Поэтому многие авторы используют упрощенную зависимость $\varepsilon_ч(T)$, которую часто называют «интегральным коэффициентом черноты» серого тела [6] (как правило, растет с увеличением T). На этапе измерений и калибровки относительной излучательной способности частиц порошковой смеси, помещенной в термостат с постоянной температурой, можно получить модельную функцию (повторяя эксперименты при различных температурах)

$$\varepsilon(\lambda,T) = \alpha_4(\lambda)\cdot\varepsilon_ч(T), \qquad (17)$$

где $\alpha_4(\lambda)$ — осредненная изменяющаяся в узком диапазоне спектральная составляющая относительной излучательной способности частиц $\varepsilon(\lambda,T)$.

Резюмируя вышеизложенное, на основании выражений (3), (4), (7), (15) — (17) можно записать окончательный вид «измерительного» уравнения, представляющего собой интегральное уравнение Фредгольма 1-го рода в виде

$$B(\lambda) = S_\Sigma\cdot\beta(\lambda)\cdot\int_{T_{\min}}^{T_{\max}}\phi(\lambda,T)\cdot\varepsilon_ч(T)\cdot P_2(T)\cdot P_1(T)dT, \qquad (18)$$

$$\beta(\lambda) = \alpha_1(\lambda)\cdot\alpha_2(\lambda)\cdot\alpha_3(\lambda)\cdot\alpha_4(\lambda). \qquad (19)$$

2. Вывод обратного преобразования для интегрального уравнения Фредгольма и аналитическое решение обратной задачи определения температурного распределения частиц по их интегральному тепловому спектру. В экспериментальных работах для излучательных способностей «серого» и «абсолютно черного» тел удобнее использовать функции, зависящие от длины волны, как показано в выражениях (1) и (2). В теоретических исследованиях используют соответствующие им функции, зависящие от частоты ω. А именно:

$$r(\omega,T) = å(\omega,T)\cdot u(\omega,T), \qquad (20)$$

$$u(\omega,T) = A_1\cdot\omega^3/(e^{\frac{A_2\cdot\omega}{T}}-1). \qquad (21)$$

Осуществив в выражениях (18) — (21) замены переменных с учетом соотношений $\lambda = 2\pi c/\omega$ и $t = A_2/T$ (при этом $T = A_2/t$, $dT = -A_2dt/t^2$, $t_{\max} = A_2/T_{\min}$, $t_{\min} = A_2/T_{\max}$), получим

$$G(\omega) = \lambda(\omega)\cdot\int_{t_{\min}}^{t_{\max}} J(\omega,t)\cdot f(t)dt, \qquad (22)$$

где знак «минус», полученный при замене дифференциала, учтен при перестановке новых значений пределов интегрирования.

Новые обозначения функций, входящих в (22), реализуют связи в виде

$$G(\omega) = B(2\pi c/\omega), \qquad (23)$$

$$\gamma(\omega) = N_\Sigma A_1 A_2\omega^3\gamma_1(\omega)\gamma_2(\omega)\gamma_3(\omega)\gamma_4(\omega), \qquad (24)$$

где для любого $i = 1,2,3,4$ функции $\gamma_i(\omega)$ определяются следующим образом

$$\gamma_i(\omega) = \gamma_i(2\pi c/\omega). \qquad (25)$$

$$f(t) = \frac{1}{t^2}\varepsilon_ч(A_2/t)\cdot P_2(A_2/t)\cdot P_1(A_2/t). \qquad (26)$$

Ядро интегрального оператора $J(\omega,t)$ принимает следующий вид

$$J(\omega,t) = \frac{1}{e^{\omega\cdot t}-1} = \frac{e^{-\omega\cdot t}}{1-e^{-\omega\cdot t}} = e^{-\omega\cdot t}\cdot\frac{1}{1-e^{-\omega\cdot t}}. \qquad (27)$$

Так как в (22) переменная $t\in[t_{\min},t_{\max}]$ и $t_{\min}\neq 0$, тогда $e^{-\omega\cdot t}<1$ и с учетом известного разложения в ряд Маклорена функции $(1-x)^{-1} = \sum_{n=0}^{\infty}x^n$ ядро можно представить в виде сходящегося функционального ряда (для $\omega > \mathbf{0}$)

$$J(\omega,t) = e^{-\omega\cdot t}\cdot\frac{1}{1-e^{-\omega\cdot t}} = \sum_{n=1}^{\infty}e^{-n\cdot\omega\cdot t}. \qquad (28)$$

При $\omega\to\mathbf{0}$ в (27) сомножитель $e^{-\omega\cdot t}\cong 1-\omega t$, и тогда функция ядра $J(\omega,t)$ имеет особенность вида $J(\omega,t)\cong(1-\omega t)/\omega t$, которая корректируется сомножителями $\gamma_i(\omega)$ и сомножителем ω^3, «перенесенным» из подынтегральной функции (21) в функцию $\gamma(\omega)$, что подтверждается выражением (24).

Нормировка зарегистрированного фотоприемником интегрального теплового спектра $G(\omega)$ на функцию $\gamma(\omega)$, определяемую на этапе калибровки, позволяет с учетом (22), (28) и обозначения $\Phi(\omega) = G(\omega)/\gamma(\omega)$ перейти к уравнению

$$\Phi(\omega)=\int_{t_{\min}}^{t_{\max}} J(\omega,t)\cdot f(t)dt=\sum_{n=1}^{\infty}\int_{t_{\min}}^{t_{\max}} e^{-n\cdot\omega\cdot t} f(t)dt=\sum_{n=1}^{\infty}F(n\omega), \qquad (29)$$

$$F(n\omega)=\int_{t_{\min}}^{t_{\max}} e^{-n\cdot\omega\cdot t} f(t)dt=\int_{0}^{\infty} e^{-n\cdot\omega\cdot t} f(t)dt\,, \qquad (30)$$

так как функция $f(t)$ вне диапазона $[t_{\min},t_{\max}]$ равна 0.

