

С.В. Лавриков, А.Ф. Ревуженко, Е.Б. Сибиряков

**Численное моделирование процессов деформирования целиков**

S.V. Lavrikov, A.F. Revuzhenko, E.B. Sibiryakov

**Numerical Modeling of Deformation Processes in Pillars**

Строится математическая модель массива с учетом его внутренней структуры, анизотропии, разупрочнения, аккумуляции и высвобождения упругой энергии. Эффективные упругие модули зернистой микронеоднородной среды определяются методом граничных интегральных уравнений с использованием тензора фундаментальных решений третьего рода. Диаграмма межзеренного проскальзывания учитывает стадию разупрочнения. Получено численное решение задачи о деформировании целика горного массива.

**Ключевые слова:** горный массив, структура, анизотропия, деформации, целик, устойчивость.

Задача о расчете напряженно-деформированного состояния в целиках является одной из ключевых в механике горных пород. Она исследовалась многими авторами в различных постановках [1–3]. С другой стороны, один из главных факторов при моделировании процессов деформирования в массиве горных пород – наличие неоднородной блочной структуры массива [4, 5].

В настоящее время широко используется подход к построению математических моделей структурно-неоднородных геоматериалов, основанный на использовании внутренних переменных. С помощью таких переменных описываются процессы деформирования, происходящие в структурных элементах среды (блоки, зерна, материал, заполняющий межблочное поровое пространство, и т.д.).

Наличие внутренней структуры геоматериала определяет такие его фундаментальные свойства, как блочность, анизотропия, внутреннее трение, дилатансия. В этот же ряд можно поставить и способность аккумулировать упругую энергию в виде внутренних самоуравновешенных напряжений. При определенных условиях эта энергия может быть высвобождена, и таким образом отдельные области могут выступать в качестве стоков и источников энергии.

В работе [6] рассмотрена общая концепция и даны принципы построения математических моделей с внутренними переменными для горных пород, обладающих внутренней структурой. По существу

The mathematical model of rock massive is developed taking into account its internal structure, anisotropy, softening, accumulation and release elastic energy. Effective elastic modules of grain structure are determined by boundary integral equation method using tensor of fundamental solutions. The diagram of slips between grains includes the softening stage. The numerical simulation of deformation process of the rock pillar is presented.

**Key words:** rock, structure, anisotropy, deformations, pillar, stability.

этот подход представляет собой принцип построения многомасштабной иерархической модели горной породы. На микроуровне структура моделируется относительно жестким скелетом, представляющим собой эффективную регулярную упаковку зерен, и цементирующим материалом, который заполняет межзеренные поры (рис. 1). На границах между зернами допускается возможность проскальзывания.

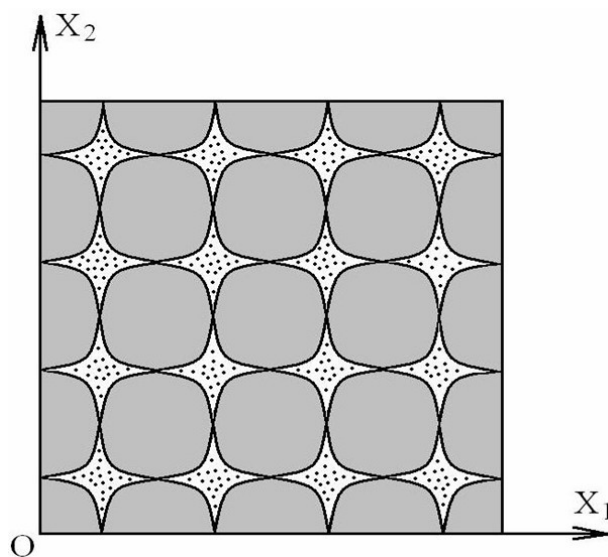


Рис. 1. Модель структуры среды на микроуровне

\* Работа выполнена при финансовой поддержке СО РАН (интеграционный проект №69) и РФФИ (проект №10-05-91002).

Ограничимся случаем, когда свойства зерен и порового материала приняты линейно упругими с различными упругими постоянными. Тогда эффективные упругие модули зеренной структуры можно вычислить с помощью решения статической упругой задачи о сжатии упаковки зерен на основе метода граничных интегральных уравнений с использованием тензора фундаментальных решений третьего рода [7].

Рассмотрим различные варианты расчета эффективных упругих модулей в зависимости от пористости среды и соотношения упругих свойств самих зерен и поровой среды. Оказывается, что если безразмерные упругие модули зерен принять равными  $\lambda = \mu = 1$ , а модули поровой среды считать много меньшими (на порядок или более), тогда поровый материал оказывает весьма слабое влияние на значения эффективных модулей. Основное влияние будет оказывать величина пористости среды. Так, если характерное число контактов для отдельного зерна в упаковке равно 8 и суммарная площадь контактов составляет 1/2 площади поверхности шара, в этом случае пористость – около 8%, тогда расчетные средние значения эффективных модулей конгломерата зерен можно принять равными  $\lambda \approx 0,26$ ,  $\mu \approx 0,57$ . В случае, когда число контактов принимается равным 6 при той же суммарной их площади, т.е. пористость – около 12%, тогда расчетные значения модулей можно принять равными  $\lambda \approx 0,43$ ,  $\mu \approx 0,5$ .

