

УДК 519.863

Г.И. Алгазин, Д.Г. Алгазина

Теоретико-игровое моделирование сетевого взаимодействия целенаправленных субъектов в многоагентной системе «центр–агент–конкурентный рынок»

G.I. Algazin, D.G. Algazina

Theoretical Game Modeling of Network Interaction of the Targeted Actors in Multi-Agent System «Center-Agent-Competitive Market»

Рассмотрены вопросы стабильности и эффективности для двух базовых теоретико-игровых моделей сети «центр–агент–рынок», ориентированной на продвижение на конкурентном рынке товаров и услуг. Новым целенаправленным субъектом в модели сети является центр, на который возлагается задача повышения эффективности сетевого взаимодействия.

Ключевые слова: теоретико-игровая модель, сетевое взаимодействие, равновесие и стабильность сети, Курно, Штакельберг, эффективность сети, франчайзинг, торговое посредничество.

The study is devoted to questions of stability and efficiency for the two main game-theoretic models of the network “center-agent-market” based on the promotion of goods and services on the competitive market. New targeted entity in the network model is the center which must improve the efficiency of network interaction.

Key words: theory of games model, networking, equilibrium and stability of the network, Cournot, Stackelberg, network efficiency, franchising, trade mediation.

Введение. В последнее время во многих областях растет интерес к проблеме формирования устойчивых и эффективных сетей. Особую сложность в проведении математических исследований представляют сети, участниками которых являются целенаправленные субъекты (системы).

Адекватным математическим аппаратом исследования конфликтов, возникающих в сетевом взаимодействии между целенаправленными субъектами, является теория сетевых игр [1]. Следует отметить, что это недостаточно изученный раздел теории игр, который еще находится в стадии своего формирования и развития.

В данной статье представлены две базовые теоретико-игровые модели сети «центр–агент–рынок», ориентированной на продвижение на конкурентном рынке различного рода товаров и услуг: модель «франчайзер–франчайзи–рынок» и модель «производитель–посредник–рынок».

Типология сетей. Рассматривается многоагентная сеть «центр–агент–рынок». Схематично отдельные ее структуры, которые представлены в исследованиях авторов, показаны на рисунках 1–3.

Будем полагать структуру сети на рисунке 1 базовой, другие более сложные структуры отличаются от нее добавлением новых связей.

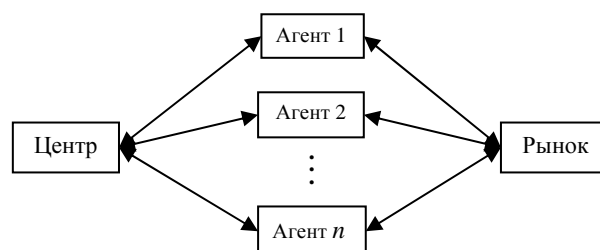


Рис. 1. Центр взаимодействует с агентами, агенты – с рынком (потребителями)

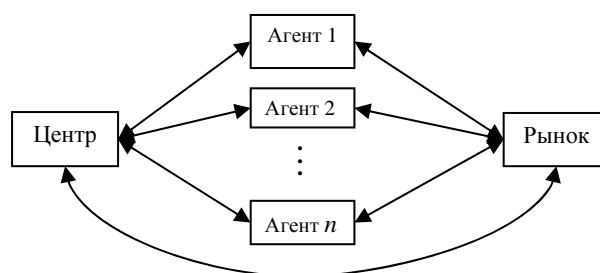


Рис. 2. Центр взаимодействует с агентами и рынком, агенты – с рынком

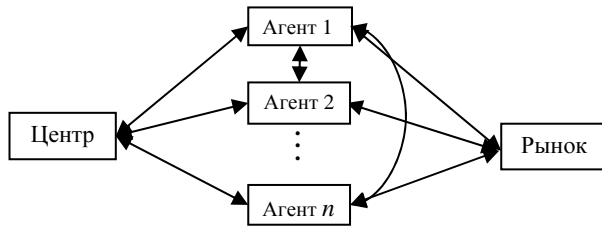


Рис. 3. Центр взаимодействует с агентами, агенты – с рынком и между собой

Теоретико-игровая модель сетевого взаимодействия. В модели выделены три группы участников: центр, агенты, рынок.

