

УДК 621.372.82

*П.А. Григорьев, В.В. Щербинин*

**Диаграмма направленности излучения  
конечной фазированной антенной решетки  
коаксиальных волноводов с импедансным фланцем**

*P.A. Grigoryev, V.V. Scherbinin*

**Radiation Pattern of Finite Phased Array  
of Coaxial Waveguides with an Impedance Flange**

С применением вариационного принципа в одномодовом приближении рассмотрено влияние импеданса фланца на направленность излучения фазированной антенной решетки коаксиальных волноводов. Получены выражения для компонент электрического поля в дальней зоне и формулы для функции направленности излучения и коэффициента направленного действия антенной решетки. Показано, что добавление стороннего импеданса фланца несколько улучшает направленные свойства фазированной антенной решетки коаксиальных волноводов.

**Ключевые слова:** конечная фазированная антенная решетка, коаксиальный волновод, диаграмма направленности, вариационный принцип.

**Введение.** В настоящее время большое развитие получило радиоволновое зондирование окружающей среды. Достоинством радиоволнового зондирования является способность электромагнитных волн проникать в глубь материальных сред, что позволяет получать информацию о структуре объекта. Чтобы обеспечить высокое пространственное разрешение, необходимо использовать антенны с большим коэффициентом усиления.

Другие важные требования к антеннам для радиоволнового зондирования – высокая механическая прочность и минимальное количество выступающих элементов. Эти требования являются следствием того, что зондирующие системы часто располагают на борту летательных аппаратов и при этом желательно, чтобы антенна создавала минимально возможное аэродинамическое сопротивление, а также сохраняла работоспособность во всем диапазоне скоростей полета.

Всем трем вышеперечисленным требованиям удовлетворяют фазированные волноводные антенные решетки с общим фланцем, так как в этом случае излучающие элементы антенны не выступают над поверхностью фланца, а за счет управления фазами бегущих волн в элементах решетки можно добиться сколь угодно высокой направленности [1, с. 620–623].

В последние годы возник интерес к разработке методов, позволяющих учитывать влияние конечной проводимости фланца на электродинамические ха-

In this paper variation principle in the single-mode approximation has been implemented to radiation problem of finite phased array of identical coaxial waveguides. Equations for far field components and array radiation directivity have been obtained. It is shown that the flange impedance increases antenna array directivity.

**Key words:** finite phased antenna array, coaxial waveguide, radiation pattern, variation principle, impedance flange.

рактеристики волноводных антенн и антенных решеток. Это связано с активно ведущимися работами по созданию так называемых метаматериалов, представляющими собой искусственные среды с практически произвольным поверхностным импедансом [2, с. 2546–2547; 3, с. 2596–2603]. В качестве возможных эффектов, ожидаемых от внедрения высокоимпедансных покрытий, можно назвать улучшение развязки между антеннами [4, с. 1362–1373] или изменение формы диаграммы направленности [5, с. 2713–2722]. Поскольку поверхностный импеданс фланца представляет собой дополнительный свободный параметр, способный оказать влияние на электродинамические характеристики волноводной антенны, возник интерес к разработке методов расчета, позволяющих учитывать это влияние.

В работе [6, с. 181–184] рассмотрено применение вариационного принципа в одномодовом приближении для расчета характеристик поля излучения конечной волноводной антенной решетки плоских волноводов с импедансным фланцем, а также влияние импеданса фланца на диаграмму направленности излучения конечной фазированной антенной решетки коаксиальных волноводов.

**Постановка задачи.** Геометрия задачи изображена на рисунке 1. В координатной области  $z < 0$  расположена невыступающая антенная решетка, состоящая из конечного числа  $n$  идентичных полубесконечных коаксиальных волноводов, заполненных идеальным магнетодиэлектриком с диэлектри-

ческой проницаемостью  $\epsilon_w$  и магнитной проницаемостью  $\mu_w$ . Волноводы возбуждаются электромагнитной волной основного типа, набегающей на раскрыв вдоль оси  $z$ . Зависимость от времени определяется как  $e^{-i\omega t}$ . Апертуры волноводов расположены на бесконечном фланце в плоскости  $z = 0$ . Фланец характеризуется постоянным сторонним импе-

дансом  $Z$ , нормированным на волновое сопротивление свободного пространства  $Z_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}$ , где  $\epsilon_0$  и  $\mu_0$  – диэлектрическая и магнитная проницаемости свободного пространства. В области  $z > 0$  расположено свободное пространство.

Требуется рассчитать диаграмму направленности излучения фазированной антенной решетки.

