

*О.П. Бушманова, А.В. Устюжанова*

### **Численное исследование напряженно-деформированного состояния в окрестности системы отверстий и сдвиговых трещин**

*O.P. Bushmanova, A.V. Ustyuzhanova*

### **Numerical Investigation of the Stress-Strain State in the Vicinity of Holes System and Shear Cracks**

Исследуется напряженно-деформированное состояние упруго-пластического материала вблизи системы отверстий и сдвиговых разрывов. Упруго-пластическое поведение материала вне разрывов описывается с помощью функции текучести и пластического потенциала, позволяющих учитывать внутреннее трение и дилатансию. Для численного моделирования используется метод конечных элементов.

**Ключевые слова:** сдвиговые разрывы, упруго-пластический материал, напряженно-деформированное состояние, отверстие.

Формирование трещин сдвига в окрестности отверстий может быть обусловлено совокупностью различных факторов, отражающих как особенности свойств, структуры и текстуры материала, так и возможные условия деформирования. В массивах горных пород часто встречаются геологические нарушения, а в окрестности выработок могут также возникать и технологические трещины.

В данной работе представлены результаты численного исследования деформирования ослабленной отверстиями плоской упруго-пластической области в условиях возможности возникновения и развития в окрестности отверстий трещин сдвига.

Сдвиговые трещины в исследуемой области моделируются при помощи разрезов. В рамках метода последовательных нагружений на берегах разрезов задаются граничные условия, представленные в виде функциональных зависимостей между нормальными и касательными компонентами векторов приращений напряжений и приращений перемещений на берегах разрезов. Существенно отметить, что соответствующие составляющие векторов приращений напряжений и приращений перемещений, входящие в такие зависимости, до решения задачи неизвестны и определяются в ходе ее решения.

На площадке касательного разрыва перемещений вектор приращений напряжений и приращение нормального перемещения непрерывны. Предполагается, что на определенных участках разрезов существует возможность скольжения и выполняется условие трения Кулона, связывающее нормальную

The article studies stress-strain state of elastic-plastic material nearby the system of holes and shear cracks. The elastic-plastic behavior of the material outside the cuts is described using the yield function and the flow potential. This allows us to take into consideration the internal friction and the dilatancy. The finite elements method is used for numerical modeling.

**Key words:** shear crack, elastic-plastic material, stress-strain state, hole.

и касательную составляющие вектора приращений напряжений.

Для описания поведения материала используются зависящие от тензора напряжений  $\sigma_{ij}$  функция текучести  $f$  и пластический потенциал  $g$ , содержащие параметры  $\mu$ ,  $\beta$  и  $\kappa$ , характеризующие, соответственно, внутреннее трение, дилатансию и сцепление или предел текучести при сдвиге [1–3]

$$f(\sigma_{ij}) = T + \mu\sigma - \kappa, \quad g(\sigma_{ij}) = T + \beta\sigma,$$

где

$$T = \sqrt{\frac{s_{ij}s_{ij}}{2}}, \quad \sigma = \frac{\sigma_m}{3}, \quad s_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma, \quad (i, j, n = 1, 2, 3).$$

Бесконечно малое приращение деформации на каждом шаге нагружения представляется в виде суммы упругой и пластической составляющих. В этом случае соотношение, связывающее приращение пластических деформаций  $d\varepsilon_{ij}^p$  и приращение напряжений  $d\sigma_{kl}$ , принимает следующий вид

$$hd\varepsilon_{ij}^p = P_{ij}Q_{kl}d\sigma_{kl}, \quad (i, j, k, l = 1, 2, 3),$$

где  $h$  – скорость упрочнения,

$$P_{ij} = \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{s_{ij}}{2T} + \frac{1}{3}\beta\delta_{ij}, \quad Q_{ij} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{s_{ij}}{2T} + \frac{1}{3}\mu\delta_{ij}. \quad (1)$$

Определение пластических областей обусловлено достижением функцией текучести нулевого значения. При отрицательных значениях функции текучести поведение материала является упругим.

