

УДК 004.931

С. А. Останин, Д. В. Сергеев

Топологическая характеристика сложности медицинских изображений малого размера

S. A. Ostanin, D. B. Sergeev

Topological Characteristics of Medical Images of Small Size

Предложена количественная мера для оценки топологической сложности медицинских изображений малого размера. В результате численного эксперимента показано, что величина топологической сложности зависит от перестановки пикселей изображения. Характеристика сложности может быть использована для анализа медицинских изображений малого размера.

Ключевые слова: анализ медицинских изображений, сложность, обнаружение объектов.

Введение. В целях дифференциальной диагностики, например туберкулеза и рака, осуществляют анализ медицинских томографических изображений шаровидных образований в легких [1–4]. Для классификации шаровидных образований в легких используют различные математические методы анализа изображений. В основе наиболее распространенных методов анализа свойств изображений лежат алгоритмы вычисления энтропийных [5, 6], геометрических [7–9], статистических [10–12] параметров текстуры изображения.

Классическая энтропия имеет ряд свойств, препятствующих ее эффективному применению в задачах, связанных с анализом изображений шаровидных образований в легких. В работах [13, 14] показано, что различные внешние изображения, полученные друг из друга путем случайной перестановки пикселей (рис. 1), могут иметь одинаковую энтропию.

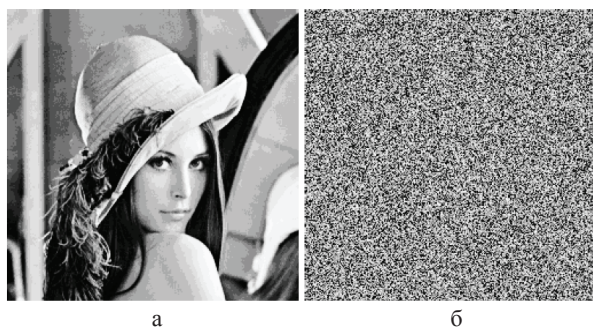


Рис. 1. Примеры изображений, энтропии которых равны: а — портрет; б — изображение, полученное случайной перестановкой пикселей портрета

Геометрические и статистические параметры также могут принимать одинаковые значения для изображений, содержащих объекты различной топологии.

Особенностью изображений шаровидных образований в легких, анализируемых в целях ранней диаг-

The quantitative measure to assess the topological complexity of small medical images is offered. The numerical experiment shows that the quantity of topological complexity depends on the permutation of image pixels. Characteristics of complexity can be used for analysis of small medical images.

Key words: analysis of medical images, complexity, object detection.

ности заболеваний, является небольшое (~100) количество пикселей. Малый объем исходных данных не позволяет получить удовлетворительную погрешность оценки статистических характеристик изображений. С целью увеличения количества информации об исходном изображении малого размера предлагается формирование серии изображений, полученных из исходного при различных величинах интервала дискретизации уровня яркости пикселей. На каждом изображении одной серии обнаруживаются области смежных пикселей с одинаковой яркостью и оценивается суммарная топологическая сложность всех областей изображения. Совместный анализ полученных таким образом изображений позволяет получить дополнительную характеристику, отражающую наличие скрытой структуры в изображении. Поскольку структура туберкулезных шаровидных образований отличается от структуры раковых образований, их томографические изображения имеют различную топологию. Предлагаемая в настоящей работе характеристика сложности определяется топологическими особенностями изображения.

Метод расчета значения топологической характеристики сложности изображения малого размера. Пусть N — максимальное количество интервалов дискретизации уровня яркости пикселей изображения. Для каждого интервала $n \in (1, N)$ определим соответствующее ему значение кванта яркости ΔU_n :

$$\Delta U_n = \Delta U_{\min} \cdot n,$$

где n — номер интервала яркости; ΔU_{\min} — минимальное изменение уровня яркости.