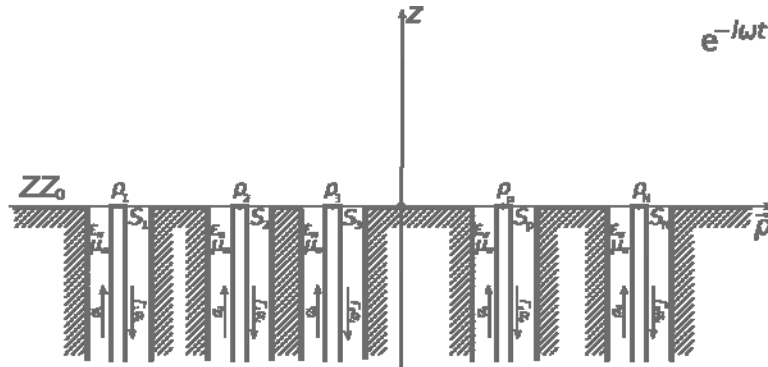


Рис. 1. Геометрия задачи

**Нахождение компонент электрического поля одиночного коаксиального волновода в дальней зоне.** Поля в полупространстве  $z > 0$  могут быть описаны с помощью двух скалярных компонент векторных электромагнитных потенциалов в форме интегралов Фурье:

$$A_z^{e,m}(\vec{\rho}, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha^{e,m}(\vec{\xi}) e^{i\vec{\xi}\vec{\rho} + iWz} d\vec{\xi}, \quad (1)$$

где  $W = \sqrt{k_0^2 - \xi^2}$  – продольное волновое число,  $k_0$  – волновое число в свободном пространстве,  $\alpha^{e,m}$  – неизвестные спектральные функции.

В плоскости фланца выполняется граничное условие сшивания касательных составляющих электрического и магнитного полей и граничное условие импедансного типа на фланце. Эти граничные условия удобно использовать в комбинированной записи следующего вида [7, с. 30–35]:

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{\rho}, +0) - ZZ_0 \vec{u} \times \vec{H}_t(\vec{\rho}, +0) &= \vec{F}(\vec{\rho}), \quad \forall \vec{\rho}; \\ \vec{u} \times \vec{H}_t(\vec{\rho}, +0) &= \vec{u} \times \vec{H}_t(\vec{\rho}, -0), \quad \vec{\rho} \in S, \end{aligned} \quad (2)$$

где введена вспомогательная финитная функция  $\vec{F}(\vec{\rho})$  следующего вида:

$$\vec{F}(\vec{\rho}) = \begin{cases} 0, & \vec{\rho} \notin S; \\ \vec{E}_t(\vec{\rho}, -0) - ZZ_0 \vec{u} \times \vec{H}_t(\vec{\rho}, -0), & \vec{\rho} \in S. \end{cases} \quad (3)$$

Известно, что выражения полей через потенциалы  $A^e$  и  $A^m$  в свободном пространстве имеют вид [8, с. 17]:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= i\omega\mu_0 \vec{A}^e - \frac{1}{i\omega\epsilon_0} \text{grad div} \vec{A}^e - \text{rot} \vec{A}^m; \\ \vec{H} &= i\omega\epsilon_0 \vec{A}^m - \frac{1}{i\omega\mu_0} \text{grad div} \vec{A}^m + \text{rot} \vec{A}^e. \end{aligned} \quad (4)$$

Подставляя выражения (1) в выражения (4) и применяя граничные условия (2), можно связать неизвестные спектральные функции  $\alpha^{e,m}$  с Фурье-трансформантой вспомогательной функции  $\vec{F}(\vec{\rho})$ . Далее подставляя выражения для спектральных функций обратно в выражения (1) и проводя математические преобразования, можно получить выражения для компонент векторных электромагнитных потенциалов в дальней зоне следующего вида [9, с. 86]:

$$\begin{aligned} A_z^e(r, \theta, \varphi) &= \frac{1}{2\pi Z_0} \frac{f_\xi(k_0 \sin \theta, \varphi) \cos \theta e^{ik_0 r}}{\cos \theta + Z \sin \theta r}; \\ A_z^m(r, \theta, \varphi) &= \frac{1}{2\pi} \frac{f_\psi(k_0 \sin \theta, \varphi) \cos \theta e^{ik_0 r}}{1 + Z \cos \theta \sin \theta r}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\vec{f}(\xi, \psi)$  – Фурье-трансформанта вспомогательной функции  $\vec{F}(\vec{\rho})$ .

Выражения (5) являются аналитически строгими и позволяют найти выражения для компонент векторов электромагнитного поля в дальней зоне, если известно аналитическое выражение для Фурье-трансформанты вспомогательной функции  $\vec{F}(\vec{\rho})$ .