Определим теперь условия межзеренного скольжения. Предположим, что проскальзывания вдоль межзеренных контактов развиваются по нелинейному пластическому закону с учетом стадий упрочнения, разупрочнения и остаточной прочности, как показано на рисунке 2.

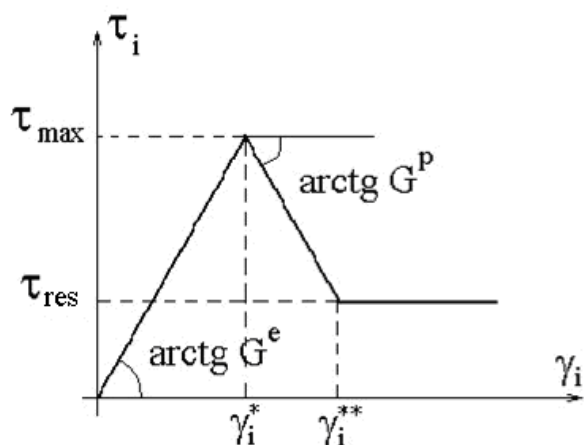


Рис. 2. Диаграмма межзеренного скольжения с учетом разупрочнения

Сделанные предположения позволяют на основе общей процедуры [6] построить определяющие уравнения в приращениях на макромасштабном уровне для анизотропной модели структурно-неоднородного горного массива в виде

$$\frac{\partial \Delta u_1}{\partial x_1} = a_{11} \Delta \sigma_{11} + a_{12} \Delta \sigma_{22} + a_{13} \Delta \sigma_{12};$$

$$\frac{\partial \Delta u_2}{\partial x_2} = a_{21} \Delta \sigma_{11} + a_{22} \Delta \sigma_{22} + a_{23} \Delta \sigma_{12};$$

$$\frac{\partial \Delta u_2}{\partial x_1} + \frac{\partial \Delta u_1}{\partial x_2} = a_{31} \Delta \sigma_{11} + a_{32} \Delta \sigma_{22} + a_{33} \Delta \sigma_{12};$$

где коэффициенты  $a_{ij}$  зависят от эффективных упругих модулей структуры, вычисленных в задаче об упругом сжатии зернистой среды, модулей проскальзывания вдоль межзеренных контактов  $G_i^e, G_i^p$  (см. рис. 2), угла анизотропии  $\alpha$  (угла напластования слоев массива), могут зависеть от самих напряжений  $\sigma_{ij}$  и не зависят от искомых приращений  $\Delta \sigma_{ij}, \Delta u_i$ . Таким образом, в силу нелинейности поведения значения коэффициентов  $a_{ij}$  не являются постоянными, они могут изменяться в процессе деформирования.

В качестве начального напряженного состояния горного массива принято динниковское распределение напряжений. Краевые условия в приращениях на боковых поверхностях целика, в почве и кровле массива описывают постепенное уменьшение нормальной компоненты тензора напряжений от исходного значения вплоть до нуля, при этом касательная составляющая приращения не получает. Таким образом, положительное приращение нормальной компоненты тензора напряжений на боковых стенках целика, в почве и кровле массива играет роль параметра нагружения.

На основе построенной модели и заданных начальных и краевых условий методом конечных элементов строится решение задачи о деформировании целика по шагам нагружения. Показано, что в зависимости от соотношения эффективных упругих модулей зеренной структуры ( $\lambda, \mu$ ) и модулей упрочнения и разупрочнения на контактах ( $G_i^e, G_i^p$ ) возможны два режима деформирования: устойчивый и неустойчивый. В устойчивом режиме зоны разупрочнения и остаточной прочности развиваются последовательно одна за другой от концентраторов напряжений, постепенно распространяясь в глубь целика и окружающего массива в направлениях анизотропии. Типичная картина развития устойчивого процесса деформирования показана на рисунке 3.

