

УДК 530.1:620.178

В.С. Деева, С.М. Слободян

Физическая модель пространства скользящего взаимодействия сред

V.S. Deeva, S.M. Slobodyan

Sliding Interaction Environment Space Physical Model

На основе принципов гидродинамики рассмотрено поведение свойств и особенностей формирования контактного пространства скольжения сред как изоморфной среды с изменяющейся плотностью из-за эмиссии в пространство фракций разрушения поверхностей тел. Для стационарного движения создана математическая модель поведения гипотетически изоморфного тонкого контактного слоя скольжения сред. Анализ модели выявил зависимость свойств пространства скольжения сред от динамики движения, ориентации пространства и свойств среды многомерного контактного слоя.

Ключевые слова: среда, динамика, контакт, фракция, тонкий слой.

Введение. Несмотря на обилие работ [1–8], касающихся контактного разрушения поверхности разных сред, в основном металлов, мало публикаций, в которых бы рассматривались динамика и кинетика этого, часто недоступного для наблюдения, сложного вероятностного, точнее стохастического, процесса изменений в реальном времени контактного пространства. Поэтому такие исследования представляют значительный интерес в плане оценки живучести тел скольжения, что весьма актуально как для области электромашиностроения, так и для теории физики контактного взаимодействия сред.

Основные положения. В работе проведен анализ и предложена математическая модель контактного пространства слоя скольжения, образованного фракциями разрушения сред при стационарном скользящем взаимодействии контактной пары тел. Основываясь на общем принципе анализа физических процессов и систем плотно упакованной структуры сред различной физической природы, примем за основу создания модели дисперсный процесс фрактального разрушения тонкого слоя поверхности тела при скользящем его взаимодействии с неограниченной поверхностью другого тела с образованием изотропного слоя с плотностью, изменяющейся со скоростью эмиссии фракций распада в ограниченный объем контакта тел скольжения.

Считаем, что область установившегося скользящего взаимодействия остается постоянной. Пример: скольжение щетки постоянного сечения по коллектору электрической машины с постоянной скоростью вра-

Basing on hydrodynamics fundamentals we examine the behavior of properties and features peculiar to formation of contact sliding interaction space as isomorphic environment with a changing density caused by emission into surface destruction fractions space. The mathematical model describing dynamic behavior of theoretically isomorphic thin sliding contact layer is created for steady motion. Analysis of this model reveals the dependence of solid sliding space's properties on driving dynamics, space orientation and properties of the multidimensional contact layer environment.

Key words: environment, dynamics, contact, fraction stream, layer.

щения якоря. Актами разрушения боковых поверхностей тела скольжения при его движении, ввиду слабого влияния фактора, при анализе можно пренебречь. Тогда удельный объем фракций распада контактного слоя тела через поперечное сечение области контакта (назовем его канал движения дисперсного потока фракций) в единицу времени равен произведению $\bar{V}_{i\delta}$ — среднего значения линейной скорости движения потока фракций по каналу (в продольном направлении) на $S_{i\delta}$ — площадь поперечного сечения тела: $\bar{V}_{i\delta} = S_{i\delta} \bar{v}_{i\delta} t$. Если принять (x, y, z) — переменные в системе координат пространства и Δt — интервал времени оценки скорости, то скорость потока фракций в контактном пространстве скользящего взаимодействия сред в системе координат переменных (x, y, z) определится проекциями вектора его скорости $v_{i\delta}(x, y, z, t)$, характер изменения которых имеет вид:

$$\begin{aligned} v_x(t) &= [x_i(t + \Delta t) - x_i(t)] / \Delta t; \\ v_y(t) &= [y_i(t + \Delta t) - y_i(t)] / \Delta t; \\ v_z(t) &= [z_i(t + \Delta t) - z_i(t)] / \Delta t. \end{aligned}$$