В ней управляющий сетевым взаимодействием целенаправленный субъект – центр, а управляемый целенаправленный субъект – агент. Рынок – самоуправляемый субъект сети.

Центр – единственный участник сети, который имеет возможность координировать взаимодействия в ней. Кроме того, центр может в ряде случаев, в связи с изменением общей ситуации, действовать и как агент, т.е. конкурировать с другими агентами на рынке (рис. 2).

Агенты – это участники сети, которые непосредственно занимаются доведением товаров (услуг) до потребителей. К ним относятся торговые точки, предприятия сферы услуг (сети гостиниц, ресторанов быстрого питания и т.п.) или фирмы-производители. Под активностью q_i i -го агента будем понимать объем оказываемых им услуг, объем реализованного товара населению и бизнесу или объем произведенного и реализованного на рынке товара.

Предположения модели состоят в следующем.

Рынок товара (услуг) традиционно описывается невозрастающей функцией спроса. В модели будет использоваться обратная функция спроса, т.е. цены $p(Q)$, которая складывается на рынке при объеме предложения товара (услуг) Q . Учитывается то, что p и Q связаны взаимно однозначной зависимостью, а технически удобнее в качестве аргумента рассматривать Q .

Функции затрат агентов $\varphi_i(q_i)$ считаются зависящими только от активности самого агента. Функция затрат центра φ зависит от суммарной активности агентов сети $Q = \sum_{i=1}^n q_i$ и, если он еще выступает в роли агента (как на рис. 2), дополнительно от его собственной активности q_0 . Каждый участник располагает полной информацией об обратной функции спроса и о своей функции затрат.

Агенты могут наблюдать лишь сложившиеся цены на рынке. Центр может изменить цены, но для этого ему надо повлиять на суммарный выпуск сети Q . Например, чтобы повысить активность сети, он может стимулировать агентов, пересмотрев

условия договора с ними, добавить в сеть новых агентов и т.д.

При предположении Курно, агенту нет необходимости знать что-либо о поведении других агентов. Он знает свои объемы, но никакой информацией об объемах других агентов не располагает, да она ему и не требуется. Следуя же предположению Курно-Штакельберга, агент должен быть уверен, что располагает полной информированностью о поведении остальных агентов. Вместо такой классической интерпретации предположений Курно и Курно-Штакельберга можно считать, что каждый агент располагает некоторой гипотезой о скорости изменения общего объема Q в зависимости от изменения его собственного объема q_i (или гипотезой о влиянии изменения его собственного объема на цены: локально цены меняются пропорционально вариациям объемов. Учитывая, что p и Q связаны взаимно однозначно, то это техническая, а не принципиальная сторона вопроса). Заметим, что в проведенных авторами исследованиях разные агенты могут придерживаться разных гипотез. В частности, если i -й агент действует в рамках традиционных предположений Курно, то изменения в общем объеме Q , которые вносят другие агенты, игнорируются, т.е. агент придерживается гипотезы $\frac{\partial Q}{\partial q_i} = 1$. Если же i -й агент придерживается предположений Курно-Штакельберга, то для базовой линейной модели сетевого взаимодействия, которая будет дана ниже, $\frac{\partial Q}{\partial q_i} = 1/n$.

Считается, что агенты не кооперируются друг с другом.

Если не принимать во внимание наличия центра, то рассматриваемая модель близка к моделям олигополии, в которых агенты могут повлиять на рынок выбором своего поведения.

Далее приведем описание двух базовых прикладных моделей многоагентной сети «центр–агент–рынок».

Модель «франчайзер–франчайзи–рынок» [2]. Рассматривается рынок однородного товара, состоящего из франчайзера и n фирм-франчайзи. Франчайзи реализует товар (услугу) потребителю по цене p в объеме q_i . Величина выручки (дохода) pq_i распределяется между двумя сторонами. Часть выручки kpq_i получает франчайзер, а другую ее часть $(1 - k)pq_i$ – фирма-франчайзи; k – коэффициент (параметр), определяющий сервисную плату (роялти), которую франчайзер устанавливает для франчайзи в обмен за права на бизнес ($0 \leq k \leq 1$). Предполагается, что только франчайзи этой сети обладают эксклюзивными правами на данный бизнес в рамках определенной территории.