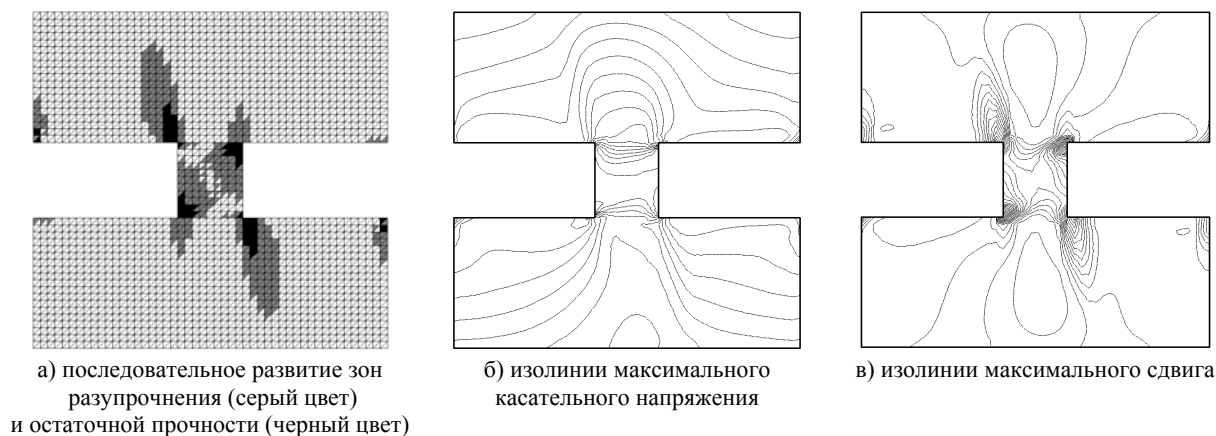


Рис. 3. Типичная картина развития устойчивого процесса деформирования при значении угла анизотропии  $100^\circ$

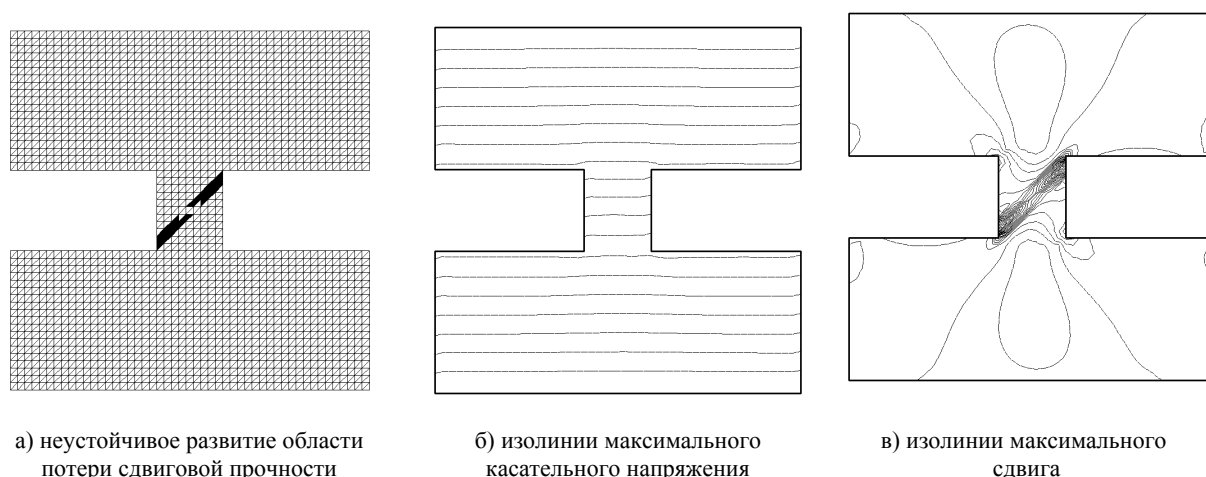


Рис. 4. Типичная картина развития неустойчивого процесса деформирования при значении угла анизотропии  $30^\circ$

В случае неустойчивого режима процесс деформирования развивается принципиально иначе. При достижении величины касательного напряжения предела  $\tau_{\max}$  (см. рис. 2) в среде происходит мгновенный перескок из состояния разупрочнения в состояние остаточной прочности, что означает динамическое высвобождение накопленной упругой

энергии. Если остаточная прочность достаточно мала  $\tau_{\text{res}} / \tau_{\max} \ll 1$ , тогда скачкообразное развитие сдвиговой деформации происходит вдоль узких локализованных полос. Характерная картина неустойчивого процесса деформирования показана на рисунке 4.

## Библиографический список

1. Стаматиу М. Расчет целиков на соляных рудниках. – М., 1963.
2. Esterhuizen G.S., Dolinar D.R., Ellenberger J.L. Pillar strength in underground stone mines in the United States // Int. J. Rock Mechanics and Mining Sciences. – 2011. – V. 48.
3. Chun'an Tang, Shibin Tang. Applications of rock failure process analysis (RFPA) method // J. Rock Mechanics and Geotechnical Engineering. – 2011. – №3(4).
4. Кочарян Г.Г., Спивак А.А. Динамика деформирования блочных массивов горных пород. – М., 2003.
5. Lavrikov S.V., Mikenina O.A., Revuzhenko A.F. A non-Archimedean number system to characterize the structurally inhomogeneous rock behavior nearby a tunnel // J. Rock Mechanics and Geotechnical Engineering. – 2011. – №3(2).
6. Ревуженко А.Ф. Механика упругопластических сред и нестандартный анализ. – Новосибирск, 2000.
7. Сибириков Е.Б., Деев Е.В. Использование метода граничных интегральных уравнений для определения упругих модулей гранулированных геологических сред // Физическая мезомеханика. – 2008. – Т. 11, №1.