Пронумеруем все строки и столбцы пикселей изображения по горизонтали и по вертикали натуральными числами, начиная с левого верхнего угла. Обозначим j — номер столбца пикселей изображения, k — номер строки пикселей изображения, тогда пара

натуральных чисел (j, k) будет определять координаты пикселя на изображении.

Для каждого значения кванта яркости ΔU_n получим изображение, яркость каждого пикселя которого равна $U_n(j, k)$, где (j, k) — координаты пикселя.

В качестве исходных данных для расчета значения топологической характеристики сложности будем использовать N одинаковых по размерам изображений одного и того же объекта, соответствующих разным значениям кванта яркости ΔU_n . Затем для каждого из N изображений будем определять количество связанных областей (L). Будем считать область связанной, если она содержит более одного пикселя и хотя бы одна из компонент координаты у двух разных пикселей области совпадает. Определим сложность каждой связанной области как

$$C_i^n = \frac{k}{s},$$

где n — номер изображения; $i \in (1..L)$ — номер связанной области на изображении n ; k — количество внутренних углов в связанной области i ; s — площадь (количество пикселей) связанной области i .

Количество внутренних углов k будем определять следующим способом. Если количество пикселей в области равно двум, то такая область является элементарной и количество внутренних углов в ней равно 0.

Пусть $P^i = \{P(j, k)\}$ — множество всех пикселей с координатами (j, k) , принадлежащих связанной области i ,

$A^i = \{P_1(j_1, k_1) P_2(j_2, k_2) P_3(j_3, k_3) : P_1 \in P^i, P_2 \in P^i, P_3 \in P^i\}$ — множество троек соседних пикселей связанной области i , для которых выполняются условия:

1. $|j_3 - k_1| = 1$ (номер столбца j_3 отличается от номера столбца j_1 ровно на единицу);
2. $|j_3 - k_1| = 1$ (номер строки k_3 отличается от номера строки k_1 ровно на единицу);
3. $j_2 = j_1, k_2 = k_3$ или $j_2 = j_3, k_2 = k_1$;
4. Пиксель, дополняющий такую тройку до квадрата, не принадлежит P^i .

Тогда количество внутренних углов связанной области будет равно мощности множества A^i :

$$k = |A^i|$$

Сложность всего изображения будем вычислять по формуле

$$C^n = \sum_{i=1}^L C_i^n.$$

После определения сложности всех N изображений строим график зависимости сложности изображения C^n от величины соответствующего изображению n значения кванта яркости ΔU_n (рис. 2).

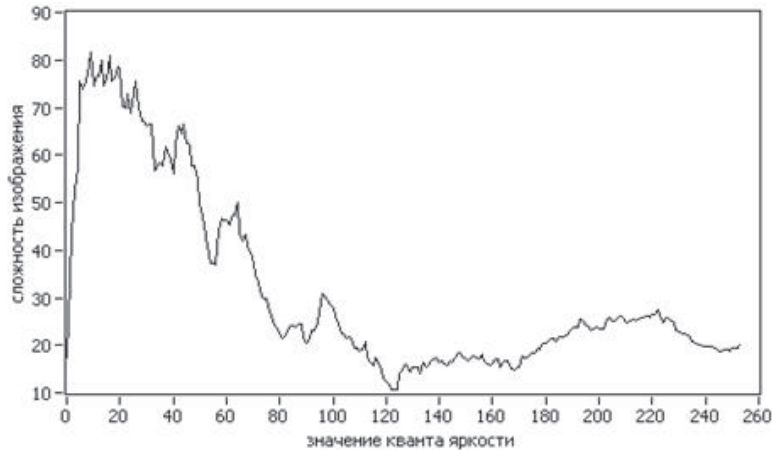


Рис. 2. График функции топологической сложности $C_n(n)$

В качестве оценки топологической характеристики сложности изображения будем рассматривать координаты точки абсолютного максимума графика функции $C^n(n)$.