Формально интересы сторон можно записать в виде целевых установок на максимизацию их прибыли:

– для головной фирмы-франчайзера (центра):

$$I(p, Q, k) = kpQ \rightarrow \max_k,$$

$$k \in [0, 1];$$

– для фирмы-франчайзи (агента):

$$\Pi_i(p, q_i, k) = (1 - k)pq_i - \varphi_i(q_i) \rightarrow \max_{q_i},$$

$$q_i \in [0, \bar{q}_i], \quad i = \overline{1, n}.$$

Здесь \bar{q}_i – предельно возможный объем активности агента. Франшизный взнос не включен авторами в базисную модель, а учитывается при необходимости. Значения параметров k и q_i являются основным предметом согласования условий договора франшизы. Интересы участников проявляются в том, чтобы отстоять желаемые для себя значения этих параметров и, соответственно, получить выгодные условия договора.

Модель «производитель–посредник–рынок» [3]. Рассматривается рынок однородного товара, состоящий из одного его производителя и n торговых посредников. Посредник продает потребителю товар по цене p , покупая его у производителя по цене $(1 - k)p$. Таким образом, величина kp есть разница между ценой спроса и ценой предложения на этом рынке. Эта разница и формирует доход посредника. В модели значение параметра k определяется фирмой-производителем.

Интересы сторон представляются в виде целевых установок на максимизацию их прибыли. Эта модель включает:

– задачу фирмы-производителя (центра):

$$I(p, Q, k) = (1 - k)pQ - \varphi(Q) \rightarrow \max_{Q, k},$$

$$Q \in [0, \bar{Q}],$$

$$k \in [0, 1];$$

– задачу посредника i (агента):

$$\Pi_i(p, q_i, k) = kpq_i - \varphi_i(q_i) \rightarrow \max_{q_i}, \quad i = \overline{1, n}.$$

Здесь \bar{Q} – предельно возможный объем активности производителя.

Как в той, так и другой модели полагается, что цена продукции и затраты субъектов определяются следующими выражениями:

$$p(Q) = a - bQ, \quad \varphi(Q) = c_0Q + d_0,$$

$$\varphi_i(q_i) = c_iq_i + d_i, \quad i = \overline{1, n}.$$

Здесь цена продукции – линейная функция общего объема выпуска агентами; a – спрос на продукцию; b – снижение цены при увеличении на единицу общего выпуска; издержки фирм (φ и φ_i) являются также линейными функциями, а c_0 и c_i – предельные переменные издержки; d_0 и d_i – постоянные издержки фирм, они не будут оказывать влияния на решение задач оптимизации участников.

Проработанность проблемы и новизна модели.

В отечественной и зарубежной литературе явно прослеживается, что внимание исследователей приковано не в целом к триаде «центр–агент–рынок», а к отдельным ее составляющим: «центр–агент» и «агент–рынок».

Интерес исследователей к системам «центр–агент» имеет немалую историю. Заметное место в ней принадлежит теории оптимального планирования и управления, математической теории иерархических многоуровневых систем, информационной теории иерархических игр, теории активных систем. В последнее время доминируют теоретико-игровые подходы, а в системах с неравноправными участниками – иерархические игры. Взаимодействие игроков в иерархических играх описывается играми $\Gamma_i (i = 1, 2, 3)$. Иерархические структуры с более сложным взаимодействием, учитывающим влияние взаимной информированности игроков (структуры информированности), и поиск решения (информационного равновесия) описываются соответствующими рефлексивными играми Γ_i [4, 5].

Вопросам устойчивости и баланса интересов в системах «агент–рынок», их эффективности ведущее место занимает модель Курно. При этом различные авторы придавали большее значение разным аспектам применения модели Курно. Ряд авторов рассматривают модель, в которой все фирмы идентичны. Другая группа авторов исследует равновесие на рынке, где не обязательна идентичность всех фирм-агентов, используя те ли иные предположения о свойствах обратной функции спроса, функций затрат и функций прибыли. В ряде исследований внимание акцентировано на методах поиска решений. Отечественные ученые рассматривают вместо стандартной гипотезы Курно гипотезы более общего вида и модели олигополии с рынками производственных факторов [6–9].