Фрактальный распад тела скольжения длителен. Время полного распада тела скольжения определяется отношением объема тела к интенсивности потока и размерам фракций его распада, точнее, разрушения слоя его поверхности в процессе контактного скользящего взаимодействия:

$$t_{pr} = \bar{V}_{пф} / \bar{n}_{фр} \bar{V}_{iфр}.$$

Ясно, что $\bar{n}_{\text{пф}}$ — среднее число фракций разрушения тела скольжения и их размер — случайные взаимосвязанные или коррелированные величины. В общем случае:

$$\bar{V}_{\text{фр}} = \iiint_{(x,y,z)} V_{\text{ифр}} dx dy dz = \iiint_{(V)} V_{\text{ифр}} dV.$$

Отсюда среднее число фракций разрушения тела в процессе скольжения

$$\bar{n}_{\text{фр}} = V_{\text{пф}} / \bar{V}_{\text{фр}}.$$

Таким образом, интенсивность (масса) потока дисперсных фракций разрушения тела скольжения, проходящего через поперечное сечение области контакта тел в единицах массы, равна произведению объемного размера разрушения на плотность структуры материала сред скольжения

$$m_{\text{пф}}(t) = \rho_{\text{тс}} s_{\text{пф}} v_{\text{пф}} t = \sum_{i=1}^k \bar{V}_{\text{ифр}} v_{\text{пф}} \rho_{\text{ифр}}.$$

Примем, что $\rho_{\text{тс}} \equiv \rho_{\text{ифр}}$, т. е. плотность тела скольжения тождественна плотности отдельной фракции однородной среды, хотя, в общем случае, это тождество может не выполняться, например, в случае более упругой, чем плоскость, среды скольжения (скольжение алмазного резца по стеклу). Заметим, масса — величина аддитивная, т. е. масса любой системы твердых тел равна сумме масс $m = \sum_{i=1}^k m_i$ и масса

фракции равна $m_i = \int_0^{V_i} \rho dV$, где интегрирование идет по объему фракции или тела. Учтем, что средняя плотность потока фракций разрушения тел скольжения в контактном пространстве есть отношение массы тела к его объему: $\bar{\rho}_{\text{ср}} = m / V$.

При неравновесной динамике потока фракций разрушения неоднородной структуры сред скольжения $v_{\text{ифр}}, \bar{V}_{\text{ифр}}, \rho_{\text{ифр}}$ не постоянны, как и удельная плотность потока фракций. Они — функции времени и координат, что может приводить к нарушению постоянства плотности распределения массы потока фракций по его сечению. Однако, учитывая постановку задачи исследования — создание модели потока фракций в установившемся состоянии, примем $v_{\text{ифр}}, \bar{V}_{\text{ифр}}, \rho_{\text{ифр}}$ как их средние центрированные значения ($\langle \dots \rangle, \langle \dots \rangle, \langle \dots \rangle$) в процессе разрушения тел.

Условие стационарности случайного потока фракций распада тел предполагает соблюдение постоянства его средних характеристик во всех поперечных сечениях пространства потока. Иначе требование стационарности установившегося состояния потока приводит к необходимости соблюдения постоянства уравнения неразрывности потока фракций:

$$m_{\text{пф}}(t) = \rho_{\text{тс}} s_{\text{пф}} v_{\text{пф}} t = \sum_{i=1}^k \bar{V}_{\text{ифр}} v_{\text{пф}} \rho_{\text{ифр}} = \text{const}.$$

Это уравнение применимо для любого стационарного потока фракций разрушения, не имеющего притока или отбора потока на траектории его движения в контактном пространстве сред скольжения. При разрушении однородного тела скольжения и распаде его на фракции однородной дисперсности (изоморфный поток фракций) уравнение неразрывности потока упрощается $m_{\text{фр}}(t) = \rho_{\text{фр}} s_{\text{фр}} v_{\text{фр}} = \text{const}$ и сводится к условию постоянства объемной плотности и массы потока изоморфных фракций в любом сечении пространства контактного слоя.

