

УДК 519.8

*Е.В. Понькина, А.С. Маничева***Некоторые вопросы математического моделирования  
рассредоточенного рынка зерна\****E.V. Ponkina, A.S. Manicheva***Some Questions of Mathematical Modeling  
of the Spatially Distributed Grain Market**

Рассмотрена модель рассредоточенного, мультиагентного рынка зерна в условиях олигопсонии. Исследованы вопросы существования и единственности равновесия.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, рассредоточенный рынок, системный компромисс, рынок зерна.

Региональный рынок зерна представляет собой сложную систему взаимоотношений между рассредоточенными в пространстве участниками, взаимодействие которых осуществляется исходя из их мотивов, экономических и стратегических интересов. Предложение зерна на региональном рынке распределено неравномерно. Это связано с различием почвенных и климатических условий производства, обеспеченностью материально-техническими ресурсами, степенью развитости инфраструктуры рынка и пр. В результате на территории региона существенно варьируются как объемы площадей посева зерновых культур, их урожайность, так и себестоимость производства продукции. Колебание урожайности культур из года в год влияет на распределение предложения на территории региона, образуются таксоны высокого, среднего и низкого объема предложения зерна. Таким образом, в процессе моделирования регионального рынка зерна необходимо учитывать территориальную дифференциацию условий производства, различие используемых агротехнологий при возделывании зерновых культур хозяйствами разных категорий (крупные, средние, малые). Кроме того, представляет интерес исследование эффективности производства зерна хозяйств указанных категорий в различных сценарных условиях, что позволит оценить потенциал развития данных предприятий и обосновать необходимость усиления государственной поддержки некоторых категорий хозяйств в неблагоприятных климатических и рыночных условиях. Основным спрос на зерно формируется крупными перерабатывающими предприятиями, производственные мощности которых, как правило, сгруппированы в областях развитых транспортных коммуникаций и сырьевых зон. Крупные перерабатывающие пред-

The paper considers the model of spatially distributed, multi-agent grain market under oligopsony conditions. The questions of existence and uniqueness of equilibrium are investigated.

**Key words:** mathematical modeling, spatially distributed market, system compromise, grain market.

приятия, рассредоточенные на территории региона, закупают существенную долю произведенного зерна в крае и обладают доминирующим положением на рынке зерна. Как правило, региональный рынок зерна относится к типу олигопсонии, на котором господствует группа крупных потребителей (переработчиков зерна), обладающих доминирующим положением и получающих большую долю прибыли, чем производитель в цепочке «производитель–переработчик–розничная сеть».

Учитывая рассредоточенность в пространстве спроса и предложения зерна, рыночные цены на территории региона варьируются в зависимости от степени насыщенности рынка в некоторых локальных зонах. Таким образом, в качестве локальных рынков зерна могут рассматриваться крупные перерабатывающие предприятия, оказывающие существенное влияние на среднюю рыночную цену и рентабельность сельскохозяйственных производителей соответствующей сырьевой зоны. Принимая во внимание фактическую открытость рынка зерна, т.е. возможность продажи и покупки зерна удаленным производителем и удаленным потребителем, возникает необходимость учета рассредоточенности участников рынка в пространстве при построении модели. Поскольку продажа продукции переработчику осуществляется несколькими рыночными агентами, то модель рынка зерна относится к классу мультиагентных (многоагентных) систем с множеством центров принятия решений.

В процессе моделирования рынка зерна приняты следующие положения и допущения:

1. В качестве формы взаимодействия участников рынка (производителей и переработчиков зерна) рассматривается купля-продажа.

\* Работа выполнена при финансовой поддержке ведомственно-аналитической программы «Развитие научного потенциала Высшей школы (2009–2011 гг.)» (проект №2.2.2.4/4278).

2. Не предполагается наличие каких-либо посредников.
3. Рассматривается случай полной информированности участников рынка о текущем предложении и спросе, закупочных ценах.
4. В качестве локализованных рынков и одновременно потребителей зерна рассматриваются предприятия мукомольно-перерабатывающей промышленности, формирующие спрос и определяющие уровень закупочных цен.
5. Сельхозтоваропроизводители, ориентируясь на уровень цен, формируют предложение зерна на каждом локальном рынке.
6. Рассматривается рынок одного продукта, однородного по качеству.
7. Перепродажа продукции между участниками рынка отсутствует.
8. Рассматривается рассредоточенный, мультиагентный рынок, на котором конкуренция среди переработчиков осуществляется по закупочной цене зерна, а среди производителей – по объемам реализации продукции на приоритетных рынках сбыта.

Рассмотрим однопродуктовый вариант модели рассредоточенного рынка зерна, на котором присутствует  $J$  переработчиков ( $j = 1, \dots, J$ ) и  $I$  производителей сельскохозяйственной продукции ( $i = 1, \dots, I$ ).

Каждый переработчик  $j$  рассматривается в качестве агента локального зернового рынка и, управляя закупочной ценой на зерно  $c_j$ , формирует потенциальный спрос в объеме  $X_j(c_j, d_j)$ , зависящий также от доходности реализации готовой продукции  $d_j$ .