В значительном ряде публикаций в дополнение к модели Курно вводится модель фирмы, действующей по особым правилам. В отличие от фирм Курно, эта фирма, обладая возможностью первого хода, доминирует на конкурентном рынке, максимизируя собственную прибыль при явном учете реакции остальных фирм на изменение ее поведения. Остальные же фирмы, как и раньше, максимизируют собственную прибыль на основе принципа Курно–Нэша о неизменности поведения других фирм. Эту фирму-лидер называют еще фирмой Штакельберга, так как он первым ввел такую модель поведения [10–12].

В классическом подходе принципы поведения Курно и Штакельберга рассматриваются в применении к фирмам-производителям.

Важный шаг на пути обобщения применения принципов Курно и Штакельберга сделан авторами в монографии [13]. В проведенных в ней модельных исследованиях франчайзинговых сетей на рынке олигополии агенты (франчайзи-конкуренты) не различаются как фирмы-производители, торговые точки или предприятия сферы услуг.

Авторским расширением традиционного модельного представления олигополистического рынка является введение в модель нового субъекта, на которого возлагаются функции управления сетевым взаимодействием агентов. Этим «новым» субъектом выступает центр. Таким образом, вместо традиционных систем «центр–агент» и «агент–рынок» рассматривается сеть «центр–агент–рынок».

Устойчивость сетей. Устойчивая сеть – это сеть, которая в некотором смысле устраивает всех ее участников.

При формировании устойчивых сетей на конкурентных рынках авторы опирались на три концепции решения некооперативных игр – равновесия Курно-Нэша, равновесия по Штакельбергу и неравновесия по Штакельбергу.

Равновесие Курно-Нэша является на сегодняшний день наиболее распространенной классической концепцией. Равновесие Курно-Нэша – это ситуация, когда каждый агент выбирает наилучшую для себя стратегию при условии, что другие агенты не меняют свои стратегии. В проведенной реализации этой концепции в сетевом взаимодействии на конкурентных рынках авторы полагали: каждый агент определяет свою активность так, чтобы максимизировать собственную прибыль, полагая, что другие агенты оставят свою активность неизменной.

В классической модели Штакельберга один из агентов учитывает реакцию остальных агентов на изменение объемов его выпуска и выбором этого объема максимизирует свою прибыль. На рисунке 3 показано, что таким агентом в сети может являться агент 1, а связи между ним и другими агентами интерпретируются как обмен соответствующей информацией. Другими словами, предполагается, что этот агент знает параметры остальных агентов и поэтому для любого объема q_1 его собственного выпуска может рассчитать их равновесные (оптимальные активности) объемы выпуска $q_2(q_1), \dots, q_n(q_1)$. И далее он будет использовать эти объемы при максимизации собственной прибыли. Так как в модели Штакельберга сетевые взаимодействия организованы таким образом, что функции прибыли всех агентов достигают максимума, а спрос и предложение сбалансированы, то соответствующее состояние сети естественным образом трактуется как равновесное.

В ряде сетевых моделей, использующих концепции Штакельберга, таких агентов может быть несколько. Сеть, в которой все агенты ведут себя согласно модели Штакельберга (такая ситуация называется неравновесием по Штакельбергу), также имеет стационарные точки, определяющие состояние равновесия. Такая стабильная сеть рассмотрена авторами на базовой линейной модели сетевого взаимодействия [2, 13].

Эффективность сетей. Эффективность сетей можно оценивать и сравнивать по различным критериям.

По критерию общего объема активности сетей $Q = \sum_{i=1}^n q_i$ справедливы следующие соотношения $Q^S > Q^S > Q^K > Q^M$. Верхний индекс \bar{S} означает, что показатель относится к сети неравновесной по Штакельбергу, S – равновесной по Штакельбергу, K – равновесной по Курно, M – состоящей из одного-единственного агента-монополиста, т.е. к монопольному рынку.

По критерию цены – так как $p(Q) = a - bQ$, то монопольная цена выше любой конкурентной цены и $p^M > p^K > p^S > p^{\bar{S}}$.