Так как истинное распределение поля на раскрыве неизвестно, найти точное решение поставленной задачи невозможно. Для построения приближенного решения можно воспользоваться одно-модовым приближением, при котором  $\vec{F}(\vec{\rho})$  записывается в виде:

$$\vec{F}(\rho, \varphi) = A_0 \vec{\varphi}_0(\rho, \varphi), \quad (6)$$

где  $\vec{\varphi}_0(\rho, \varphi)$  – волновая функция волны основного типа в поперечном сечении волновода,  $A_0$  – ком-

плексная амплитуда волны основного типа на раскрыве волновода.

Подставляя выражения (5) в (4) и используя одномодовое приближение, можно получить следующие выражения для компонент электрического поля одиночного коаксиального волновода [9, с. 101]:

$$E_{\theta}^e(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \ln \frac{b}{a}}} \frac{\cos \theta}{\cos \theta + Z} A_0 \frac{J_0(k_0 b \sin \theta) - J_0(k_0 a \sin \theta)}{\sin \theta} \frac{e^{ik_0 r}}{r};$$

$$E_r^m = 0; E_{\theta}^m = 0; E_{\varphi}^m = 0; E_r^e = 0; E_{\varphi}^e = 0, \quad (7)$$

где  $a$  и  $b$  – радиусы внутреннего и внешнего проводников коаксиального волновода соответственно.

**Функции направленности излучения и коэффициент направленного действия антенной решетки.** В силу линейности уравнений Максвелла, электромагнитное поле волноводной антенной решетки представляет собой векторную сумму полей отдельных волноводов. Так как волноводы идентичны и конфигурации полей на их раскрывах одинаковы, суммарное поле может быть описано выражением, основанным на теореме умножения [10, с. 317]:

$$E_{\Sigma}^e(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \ln \frac{b}{a}}} F_{oo}(\theta) F_{\Sigma}(\theta, \varphi) \frac{e^{ik_0 r}}{r}; \quad (8)$$

здесь  $F_{oo}(\theta)$  – функция направленности одиночного волновода следующего вида:

$$F_{oo}(\theta) = \frac{\cos \theta}{\cos \theta + Z} A_0 \frac{J_0(k_0 b \sin \theta) - J_0(k_0 a \sin \theta)}{\sin \theta}, \quad (9)$$

$F_{\Sigma}(\theta, \varphi)$  – множитель решетки, который может быть представлен следующим выражением:

$$F_{\Sigma}(\theta, \varphi) = \sum_{i=1}^n A_i e^{ik_0 \delta_i}. \quad (10)$$

Разность хода  $\delta_i$  фактически представляет собой проекцию вектора  $\vec{\rho}_i$  на направление единич-

ного вектора, ориентированного из начала координат в точку наблюдения:

$$\delta_i = x_i \sin \theta \cos \varphi + y_i \sin \theta \sin \varphi, \quad (11)$$

где  $\vec{\rho}_i = \vec{e}_x x_i + \vec{e}_y y_i$ ,  $x_i$  и  $y_i$  – координаты центра апертуры  $i$ -го волновода в решетке.

Нормируя выражение (8) для электрического поля, создаваемого антенной решеткой коаксиальных волноводов, на максимальное значение этого поля, получаем выражение для функции направленности излучения антенной решетки по полю следующего вида:

$$F^e(\theta, \varphi) = \frac{E_{\Sigma}^e(r, \theta, \varphi)}{|E_{\Sigma \max}^e|}. \quad (12)$$

Коэффициент направленного действия в направлении главного максимума диаграммы направленности может быть найден по следующей известной формуле [10, с. 200]:

$$D_{\Sigma}^e = \frac{4\pi |E_{\Sigma \max}^e|^2}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} |E_{\Sigma}^e|^2 \sin \theta d\theta}. \quad (13)$$

**Численные результаты и обсуждение.** С использованием выражений (8)–(13) была составлена программа, позволяющая вычислять диаграмму направленности и коэффициент направленного действия в направлении главного максимума диаграммы направленности антенной решетки. Программа позволяет проводить расчет антенных решеток произвольной формы. Конфигурация решетки задается координатами центров апертур волноводов.

На рисунке 2 представлена диаграмма направленности для прямоугольного расположения девяти волноводов при различных значениях импеданса фланца. Из диаграммы видно, что чем больше модуль импеданса фланца, тем дальше от плоскости фланца отклоняются лепестки диаграммы направленности. Видно, что уменьшается толщина главного лепестка, но вместе с этим увеличиваются побочные максимумы.