В движении тела по траектории скольжения часть потока фракций разрушения поверхностного слоя тела при прохождении контактной области последовательно выпадает из контактного пространства. Поэтому оценку динамики потока фракций тела на интервале его движения в контактной области даст уравнение баланса потока. При равномерной плотности вылета потока фракций из пространства уравнение баланса

$$m = \sum_{i=1}^k m_i$$

примет вид: $m = m_0 - m_{\text{удфр}} z$, где m_0 — массовая эмиссия фракций с поверхности тела в контактное пространство (в начальном сечении эмиссии); $m_{\text{удфр}}$ — удельный отток части потока фракций в i -м сечении потока (в единицах массы фракций в единицу времени на единицу размера контактного пространства); z — координата — расстояние от поверхности тела скольжения — начала потока фракций до текущего сечения контактного пространства. Аналогично уравнение баланса стационарного потока фракций среды скольжения: $m_{\text{фрст}} = m_0 - m_{\text{удст}} z$. Здесь: $m_{\text{удфр}}$ — удельный объемный отток фракций в единицу времени на единицу размера контактного пространства (плотность интенсивности потока фракций распада поверхностного слоя тела скольжения).

На циклической траектории движения контактного тела (пример: щетка электрической машины, резец токарного станка, грифель циркуля и т. п.), при адгезии к поверхности основного тела фракций разрушения тела скольжения, может присутствовать некоторое число фракций, оставшихся от предыдущего цикла разрушения тела скольжения, назовем этот поток фракций транзитным, уравнение непрерывности представится в виде

$$m = m_{\text{тек}} + m_{\text{тр}} - m_{\text{удст}} z = m_{\text{тр}} + m_{\text{удст}} (h - z),$$

где: h — высота тела скольжения или его размер в ортогональном к плоскости скольжения направлении.

Для полного учета особенностей формирования потока распада поверхности тел скольжения в модели баланса, кроме уравнения неразрывности потока, полезно иметь уравнение баланса энергии потока фракций. Процесс разрушения контактного слоя по-

верхности в определенной степени равносильны выполнению потенциальной работы по отрыву от тела, перемещению в контактное пространство и за его пределы фракции разрушения слоя.

Потенциальная работа — это работа по перемещению фракции из одной области координат в другую, т. е. из поверхностного слоя через контактное пространство за его пределы. Такое изменение энергии фракции, осуществленное путем передачи фракции движения, это и есть работа, совершенная над фракциями слоя контактного пространства сред скольжения. Передача энергии в форме работы происходит в процессе силового скользящего взаимодействия поверхностей сред.

При поступательном движении (поток фракций контактного слоя, идеализируя его динамику, поступательный) с равными векторами скоростей фракций элементарная работа $\delta \dot{A}$ движения dz составит:

$$\delta \dot{A} = \sum_{i=1}^k F_i dz = \vec{F} d\vec{z}.$$

При стационарном движении силы, действующие на отдельную фракцию и поток, равны $\vec{F} = const$ и $A = Fz$. Сила, действующая на поток фракций, потенциальна, поскольку производимая ею работа по перемещению потока зависит только от начального и конечного положений фракций в контактном пространстве. Мерой движения потока фракций контактного слоя скольжения служит кинетическая энергия, измеряемая работой, которую может совершить поток фракций при его торможении до полной остановки, вычисляемая известной формулой: $w_k = mv^2 / 2$.

Учтя, что это поток отдельных фракций, формула получит вид

$$w_{k\text{нф}} = 0,5 \int_{(V)} \rho v^2 dV = 0,5 \int_{(m)} v^2 dm,$$

где dm — масса i -й фракции; dV , ρ и v — объем, плотность и модуль вектора скорости фракций в потоке; m и V — масса и объем потока фракций. При поступательном движении потока его энергия равна: $w_{k\text{нф}} = mv^2 / 2$.

Потенциальная энергия потока $dw_{\text{нф}}$, подобно силовой функции U , характеризует потенциальное поле потока фракций и связана с ней соотношением $dw_{\text{нф}} = -dU$ или $w_{\text{нф}} = -U + C$, C — постоянная интегрирования.