По критерию суммарной прибыли всех агентов $\Pi = \sum_{i=1}^n \Pi_i$ выведены следующие соотношения: $\Pi^M > \Pi^K > \Pi^{\bar{S}} > \Pi^S$.

По критерию прибыли центра – в сетевой модели центр является ведущим целенаправленным субъектом. В этой связи важным критерием эффективности сети становится выигрыш, получаемый центром. На монопольном рынке прибыль центра ниже, чем на конкурентном. Также $I^K > I^{\bar{S}}$. Если $a - \frac{2c}{1-k} \leq 0$ (для франчайзинговой сети) или $a - \frac{2c}{k} \leq 0$ (для посреднической сети), то $I^S > I^K$ (здесь полагается, что предельные переменные издержки всех агентов равны c).

Заключение. В статье представлена теоретико-игровая модель взаимодействия в сетях, ориентированных на продвижение на конкурентном рынке различного рода товаров и услуг. Приведено описание двух базовых прикладных моделей многоагентной сети – модели «франчайзер–франчайзи–рынок» и модели «производитель–посредник–рынок». Рассмотрены вопросы устойчивости и эффективности этих сетей. Новыми аспектами модельных исследований являются: 1) введение в модель нового активного субъекта – центра, на которого возлагаются функции управления сетевым взаимодействием остальных агентов; 2) в отличие от классических моделей олигополии, состоящей исключительно из агентов-производителей, в предложенной модели франчайзинговых сетей агенты (франчайзи) могут являться фирмами-производителями, торговыми точ-

ками или предприятиями сферы услуг, а в модели многоагентной посреднической сети агенты выполняют только посреднические функции, производителем выступает только центр.

Важной задачей центра является повышение эффективности стабильных сетей. Это требует обес-

печения контролируемого роста сети, создания или ликвидации связей, целенаправленного воздействия на целевые функции агентов, их активность и т.д. Ввиду ограничений на объем статьи эта задача управления центра будет представлена авторами в отдельной публикации.

Библиографический список

1. Jackson M.O., Volinsky A.A. Strategic Model of Social and Economic Networks // *Journal of Economic Theory*. – 1996. – №71.
2. Алгазина Д.Г., Алгазин Г.И. Моделирование взаимодействия прибыли франчайзера и развития франчайзинговой системы на конкурентном рынке // *Известия АлтГУ*. – 2011. – №2/1(70).
3. Алгазин Г.И., Алгазина Ю.Г. Моделирование поведения экономических агентов в системе «производитель–посредник–конкурентный рынок» // *Управление большими системами*. – М., 2011. – Вып. 32.
4. Гермейер Ю.Б. Игры с противоположными интересами. – М., 1976.
5. Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Прикладные модели информационного управления. – М., 2004.
6. Дюсуше О.М. Статическое равновесие Курно-Нэша и рефлексивные игры олигополии: случай линейных функций спроса и издержек // *Экономический журнал ВШЭ*. – 2006. – №1.
7. Novshek W. On the Existence of Cournot Equilibrium // *Review Economic Studies*. – 1985. – Vol. 5(1), №168.
8. Metzler C., Hobbs B.S., Pang J.-S. Nash-Cournot Equilibria in Power Markets on a Linearized DC network with Arbitrage: Formulations and Properties // *Networks and Spatial Economics*. – 2003. – Vol. 3, №2.
9. Булавский В.А. Модель олигополии с рынками производственных факторов // *Экономика и математические методы*. – 1999. – Т. 35, №4.
10. Stackelberg H. *Marktform und Gleichgewicht*. – Vienna, 1934.
11. Булавский В.А., Калашников В.В. Равновесие в обобщенных моделях Курно и Штакельберга // *Экономика и математические методы*. – 1995. – Т. 31, вып. 4.
12. Sherali H.D., Soyster A.L., Murphy F.H. Stackelberg-Nash-Cournot Equilibria: Characterizations and Computations // *Operatios Research*. – 1983. – Vol. 31, №2.
13. Алгазин Г.И., Алгазина Д.Г. Моделирование многоагентных франчайзинговых систем: монография. – Барнаул, 2009.