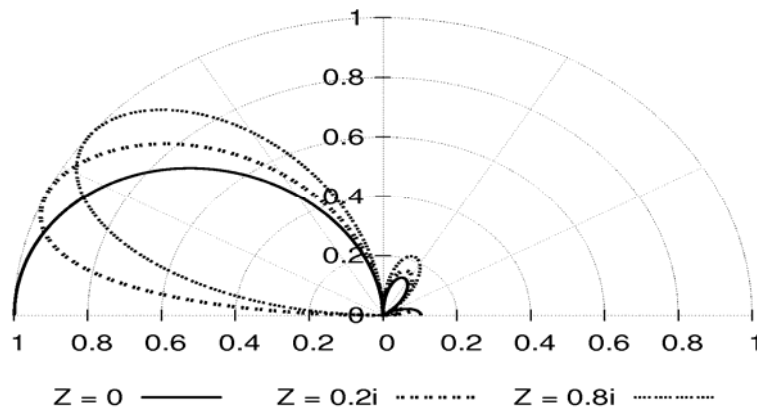


Рис. 2. Диаграмма направленности ( $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ) для прямоугольного расположения девяти волноводов фазированной антенной решетки (сдвиги фаз в соседних волноводах по  $x$  и  $y$  равны 3.1 и 5.2 радиан соответственно.  $k_0 b = 0,4$ )

На рисунке 3 представлена зависимость коэффициента направленного действия от безразмерной частоты при различных значениях импеданса фланца. Можно заметить, что с увеличением модуля поверхностного импеданса фланца, направленность

излучения возрастает практически во всем диапазоне частот. Зависимости для разных типов реактивного импеданса фланца – активного и емкостного – отличаются несущественно.

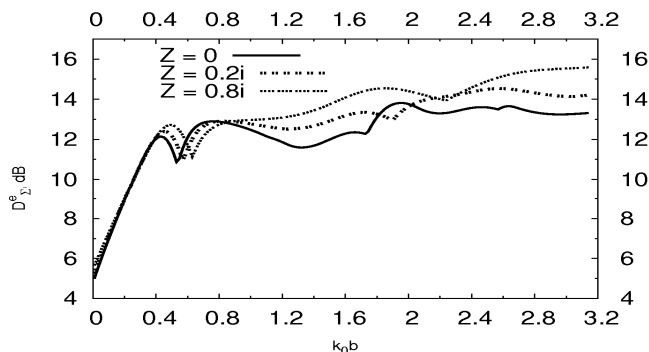


Рис. 3. Зависимость коэффициента направленного действия от частоты при различных значениях импеданса фланца (прямоугольное расположение 9 волноводов, сдвиги фаз в соседних волноводах по  $x$  и  $y$  равны 3.1 и 5.2 радиан соответственно)

**Заключение.** В данной работе рассмотрено влияние импеданса фланца на направленность излучения фазированной антенной решетки коаксиальных волноводов. Получено выражение для компоненты электрического поля создаваемого волноводной антенной решеткой в дальней зоне и расчетные формулы для функции направленности излуче-

ния и коэффициента направленного действия в направлении главного максимума диаграммы направленности волноводной антенной решетки. Показано, что добавление стороннего импеданса фланца несколько увеличивает направленные свойства фазированной антенной решетки коаксиальных волноводов.

### Библиографический список

1. Riblet H.J. Note on the maximum directivity of an antenna // Proceedings of the IRE. – 1948. – Vol. 36, №5.
2. Ziolkowski R.W., Engheta N. Metamaterial special issue introduction // IEEE Transaction on Antennas and Propagation. – 2003. – Vol. 51, №10.
3. Holloway C.L., Kuester E.F., Baker-Jarvis J., Kabos P. A double negative (DNG) composite medium composed of magnitodielectric spherical particles embedded in a matrix // IEEE Transaction on Antennas and Propagation. – 2003. – Vol. 51, №10.
4. Кюркчан А.Г. Связь между антеннами в присутствии ребристых структур // Радиотехника и электроника. – 1977. – Т. 22, №7.
5. Sievenpiper D.F., Schaner Long H.J. et al. Two-dimensional beam steering using an electrically tunable impedance surface // IEEE Transaction on Antennas and Propagation. – 2003. – Vol. 51, №10.
6. Щербинин В.В., Комаров С.А. Диаграмма направленности волноводной антенной решетки с импедансным фланцем // Известия АлтГУ. – 2010. – №1.
7. Комаров С.А. Вариационный принцип в задачах излучения из полубесконечного волновода с импедансным фланцем // Известия вузов. Радиоэлектроника. – 1985. – Т. 28, №3.
8. Марков Г.Т., Чаплин А.Ф. Возбуждение электромагнитных волн. – М.; Л., 1967.
9. Щербинин В.В. Применение вариационного принципа к расчету электродинамических характеристик волноводных антенн с импедансным фланцем: дис. ... канд. физ.-мат. наук. – Барнаул, 2006.
10. Сазонов Д.М. Антенны и устройства СВЧ: учебник для радиотехн. спец. вузов. – М., 1988.