

УДК 620.172.21

Т.В. Бурнышева, В.О. Каледин

Напряженное состояние сетчатых оболочечных конструкций с вырезами при осевом сжатии

Т.В. Burnysheva, V.O. Kaledin

Stress State of Ribbed Shell Structures with Notches under Axial Compression

Сопоставляются решения задачи о напряженно-деформированном состоянии сетчатой оболочечной конструкции при статическом нагружении в дискретной и континуальной постановке. Показано, что для оболочек без вырезов решение, полученное при дискретном моделировании ребер, сходится к решению по континуальной модели, а при наличии вырезов континуальная модель дает завышенные напряжения.

Ключевые слова: сетчатые оболочечные конструкции, композиционные материалы, напряженно-деформированное состояние, дискретное моделирование.

Концентрация напряжений в сетчатых оболочечных конструкциях с вырезами при осевом нагружении до настоящего времени изучена недостаточно. В частности, остается открытым вопрос о пределах применимости континуальной модели, связанный с тем, что размеры вырезов соизмеримы с размерами структурной ячейки, образованной ребрами.

В настоящей работе сопоставляются два подхода к задаче о напряженно-деформированном состоянии сетчатых оболочек при осевом сжатии, основанные на дискретном моделировании системы ребер и на осреднении напряжений в рамках континуальной модели конструктивно-ортотропной оболочки.

Исследуется класс конструкций, состоящих из композитной обшивки и регулярной системы кольцевых и спиральных ребер. Оболочка может содержать некомпенсированные или усиленные окантовками вырезы (рис. 1). Существующая технология намотки многослойной композитной обшивки поверх сетчатой структуры позволяет создать в целом монолитную жесткую конструкцию. Вдоль образующей оболочка нагружена сжимающей погонной силой, распределенной равномерно по торцу. Противоположный торец закреплен. На обоих торцах запрещен поворот нормали относительно касательной к круговому сечению.

При построении континуальной модели регулярную систему часто расположенных ребер можно заменить условным сплошным слоем, обладающим осредненными жесткостными характеристиками. Воспользуемся методикой осреднения деформаций в ребрах оболочки, предложенной В.В. Васильевым

Solution of the problem of stressed-strained state of the ribbed shells under static loading in the discrete production compared with the continuous production. It is shown that for shells without notches solution for teaching discrete simulation of edges converge to a solution of the continuum model, and in the presence of notches continuum model gives too high stress.

Key words: ribbed shell structures, composite materials, stress-strain state, stress concentration, discrete modeling.

для сетчатых структур [1]. Введем ортогональную систему координат с осями α и β , направленными по образующей и по окружности оболочки соответственно, и осью γ , направленной по нормали. Спиральные ребра образуют два семейства, составляющие углы $\pm\varphi_j$ с осью α и характеризующиеся геометрическими параметрами: δ_j – толщиной ребра; a_j – расстоянием между спиральными ребрами. Нормальные и касательные напряжения в ребрах сетчатой структуры приводятся к условным напряжениям посредством формул:

$$\sigma_{\alpha}^* = \sum_{j=1}^n \frac{1}{a_j} \sigma_j \delta_j \cos^2 \varphi_j, \quad \sigma_{\beta}^* = \sum_{j=1}^n \frac{1}{a_j} \sigma_j \delta_j \sin^2 \varphi_j, \quad (1)$$

$$\tau_{\alpha\beta}^* = \sum_{j=1}^n \frac{1}{a_j} \sigma_j \delta_j \sin \varphi_j \cos \varphi_j,$$

где n – число семейств ребер (в нашем случае три).

