УДК 539.3 : 624.04

В.И. Самсонов, А.В. Шульгин

Динамическое деформирование композитных структур

V.I. Samsonov, A.V. Shulgin

Dynamic Deformation of Composite Structures

На основе нелинейной модели деформирования слоистой армированной пластины-балки на упругом основании исследовано ее поведение под действием приложенной на некотором расстоянии от опертого края гармонической силы, а также динамической нагрузки, линейно зависящей от времени. Показано, что при определении основной частоты колебаний решение можно получить из статической формулы, заменив действительный коэффициент «постели» уменьшенной величиной, связанной с вынужденной частотой колебаний. При приложении силового импульса к слоистой балке процесс ее выпучивания считаем, когда амплитуда максимального прогиба резко возрастает с ростом времени, что согласуется с задачей о динамическом поведении трехслойной композитной оболочки, полученной ранее авторами.

Ключевые слова: частота колебаний, армирование, упругость, деформирование, динамическое нагружение, рациональное проектирование.

The behavior of the sandwich reinforced plate-beam on the elastic basis under the influence of harmonious force enclosed on some distance from supported edges, and also dynamic loading, linearly time-dependent, is investigated on the basis of nonlinear deformation model. It is shown, that at definition of the basic vibration frequency the solution can be received from the static formula, having replaced the valid factor of "bed" in the reduced size connected with forced vibration frequency. At the load application of a power impulse to a sandwich beam its buckling process is considered, when the amplitude of the maximum deflection sharply increases with time growth that will be coordinated with a problem of dynamic behavior of the three-layer composite shell received earlier by authors.

Key words: fluctuations frequency, reinforcement, elasticity, deformation, dynamic loading, rational designing.

Современные материалы являются сложными как по составу, так и по разнообразию структуры, фазового состояния и т.д. «Классические» методики расчета конструктивных элементов из таких композитных материалов (КМ) в ряде случаев могут привести к существенным погрешностям основных рассчитываемых характеристик, поэтому разработка новых уточняющих математических моделей и методик численных (в основном) расчетов представляется актуальной, особенно при рассмотрении динамики конструкций в нелинейных постановках задач.

В данной работе использована формулировка нелинейной модели деформирования слоистой пластинки применительно к исследованию поведения больших плавающих структур в связи с созданием платформ различного технического назначения. При математическом моделировании такие платформы часто рассматриваются как упругие пластины-балки на упругом основании, поскольку длина таких платформ существенно больше их поперечного размера. Специфика композитной структуры отражена в коэффициентах упругой системы, в которые естественным образом входят физические и механические характеристики отдельных субструктур материала. В уточненной постановке разрешающие уравнения нелинейного изгиба, устойчивости и колебаний трехслойных КМ-пластин приведены в [1]:

$$\Delta_{11}u_1 + \Delta'_{11}\alpha_1 - J_1 w - U_i^* = 0,\ \Delta'_{11}u_1 + \Delta''_{11}\alpha_1 - J'_1 w - K_1^* = 0,$$
$$J_1^0 u_1 + J_1'^0\alpha_1 - J_3 w - L_3^* + \varepsilon^{-2} q = 0. \qquad (1)$$

Здесь q – параметр внешней поверхностной распределенной нагрузки; $\varepsilon = H/L$; $H = \sum_{s=1}^{3} h_s$; L – характерный линейный размер.

Дифференциальные операторы, входящие в (1), определяются соотношениями, приведенными в [1].

В случае свободного опирания концов балки и применения процедуры Бубнова-Галеркина к системе (1) получаем обобщенную задачу на собственные значения в виде

$$A_I\vec{x} - \omega^2 I\vec{x} = 0,\ \vec{x} = \left(A_1^0,\ A_2^0,\ A_3^0\right)^T, \qquad (2)$$

где $\omega^2 = \rho R^2\omega_0^2$ – безразмерный параметр квадрата круговой частоты колебаний; A_I и I – кинематическая и инерционная матрицы; A_i^0, $i = 1, 2, 3$ – амплитудные значения функций u_1, α_1 и w соответственно.