Учтя эти определения и действие основных факторов на перемещение потока фракций сред скольжения в контактном пространстве, для распределения элементарной работы получим следующее уравнение:

$$\delta w = \delta A_1 + d(v^2 / 2) + g dz + \delta A_2,$$

где δA_1 — удельная эффективная работа, передаваемая телам внешней системы (в узком контактном слое

$\delta A_1 \approx 0$). Второе слагаемое — изменение кинетической энергии, третье — потенциальной ($g = 9,8 \text{ м/с}^2$ — ускорение фракций под влиянием гравитации). Четвертое слагаемое отражает необратимые превращения работы:

$$A_2 = [R_v(0,5v^2) / \ell_3] dz,$$

где $\ell_3 = 2\sqrt{xy} / \pi$ — эффективный размер сечения потока фракций находится из тождества прямоугольного и круглого сечений потока $\pi D^2 / 4 = xy$; R_v — коэффициент сопротивления среды контактного пространства движению фракций; x и y — размеры тела скольжения в плоскости образования потока фракций разрушения (для круглого тела $\ell_3 = D$ — его диаметру); z — текущая координата сечения потока, отмеряемая от начала его формирования (плоскости отрыва фракций от тела).

Из выражения для δw видим, что работа и кинетическая энергия потока частиц распада тела скольжения уходят на преодоление сил трения о среду их пролета — сопротивления среды, на движение — изменение своего положения в потоке и на изменение скорости потока частиц. Таким образом, уравнение баланса энергии элементарной фракции распада тела скольжения можно представить в виде:

$$-\delta w = \alpha_T d(v^2 / 2) + g dz + R_v(v^2 / 2\ell_3) dz = \\ = \alpha_T d(v^2 / 2) + [g + R_v(v^2 / 2\ell_3)] dz.$$

Левая часть уравнения — удельная потенциальная работа потока фракций при его перемещении в контактном пространстве; знак минус отражает не приобретение энергии, а процесс диссипации энергии. В принципе это — уравнение динамики движения потока фракций слоя скольжения.

Уравнение удельной энергии потока фракций принимает простой вид:

$$\rho^{-1} dw + \alpha_T d(v^2 / 2) + [g + R_v(v^2 / 2\ell_3)] dz = 0.$$

Для ламинарного потока фракций $\alpha_T = 2$; для турбулентного — $\alpha_T = 1,1$. Первое слагаемое в уравнении — удельная работа на перемещение частиц потока; второе — работа, затраченная на изменение кинетической энергии потока; третье — удельная работа на преодоление сопротивления среды контактного пространства движению потока; последнее слагаемое аналог второму. Это дифференциальное уравнение баланса энергии в установившемся движении потока частиц фрактального распада контактного слоя тела скольжения. Для горизонтального движения $g = 0$ и уравнение баланса упрощается:

$$\rho^{-1} dw + \alpha_T d(v^2 / 2) + R_v(v^2 / 2\ell_3) dz = 0.$$

При $v \equiv const$, уравнение принимает простой вид:

$$\rho^{-1} dw + R_v \left(v^2 / 2\ell_3 \right) dz = 0.$$

Уравнения стационарного движения потока фракций в контактном пространстве можно свести в систему трех уравнений:

— уравнения динамики движения:

$$\rho^{-1} dw + \alpha_0 d(v^2 / 2) + \left[g + R_v \left(v^2 / 2\ell_3 \right) \right] dz = 0;$$

— уравнения баланса массы потока фракций — уравнение неразрывности потока

$$m_{\text{фр}} = \rho_{\text{фр}} V_{\text{фр}} v_{\text{фр}} = const$$

и состояния, если считать поток фракций (двухфазная система: фракции + окружающая среда) как газ с изменяющейся плотностью, то можно принять за основу уравнение Клайперона:

$$p = \rho \eta_p R_p T_p.$$

Решением системы уравнений ее можно свести к одному — обыкновенному дифференциальному уравнению с разделяющимися переменными:

$$-p\eta_p R_p T v^{-2} d(v^2) + \alpha_T d(v^2) + \left[2g + R_v v^2 / \ell_3 \right] dz = 0.$$