Численный эксперимент и обсуждение результатов. В целях оценки эффективности применения предложенной характеристики сложности был проведен численный эксперимент, в котором использовались изображения, размером 30 пикселей x 30 пикселей, представленные на рисунке 3 (а — б).

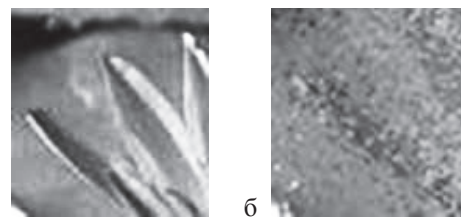


Рис. 3. Изображения, использованные в вычислительном эксперименте: а — исходное изображение; б — модифицированное изображение, полученное из исходного путем случайной перестановки некоторых пикселей

В ходе эксперимента для каждого изображения были построены графики функций, описывающих зависимость энтропии Шеннона и топологической сложности изображения от значения кванта яркости

(рис. 4, 5). Значения максимумов каждой функции были использованы в качестве характеристики энтропийной и топологической сложности изображений 3а и 3б.

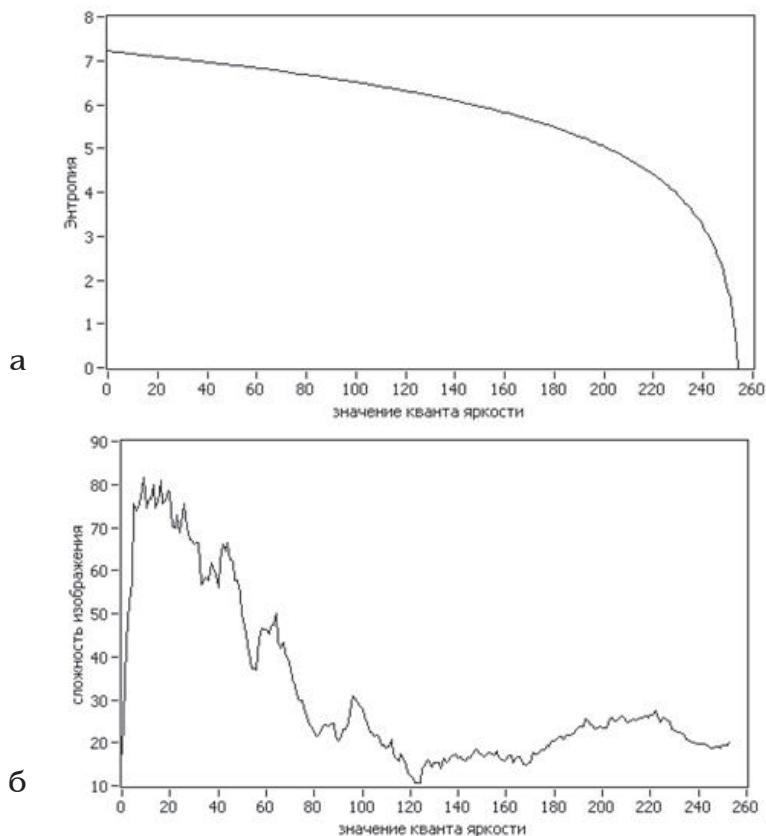


Рис. 4. Графики зависимости энтропии (а) и сложности (б) исходного изображения (см. рис. 3а) от значения кванта яркости

После определения характеристик энтропийной и топологической сложности для исходного (рис. 3а) и модифицированного (рис. 3б) изображений рассчитывались относительные приросты их сложностей:

$$\Delta \mathcal{E} = \frac{\max\{\mathcal{E}_{\text{мод}}\} - \max\{\mathcal{E}_{\text{исх}}\}}{\max\{\mathcal{E}_{\text{исх}}\}},$$

$$\Delta C = \frac{\max\{C_n(n)_{\text{мод}}\} - \max\{C_n(n)_{\text{исх}}\}}{\max\{C_n(n)_{\text{исх}}\}},$$