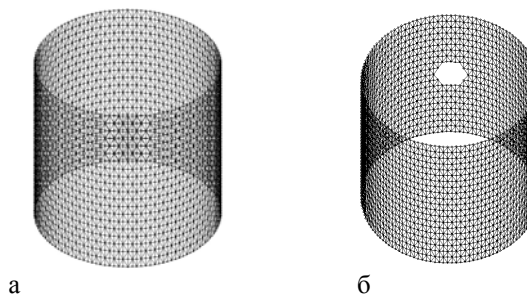


Рис. 1. Модели цилиндрических оболочечных конструкций: а – без вырезов; б – с некомпенсированным вырезом

Тогда условные напряжения выражаются через деформации формулами [1]:

$$\begin{aligned}\sigma_{\alpha}^* &= A_{11}e_{\alpha} + A_{12}e_{\beta}, \quad \sigma_{\alpha}^* = A_{12}e_{\alpha} + A_{22}e_{\beta}, \quad \tau_{\alpha\beta}^* = A_{33}e_{\alpha\beta}, \\ \tau_{\alpha\gamma}^* &= G_{\alpha\gamma}e_{\alpha\gamma}, \quad \tau_{\beta\gamma}^* = G_{\beta\gamma}e_{\beta\gamma},\end{aligned}\quad (2)$$

где A_{11} , A_{12} , A_{33} , $G_{\alpha\gamma}$, $G_{\beta\gamma}$ – эффективные упругие постоянные однородной сетчатой структуры; e_{α} , e_{β} , $e_{\alpha\beta}$, $e_{\alpha\gamma}$, $e_{\beta\gamma}$ – деформации условной однородной оболочки.

Осредненные модули упругости вычисляются через модули упругости ребер по формулам [1]:

$$\begin{aligned}A_{11} &= \sum_j \frac{1}{a_j} E_j \delta_j \cos^4 j, \quad A_{22} = \sum_j \frac{1}{a_j} E_j \delta_j \sin^4 j, \\ G_{\alpha\gamma} &= \sum_j \frac{1}{a_j} G_j \delta_j \cos^2 j, \\ A_{12} &= A_{21} = A_{33} = \sum_j \frac{1}{a_j} E_j \delta_j \sin^2 j \cos^2 j, \\ G_{\beta\gamma} &= \sum_j \frac{1}{a_j} G_j \delta_j \sin^2 j.\end{aligned}\quad (3)$$

Дальнейшее решение состоит в определении напряженно-деформированного состояния двухслойной оболочки, один из слоев которой имеет модули упругости обшивки, а второй – осредненные модули (3). После определения деформаций по формулам (1) рассчитываются напряжения в ребрах.

Однако наличие вырезов, размеры которых соизмеримы с расстоянием между ребрами, нарушает одну из предпосылок применения континуальной модели: в окрестность выреза попадает малое число ребер, что заставляет предположить существенность изгибных эффектов в ребрах. Учет таких эффектов требует моделирования всей дискретной структуры. Данный подход применяется при расчетах частных вариантов сетчатых оболочек с вырезами [2, 4, 6].

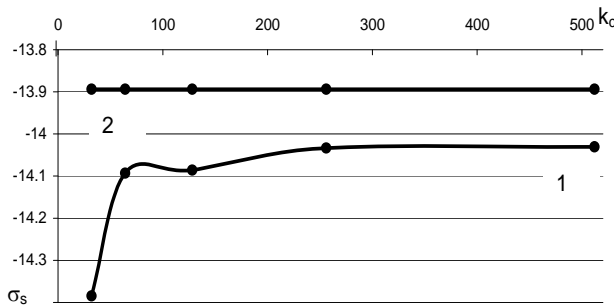
Проведем сравнительный анализ решений задачи расчета напряженно-деформированного состоя-

ния сетчатой оболочечной конструкции при дискретном моделировании и при осреднении деформаций по слоям. В обоих случаях решение находилось методом конечных элементов. В качестве элементов оболочки применялся треугольный элемент Зенкевича [3], а ребра моделировались элементами балки Тимошенко [5].