Стационарное движение потока фракций в контактном пространстве можно рассмотреть в изотермических условиях (при $T = const$). Отклонение ориентации контактного пространства от горизонтали учтем введением зависимости гравитационной составляющей движения фракций от α_{\perp} — угла отклонения контактного пространства от горизонтали:

$$-p\eta_p R_p T v^{-2} d(v^2) + \alpha_T d(v^2) + \left[2g \cos \alpha_{\perp} + R_v v^2 / \ell_3 \right] dz = 0.$$

При горизонтальном пространстве: $\alpha_{\perp} = 0$ и $\cos \alpha_{\perp} = 1$. При вертикальной его ориентации: $\alpha_{\perp} = 90^\circ$, а $\cos \alpha_{\perp} = 0$. Сила тяжести направляет поток вдоль контактного пространства. Поток — падающий вниз и компонента $2gdz \equiv 0$.

Для горизонтальной ориентации контактного пространства уравнение стационарного движения потока фракций может быть приведено, с учетом силы $p = \rho \eta_p R_p T$ — давления тела скольжения, к частному виду

$$-p\eta_p R_p T v^{-2} d(v^2) + \alpha_T d(v^2) + \left[2g + R_v v^2 / \ell_3 \right] dz = 0.$$

Приведение подобных членов в выражении дает следующее уравнение:

$$\frac{\eta_p R_p T d(v^2)}{v^2 \left[2g \cos \alpha_{\perp} + R_v v^2 / \ell_3 \right]} + \frac{\alpha_T d(v^2)}{\left[2g \cos \alpha_{\perp} + R_v v^2 / \ell_3 \right]} + dz = 0.$$

Интегрирование уравнения в диапазоне изменения скорости потока фракций, считая, что в момент распада поверхности ($z = 0$) фракция приобретает скорость v_0 , а в области второй стенки зазора (поверхность скольжения) — v_{ℓ} дает:

$$\ln \left[\left(\frac{2g \cos \alpha_{\perp} + R_v}{v_{\ell}^2 \ell_3} + \frac{R_v}{\ell_3} \right) / \left(\frac{2g \cos \alpha_{\perp} + R_v}{v_0^2 \ell_3} + \frac{R_v}{\ell_3} \right) \right] = - \frac{2g \cos \alpha_{\perp}}{\eta_p R_p T} \left(1 + \frac{\alpha_T \ell_3}{R_v \ell_3} \ln \frac{2\ell_3 g \cos \alpha_{\perp} + R_v \ell_3 v_{\ell}^2}{2\ell_3 g \cos \alpha_{\perp} + R_v \ell_3 v_0^2} \right).$$

Выразим: $a = (2g \cos \alpha_{\perp}) / \eta_p R_p T$ — коэффициент, зависящий от ориентации контактного пространства;

$$b = 1 + \frac{\alpha_T \ell_3}{R_v \ell_3} \ln \frac{2\ell_3 g \cos \alpha_{\perp} + R_v \ell_3 v_{\ell}^2}{2\ell_3 g \cos \alpha_{\perp} + R_v \ell_3 v_0^2} \text{ — коэффициент, отражающий изменение скорости потока фракций, физические свойства среды контактного слоя и ориентацию плоскости скольжения. При горизонтальном скольжении превалирует гравитация } \alpha_{\perp} \equiv 0 \text{ и}$$

$b = 1 + \frac{\alpha_T \ell_3}{R_v \ell_3} \ln \frac{v_{\ell}^2}{v_0^2} = 1 + 2 \frac{\alpha_T \ell_3}{R_v \ell_3} \ln \frac{v_{\ell}}{v_0}$. Для $v_{\ell} \cong v_0$, т. е. при постоянстве скорости фракции с момента ее отрыва от тела до ее выхода из контактного слоя, $b = 1$ независимо от вида и температуры среды.