где $\mathcal{E}_{\text{исх}}$ — множество значений энтропии исходных изображений (см. рис. 3а) для всех значений кван-

та яркости; $\mathcal{E}_{\text{мод}}$ — множество значений энтропии модифицированных изображений (см. рис. 3б) для всех значений кванта яркости; $C_n(n)_{\text{исх}}$ — множество значений топологической сложности исходных изображений (см. рис. 3а) для всех значений кванта яркости; $C_n(n)_{\text{мод}}$ — множество значений топологической сложности модифицированных изображений (см. рис. 3б) для всех значений кванта яркости. Относительный прирост энтропийной сложности составил 0, а относительный прирост топологической сложности — 0,43. Таким образом, показано, что предложенная характеристика позволяет количественно описывать топологическую сложность изображений малого размера.

Библиографический список

1. Александрова А. В. Рентгенологическая диагностика туберкулеза легких. — М., 1983.

2. Виннер М. Г. Дифференциальная диагностика шаровидных образований легких // Вестник рентгенологии и радиологии. — 1987. — № 2.

3. Шайдук А. М., Останин С. А., Коновалов В. К., Леонов С. Л., Козлов Д. Ю., Колмогоров В. Г., Лобанов М. Н. Проблема стандартизации масштаба при вычислении фрактальной размерности медицинских изображений // Известия АлтГУ. — 2012. — № 1 (73).
4. Коновалов В. К., Шойхет Я. Н., Федоров В. В., Лобанов М. Н., Леонов С. Л., Шайдук А. М., Колмогоров В. Г., Козлов Д. Ю., Останин С. А., Цеймах А. Е. Прицельная 3D-реконструкция при изучении качественных характеристик поверхности шаровидных образований легких // Проблемы клинической медицины. — Барнаул, 2011. — № 3–4.
5. Сороко Л. М. Принцип максимума энтропии и его применение для решения обратных задач // Физика элементарных частиц и атомного ядра. — 1981. — Т. 12, вып. 3.
6. Полторыхин М. В. Анализ тепловых изображений волны горения в процессе СВС энтропийными методами // Ползуновский вестник. — 2005. № 4/1.
7. Недзведь А. М., Белоцерковский А. М., Абламейко С. В., Рязанов В. В. Вычисление объемных характеристик изображений компьютерной томографии // Искусственный интеллект. — 2009. — № 3.
8. Сероклинов Г. В., Хайдуков Д. А. Компьютерные технологии при оценке площади плоских фигур // Ползуновский вестник. — 2011. — № 2/2.
9. Коротков К. Г., Крылов Б. А. Параметрический анализ полутоновых изображений // Научно-технический вестник СПбГИТМО (ТУ). Вып. 6: Информационные, вычислительные и управляющие системы. — СПб., 2002.
10. Вин Тхей. Алгоритмы и программы сегментации изображений для автоматизации анализа гистологических препаратов // Научная сессия МИФИ-2005: сб. науч. тр. — М., 2005. — Т. 2.
11. Яковлев А. В. Методы анализа и синтеза текстур / Муром. ин-т Владимир. гос. ун-та. — Муром, 1999. (Деп. в ВИНТИ 02.12.99 № 3589-B99).
12. Ильясова Н. Ю., Храмов А. Г. Статистические признаки изображений текстур для классификации кристаллограмм // Труды 5-й международной конференции по распознаванию образов и анализу изображений. — Самара, 2000.
13. Starck J. L., Murtagh F., Gstaad R. A new entropy measure based on the wavelet transform and noise modeling // Special Issue on Multirate Systems, Filter Banks, Wavelets, and Applications of IEEE Transactions on CAS II, 45 (8). — 1998.
14. Mert R. S. Entropy-based image registration. Diss. candidacy for the Degree of Doctor of Philosophy. — Princeton, 2006.