Численное моделирование разрывов перемещений вдоль сдвиговых трещин проводилось в рамках

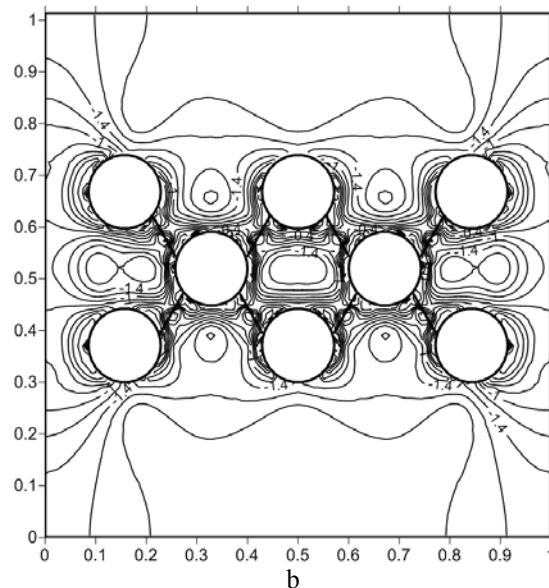
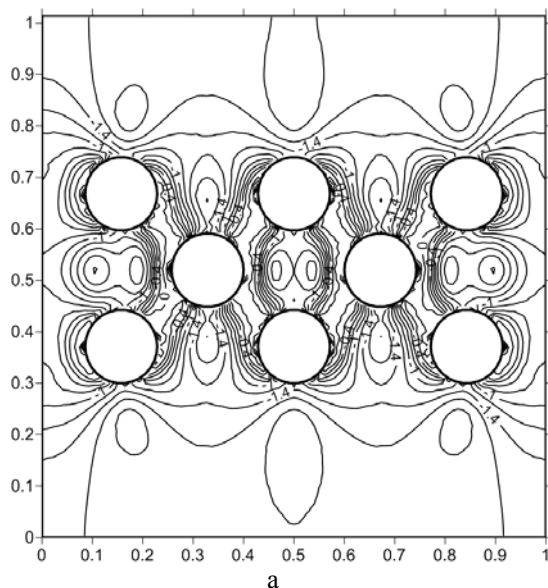
метода конечных элементов на основе алгоритмов и программ, использующих адаптивные проблемно-ориентированные конечно-элементные сетки с двойными узлами [4, 5].

При применении метода конечных элементов для представления в векторной форме функциональной зависимости между приращениями напряжений и деформаций используется упруго-пластическая матрица

$$[D]^{ep} = [D] - \frac{[D]\{P\}\{Q\}^T[D]}{h + \{Q\}^T[D]\{P\}},$$

где  $[D]$  – матрица упругих констант, а векторы  $\{P\}$  и  $\{Q\}$  определяются на основе формул (1).

Взаимное влияние совместного деформирования исследовалось для систем сдвиговых трещин и отверстий различной формы. В условиях сжатия рассматривалась прямоугольная область с прямолинейными трещинами вблизи систем из двух, трех, четырех и восьми круговых отверстий, а также из прямоугольного и круговых отверстий и из отверстий арочного типа [6, 7].



Изолинии функции текучести

На рисунке представлены изолинии функции текучести для прямоугольной области, ослабленной системой из восьми круговых отверстий без разрывов (а) и с прямолинейными разрезами (б).

Полученные в ходе численного решения кинематические картины деформирования качественно

повторяют соответствующие картины, наблюдаемые в экспериментах. Поля напряжений отражают изменение размеров и расположения пластических областей при развитии сдвиговых трещин в окрестности отверстий.

### Библиографический список

1. Райс Дж. Р. Локализация пластической деформации // Теоретическая и прикладная механика: тр. III Междунар. конгресса IUTAM. – М., 1979.
2. Хилл Р. Математическая теория пластичности. – М., 1956.
3. Друккер Д., Прагер В. Механика грунтов и пластический анализ или предельное проектирование // Определяющие законы механики грунтов. – М., 1975.
4. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. The Finite Element Method. – Butterworth-Heinemann, 2000. – V. 2.
5. Бушманова О.П. Моделирование локализации сдвигов // ПМТФ. – 2003. – №6.
6. Бушманова О.П., Устюжанова А.В. О математическом моделировании сдвиговых трещин вблизи отверстий // Известия АлтГУ. – 2010. – Т. 2, №1.
7. Бушманова О.П., Устюжанова А.В. Численное исследование напряженного состояния в окрестности системы горных выработок // Известия АлтГУ. – 2011. – №1.