Функцию $G(\omega)$, полученную экспериментальными измерениями, можно аппроксимировать, например, разложением по «планковским» спектрам $u(n\omega,T_{\max})$ согласно формуле (21) и затем определить функцию $\Phi(\omega)=G(\omega)/\gamma(\omega)$. С учетом (30) для $n=1$

$$F(\omega)=\int_{0}^{\infty} e^{-\omega\cdot t} f(t)dt\,. \qquad (31)$$

С другой стороны, с учетом $\Phi(\omega)=\sum_{n=1}^{\infty}F(n\omega)$ из (29) и на основании известной формулы обращения [7], использующей функцию Мебиуса $\mu(m)$, для $\omega>0$

$$F(\omega)=\sum_{m=1}^{\infty}\mu(m)\cdot\Phi(m\omega)\,, \qquad (32)$$

Замечание. С учетом формул (27) — (32) для ядра $J(\omega,t)$ верно соотношение

$$\begin{aligned} e^{-\omega\cdot t} &=\sum_{m=1}^{\infty}\mu(m)\cdot J(m\omega t)=\sum_{m=1}^{\infty}\mu(m)\cdot\left(e^{m\cdot\omega\cdot t}-1\right)^{-1}= \\ &=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\mu(m)\cdot e^{-m\cdot n\cdot\omega\cdot t}, \end{aligned} \qquad (33)$$

Функция экспоненты и интегралы в выражениях (29) — (33) допускают в отношении действительной переменной ω аналитическое продолжение в комплексной плоскости с комплексной переменной s. То есть с учетом (31), (32)

$$F(s)=\int_{0}^{\infty} e^{-s\cdot t} f(t)dt=\sum_{m=1}^{\infty}\mu(m)\cdot\Phi(m\mathbf{s}) \qquad (34)$$

соответствует прямому одностороннему преобразованию Лапласа. Используя обратное преобразование Лапласа $f(t)=\dfrac{1}{2\pi i}\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} e^{s\cdot t}F(s)ds$, получим функцию

$$\begin{aligned} f(t) &=\frac{1}{2\pi i}\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} e^{s\cdot t}\left(\sum_{m=1}^{\infty}\mu(m)\cdot\Phi(m\mathbf{s})\right)ds= \\ &=\frac{1}{2\pi i}\sum_{m=1}^{\infty}\mu(m)\cdot\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} e^{s\cdot t}\Phi(m\mathbf{s})ds, \end{aligned} \qquad (35)$$

из которой согласно (26) и $t=A_2/T$ определяется функция плотности вероятности распределения частиц по значениям температуры в зоне регистрации потока

$$P_1(T)=\frac{\left(A_2/T\right)^2\cdot f(A_2/T)}{\varepsilon_{ч}(T)\cdot P_2(T)}\,. \qquad (36)$$

Заключение. Резюмируя изложенное, отметим, что пара прямого и аналитически точного обратного интегральных преобразований (29) и (35) так же, как и широко известные интегральные преобразования Фурье, Меллина, Эфроса, Гильберта, связаны с парой прямого и обратного преобразований Лапласа. Возможно, что пара преобразований (29) и (35) может найти применение и в других задачах, так как функция ядра $J(\mathbf{ù},t)$ имеет некоторую общность с функциями статистик Больцмана, Бозе-Эйнштейна и Ферми-Дирака.

Необходимо также отметить, что в дальнейшей работе предстоит всесторонне исследовать условия сходимости решений обратной задачи и класс искомых функций, удовлетворяющих этим условиям, а также определить границы возмущений (искажений) входных данных, для которых численное решение обратной задачи оказывается устойчивым.

Библиографический список

1. Жуков М.Ф., Солоненко О.П. Высокотемпературные запыленные струи в процессе обработки порошковых материалов: монография / под ред. В.Е. Накорякова. — Новосибирск, 1990.

2. Иордан В.И., Соловьев А.А. Оптико-электронный имитатор теплового излучения для тестирования системы измерения температуры частиц при напылении порошковых покрытий // Известия вузов. Физика. — 2010. — Т. 53, №9/3.

3. Иордан В.И., Соловьев А.А. Оптико-электронные методы тестирования систем измерения температурно-скоростных параметров частиц при плазменном напылении порошковых покрытий // Известия АлтГУ. — 2010. — №1/2 (65).

4. Магунов А.Н. Спектральная пирометрия (обзор) // Приборы и техника эксперимента. — 2009. — №4.

5. Иордан В.И., Соловьев А.А. Редукция температурного распределения частиц гетерогенных потоков методом «обращения» их интегрального теплового спектра // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. — 2010. — №2 (98).

6. Латыев Л.Н., Петров В.А., Чеховской В.Я. и др. Излучательные свойства твердых материалов: справочник / под общ. ред. А.Е. Шейндлина. — М., 1974.

7. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и таблицами / под ред. М. Абрамовица, И. Стигана; пер. с англ. В.А. Диткина, Л.Н. Кармазиной. — М., 1979.