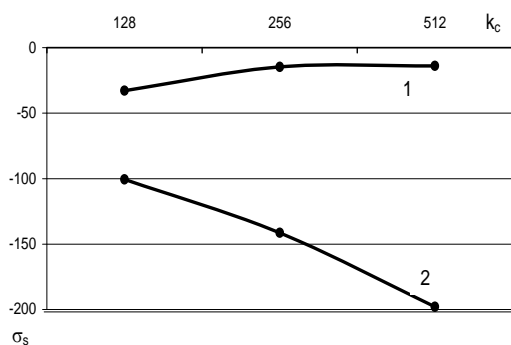
Рассмотрим сетчатую цилиндрическую оболочечную конструкцию без вырезов и усиления с приложенной к верхней кромке сжимающей силой N . Радиус оболочки составлял R , высота по образующей $H = 1,95R$. Материал спиральных и кольцевых ребер имеет физико-механические характеристики: $E_1 = E_2 = 3000$ МПа, $G_{12} = 500$ МПа, $\mu = 0,2$; для материала обшивки $E_1 = 408$ МПа, $E_2 = 6329$ МПа, $G_{12} = 367$ МПа, $\mu_1 = 0,72$, $\mu_2 = 0,046$. Расчеты напряжений в элементах сетчатой структуры проводились при последовательном уменьшении в два раза расстояния между ребрами с сохранением геометрического подобия ячейки и постоянстве суммарной площади поперечного сечения ребер, что в пределе дает «размазывание» ребер в сплошной слой. Расчетная модель содержала от 32 до 512 пар спиральных ребер и от 5 до 80 кольцевых. Расчеты проводились для оболочек без вырезов и для оболочек с шестиугольным отверстием, расположенным на середине высоты. Размеры выреза оставались постоянными (рис. 16).

На рисунке 2 представлены напряжения σ_s в спиральных ребрах.

Как видно из рисунка 2а, для конструкции без вырезов дискретная модель дает тем меньшие (по абсолютной величине) напряжения в спиральных ребрах, чем больше число ребер, в то время как континуальная модель дает постоянные напряжения, не зависящие от числа ребер. При этом различие между результатами расчетов уменьшается с увеличением числа ребер и не превышает 1,5% уже при 64 парах спиральных ребер. Это показывает высокую степень совпадения решений при расчете оболочек без вырезов.



а



б

Рис. 2. Напряжения σ_s в спиральных ребрах сетчатой структуры конструкции: а – без вырезов, б – с некомпенсированным вырезом; 1 – при дискретном моделировании, 2 – при континуальном подходе; k_c – число пар спиральных ребер

При наличии выреза картина становится качественно иной. Численное решение по континуальной модели дает высокие значения напряжений, которые растут при удвоении сетки (кривая 1 на рисунке 2б); установление решения отсутствует, что может быть при наличии сингулярности. Напротив, дискретное моделирование ребер дает существенно меньшие напряжения в ребрах, причем их величина быстро устанавливается. Разность между значениями напряжений σ_s в спиральных ребрах вблизи вы-

реза увеличивается со сгущением ребер (рис. 2б); так, с увеличением спиральных ребер в 4 раза разность между решениями возросла в 2,7 раза. Таким образом, исследованные модели дают существенно разные результаты.

Проведенное исследование показало, что континуальная модель в случае оболочек с вырезами малых размеров не учитывает моментных эффектов в ребрах, что приводит к завышению рассчитанных напряжений.

Библиографический список

1. Васильев В.В. Механика конструкций из композиционных материалов. – М., 1988.
2. Васильев В.В., Никитин М.В., Разин А.Ф. Исследование влияния формы ячейки на напряженное состояние композитной сетчатой конструкции при локальном нагружении // Вопросы оборонной техники. – 2005. – №1/2.
3. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М., 1975.
4. Миткевич А.Б., Пономарев В.П., Никитин О.Д. Разработка и экспериментальная проверка критериев моделирования напряженно-деформированного состояния эластичных резервуаров подушечного типа для хранения горючего // Вопросы оборонной техники. – 2006. – №3/4.
5. Тимошенко С.П. Устойчивость стержней, пластин и оболочек. – М., 1971.
6. Суханов А.В., Попов В.Г., Каледин Вл.О. Применение стеклопластиков в силовых конструкциях крепи тоннелей, сооружаемых методом продавливания // Вопросы оборонной техники. – 2003. – №3/4.