На рисунке 1 представлены зависимости собственной частоты колебаний ω трехслойной балки при изменении жесткости в среднем слое (угол косой укладки армирующих элементов χ изменяется в диапазоне от 0 до $\pi/2$) [1]. Как видно из представленных на рисунке 2 кривых, наибольшее значение собственной частоты колебаний достигается при продольной укладке армирующих элементов в среднем слое ($\chi = 0$), что хорошо согласуется с результатами для критических нагрузок сжатых композитных стоек, полученными ранее авторами.

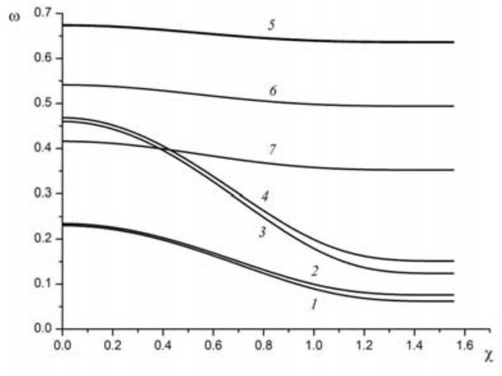

Рис. 1. Зависимость собственной частоты колебаний трехслойной балки

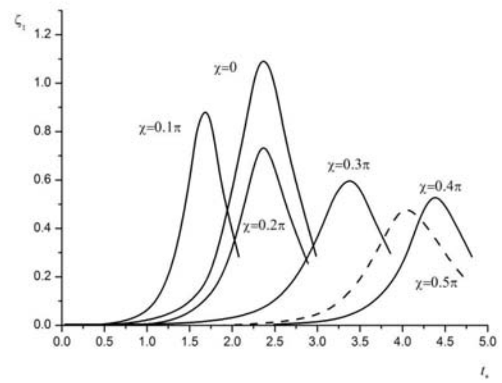

Рис. 2. Зависимость безразмерного прогиба ζ_1 от угла укладки косых семейств армирования

На основе нелинейной модели деформирования пластины-балки на упругом основании исследовано также ее поведение под действием динамической нагрузки, линейно зависящей от времени $\lambda = st/E_0$ (s – скорость нарастания нагрузки). На рисунке 2 приведены характерные зависимости $\zeta_1(t_*)$ для различных углов косой укладки армирующих элементов в среднем слое и жесткостных параметров слоев, которые приведены в [2]. Видно, что коэффициент динамичности t_* ($t_* = \lambda/\lambda_0$, λ_0 – статический параметр) возрастает по мере увеличения угла наклона косых семейств $\chi^{(3)}$, наибольший коэффициент динамичности будет при $\chi^{(3)} = 0{,}4\pi$. Такая же структура обеспечивает и наибольшую статическую критическую нагрузку, полученную по линейной теории [1]. Сравнивая кривые при $\chi^{(3)} = 0{,}1\pi$ и $\chi^{(3)} = 0{,}4\pi$, видим, что изменением угла только косой укладки армирующих элементов можно добиться значительного увеличения коэффициента динамичности при фиксированных остальных параметрах (интенсивностей армирования и их соотношения по слоям).

В заключение следует отметить, что приведенные результаты являются иллюстрацией разработанного подхода к определению динамических характеристик КМ-элементов слоистой структуры в различных режимах нагружения и использования геометрически нелинейной теории изгиба. Для более сложной реологии здесь необходимо только внести изменения в структуру кинематических матриц-операторов основной системы и воспользоваться предлагаемым подходом к решению динамической задачи нелинейного деформирования. В этом плане приведенные примеры показывают эффективность использования предложенной уточненной модели, и в то же время она может быть использована для более широкого класса тонкостенных конструкций, применяемых в различных отраслях машиностроения и строительства.

Библиографический список

1. Самсонов В.И., Шульгин А.В. Колебания композитной пластины-балки под действием динамической нагрузки // Известия вузов. Строительство. – 2009. – №2.

2. Немировский Ю.В., Самсонов В.И., Шульгин А.В. Динамическая термоустойчивость композитных оболочек слоистой структуры // Прикладная механика и техническая физика. – 1995. – Т. 36, №5.