

С.Б. Бушманов, О.П. Бушманова

**Численное моделирование сдвиговых разрывов в геоматериалах**

S.B. Bushmanov, O.P. Bushmanova

**Numerical Modeling the Shear Rupture in Geomaterials**

Рассматривается математическое моделирование напряженно-деформированного состояния упруго-пластического материала в кольце и в сходящемся радиальном канале в условиях несимметричного развития линий локализации сдвигов, имеющих форму логарифмических спиралей. Уравнения состояния в зоне локализации сдвигов заменяются условиями на криволинейных разрезах, представленными в виде функциональных зависимостей между нормальными и касательными компонентами векторов приращений напряжений и приращений перемещений. Построены поля перемещений и напряжений.

**Ключевые слова:** сдвиговые разрывы, локализация сдвигов, упруго-пластический материал, конечно-элементный расчет.

Процессы деформирования геоматериалов достаточно часто сопровождаются образованием полос локализованных сдвигов или сдвиговых разрывных нарушений [1–4].

Для математического моделирования возникновения и распространения разрывов сдвигового типа вдоль произвольно направленных криволинейных разрезов в плоской области разработан численный алгоритм, реализующий метод конечных элементов на проблемно-ориентированных адаптивных сетках с двойными узлами [5].

Представлено численное исследование напряженно-деформированного состояния упруго-пластического материала в кольце и на начальной стадии выпуска в сходящемся радиальном канале. Предполагается, что в исследуемых областях существует возможность возникновения и несимметричного развития линий локализации сдвигов. На основе экспериментальных данных и результатов аналитических решений для классических пластических постановок криволинейные разрезы в областях рассматриваются в форме логарифмических спиралей [2, 3].

Для разбиения исследуемых областей сетками треугольных конечных элементов выбраны семейства логарифмических спиралей и концентрических окружностей. Вдоль определенных линий как на одном, так и на другом из семейств логарифмических спиралей могут быть расположены разрезы, на

The work considers mathematical modeling deformation mode of elastic-plastic material in the ring and in the convergent radial channel with the assumption of asymmetrical propagation of shear localization lines in the shape of the logarithmic spirals. The equations of the state in the shear localization zone are used instead of conditions in the curvilinear cuts that represent functional relationships between normal and tangential components of vectors of stress increments and displacement increments. The displacement fields and stress fields are constructed.

**Key words:** shear rupture, shear localization, elastic-plastic material, finite element analysis.

которых допускаются сильные разрывы перемещений.

Разрезы, моделирующие линии локализации сдвиговых деформаций, считаются частью границы исследуемой области, а уравнения состояния в зоне локализации заменяются условиями на разрезах.

В задаче о сходящемся радиальном канале граница исследуемой области объединяет внешнюю границу части кольца и берега  $k$  разрезов, расположенных вдоль логарифмических спиралей

$$r=r_0 \exp\{[(-1)^{m+1}(\pi/2-\theta)+(2m-1)\alpha]/(\operatorname{tg}(\pi/4+\varphi/2))\},$$

где  $(r, \theta)$  – полярные координаты соответствующей точки области;  $r_0$  – радиус вектор начальной точки первого разреза;  $\pi/2-\alpha \leq \theta \leq \pi/2+\alpha$ ;  $1 \leq r \leq R$ ;  $\alpha = \text{const}$ ;  $m = 1, \dots, k$ ;  $\varphi = \text{const}$ ;  $0 \leq \varphi < \pi/2$ .

В задаче о деформировании материала в окрестности круглого отверстия разрезы располагались как вдоль одного, так и одновременно вдоль двух семейств логарифмических спиралей.

Возможность разрывов перемещений в рамках метода последовательных нагружений обеспечивают граничные условия на берегах разрезов, представленные в виде функциональных зависимостей между нормальными  $d\sigma_n$ ,  $du_n$  и касательными  $d\sigma_\tau$ ,  $du_\tau$  компонентами векторов приращений напряжений и приращений перемещений.

Важной особенностью данной постановки является использование в граничных условиях заданных

связей между неизвестными до решения задачи приращениями перемещений и напряжений.

Предполагается, что на определенных участках разрывов существует возможность скольжения и выполняется условие трения Кулона, связывающее нормальную и касательную составляющие вектора приращений напряжений

$$|d\sigma_\tau| + c_\mu d\sigma_n = c,$$

где  $c_\mu$  – коэффициент трения на разрезе;  $c$  – параметр, определяемый на каждом шаге решения с учетом коэффициента сцепления на разрезе.

На площадке касательного разрыва перемещений вектор приращений напряжений непрерывен

$$d\sigma_\tau^+ = d\sigma_\tau^-, \quad d\sigma_n^+ = d\sigma_n^-,$$

где индексы «+» и «-» соответствуют разным сторонам линии разрыва.

Возникновение разрыхления материала при скольжении вдоль разрыва описывается зависимостью между скачками нормальной и касательной компонент вектора приращений перемещений на заданных участках разрывов

$$du_n^+ - du_n^- = c_\beta (du_\tau^+ - du_\tau^-).$$

При  $c_\beta \neq 0$  данное условие описывает свойство локализованной дилатансии. При  $c_\beta = 0$  приращение нормального перемещения на линиях непрерывно

$$du_n^+ = du_n^-.$$

Исследование напряженно-деформированного состояния в кольце и на начальной стадии выпуска в сходящемся радиальном канале при локализованном несимметричном режиме деформирования проводилось в сравнении с режимом деформирования без локализации [6, 7].

В отличие от решений в рамках классических теорий пластичности, приводящих к рассмотрению в данных задачах пластических областей, распространяющихся от контура отверстия, решение в рассматриваемой постановке демонстрирует фактическую реализацию пластических свойств материала на разрывах.

Представленные результаты численного моделирования позволяют анализировать влияние расположения, протяженности и количества сдвиговых разрывов на напряженно-деформированное состояние в исследуемых областях.

## Библиографический список

1. Надаи А. Пластичность и разрушение твердых тел. – М., 1969.
2. Соколовский В.В. Теория пластичности. – М., 1969.
3. Ревуженко А.Ф. Механика сыпучей среды. – Новосибирск, 2003.
4. Райс Дж.Р. Локализация пластической деформации // Теоретическая и прикладная механика: тр. III Международного конгресса IUTAM. – М., 1979.
5. Бушманова О.П. Моделирование локализации сдвигов // ПМТФ. – 2003. – №6.
6. Бушманова О.П., Ревуженко А.Ф. Напряженное состояние породного массива вокруг выработки в условиях локализации сдвигов // ФТПРПИ. – 2002. – №2.
7. Бушманова О.П., Бушманов С.Б. Численное моделирование процесса деформирования материала в сходящемся канале в условиях возникновения линий локализации // ФТПРПИ. – 2009. – №4.