Верификация представленной математической модели движения потока фракций разрушения сред скольжения в узком контактном пространстве, из-за отсутствия в настоящее время экспериментальных данных о физике неравновесных и весьма сложных явлений движения дискретных фракций в малых пространствах, т. е. в условиях, подобных исследуемой задаче, на данном этапе исследования затруднена. Для обоснования достоверности полученной модели динамики движения стационарного потока фракций в ограниченном контактном пространстве сред скольжения воспользуемся фундаментальными основами теории подобия [9] и, следуя ее методикам, выполним тестовые проверки в виде проверок размерностей и алгоритма вычислений на задачах физических по моделям идентичных модели в настоящей работе.

Проведем сравнительный анализ адекватности размерностей и основных закономерностей физическоего движения фракций в контактном пространстве по аналогии движения виртуального газа некоторой «замороженной» виртуальной плотности. Анализ показывает [10], что оценка движения потока дискретных фракций разрушения тела скольжения, представленного изложенной моделью, как эквивалентного изотропно распределенного в пространстве виртуального потока среды, и известных подходов и методик оценки течения газовых и жидкостных сред обладают весьма высокой аутентичностью результатов.

Например, так же, как и при движении вязкой несжимаемой неизотермической жидкости [7–12], распределение поперечной скорости v_z убывает с ростом координаты.

Еще одно подтверждение адекватности действия полученной модели — наличие закономерностей характера изменения температурных полей и динамики движения стационарного потока фракций разрушения, так же как и жидкостей, в узком контактном пространстве взаимоувязанных с изменением параметра динамики течения сред — числа Рейнольдса.

На основе методики верификации теории подобия был выполнен численный анализ для выявления преобладающих параметров в модели движения фракций. Численный анализ проведен в первом приближении оценки результата уравнений модели, т. е. с пренебре-

жением влияния параметров третьего порядка малости. Это дает точность оценки качества модели примерно на уровне доли процента.

Заключение. Создана математическая модель, позволяющая аналитически исследовать основные в среднем детерминированные закономерности в аспектах физики понятий гидродинамики распределенного стационарного потока фракций разрушения поверхностного слоя в контактном пространстве скольжения сред.

Численным анализом проведена верификация аналитической модели формирования и движения стационарного потока фракций слоя тела в узком контактном пространстве, с нестационарной, динамически изменяющейся, геометрией слоя скольжения и формой фракций.

Библиографический список

1. Уайтхауз Д. Метрология поверхностей. – Долгопрудный, 2009.
2. Марченко Е.А. О природе разрушения поверхности металлов при трении. – М., 1979.
3. Любарский И.М., Палатник Л.С. Металлофизика трения. – М., 1976.
4. Гарбар И.И., Северденко В.П., Скорынин Ю.В. Образование продуктов изнашивания при трении скольжения // ДАН СССР. – 1975. – Т. 225, №3.
5. Костецкий Б.И., Линник Ю.И. Исследование энергетического баланса при внешнем трении металлов // ДАН СССР. – 1968. – Т. 183, №5.
6. Линник Ю.И. К исследованию энергетике процесса внешнего трения // ФХММ. – 1963. – Т. 4, № 3.
7. Михин Н.М. Трение в условиях пластического контакта. – М., 1968.
8. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. – М., 1980.
9. Гухман А.А. Введение в теорию подобия. – М., 1973.
10. Деева В.С., Слободян С.М. Динамика изоморфного разрушения скользящего токосъема // Энергетик. – 2011. – №9.
11. Волков В.И., Козлов Д.Ю., Кирколуп Е.Р. Динамика капиллярного натекания // Известия вузов. Физика. – 2007. – №5.
12. Лескова С.С. Диагностика свойств жидкости на границах раздела гетерогенных сред: дис. ... канд. физ.-мат. наук. – Барнаул, 2006.