Производитель  $i$ , обладая производственным потенциалом  $X_i$ , исходя из объема производства продукции формирует предложение в объеме  $x_{ij}$  на каждом территориально удаленном, локальном зерновом рынке  $j$  ( $j = 1, \dots, J$ ). Очевидно, что предложение зерна на локализованном рынке зависит от соотношения привлекательности закупочной цены и удаленности рынка, т.е.  $x_{ij} = x_{ij}(c_j, r_{ij})$ , где  $r_{ij}$  – издержки, связанные с транспортировкой и реализацией продукции на рынок  $j$  (транзакционные издержки).

Обобщенная схема взаимодействия участников рассредоточенного, мультиагентного, однопродуктового рынка зерна приведена на рисунке 1.

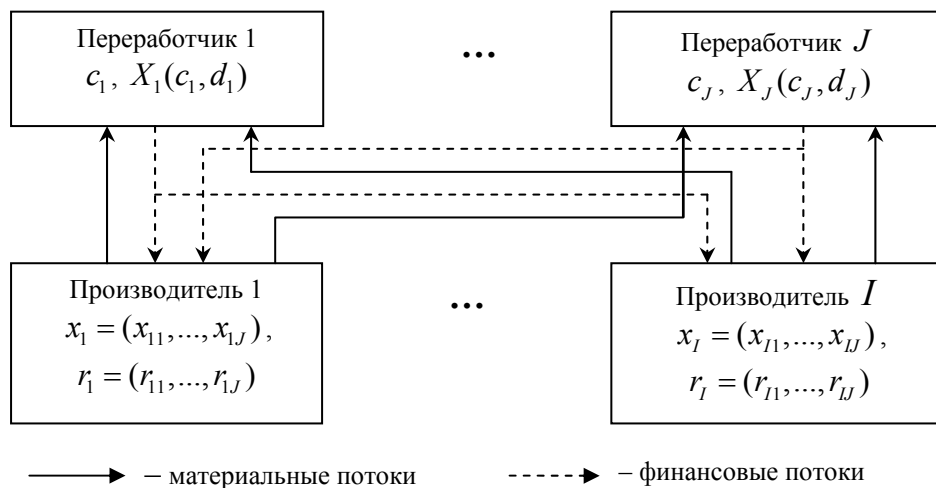


Рис. 1. Схема взаимодействия участников рассредоточенного, мультиагентного рынка зерна

Поскольку рынок зерна относится к олигопсоническому типу, то именно переработчики оказывают существенное влияние на цену и конъюнктуру рынка. Кроме того, их доминирующее положение позволяет им существенно влиять на эффективность функционирования сельхозтоваропроизводителей. Таким образом, моделируемая система рассматривается в качестве иерархической, двухуровневой системы со многими центрами принятия решений, в качестве которых выступают перерабатывающие предприятия – как потребители и собственники хлебоприемных пунктов, располагающие мощностями по переработке зерна и обладающие доминирующим положением, а в качестве самостоятельных блоков (активных элементов) – сельскохозяйственные предприятия – как поставщики и производители продукции.

Цель функционирования переработчика заключается в получении максимума прибыли от производства и реализации готовой продукции, т.е. задача перерабатывающего предприятия  $j$  ( $j = 1, \dots, J$ ) как потребителя на рынке зерна имеет вид:

$$F_j(c_j, x_j) = (d_j - c_j)X_j(c_j, d_j) \rightarrow \max_{c_j, x_j}$$

$$X_j(c_j, d_j) = \sum_{i=1}^I x_{ij}, \tag{1}$$

$$x_{ij} \in [0, X_i], c_j \in [\underline{c}_j, \bar{c}_j],$$

где  $d_j$  – доход, получаемый предприятием от производства и реализации готовой продукции без учета затрат на приобретение сырья;  $X_i$  – производственный потенциал  $i$ -го производителя;  $\underline{c}_j, \bar{c}_j$  – нижний и верхний пределы изменения закупочной цены;

$X_j(c_j, d_j)$  – положительно определенная, непрерывная, дифференцируемая функция, описывающая зависимость спроса на зерно, при этом в условиях фиксированной доходности от реализации готовой продукции ( $d_j = \text{const}$ ) спрос убывает при возрастании цен на сырье  $c_j$ , т.е.  $\frac{\partial X_j(c_j, d_j)}{\partial c_j} \leq 0$ .

Максимально возможная цена закупки зерна  $\bar{c}_j$  зависит от совокупных расходов предприятия, доходности реализации готовой продукции и в самом простом приближении может быть выражена как  $\bar{c}_j = d_j / (1 + N_j)$ , где  $N_j$  – положительная норма рентабельности переработчика.

Минимальная закупочная цена  $\underline{c}_j$  соответствует пороговому уровню цен, ниже которого предложение зерна обращается в ноль, т.е. рынок сбыта непривлекателен для всех производителей. Таким образом, уровень  $\underline{c}_j$  зависит от условий и эффективности функционирования производителей зерна и минимальной цены, по которой они готовы продать продукцию на рынке  $j - \underline{c}_{ij}$ , т.е.  $\underline{c}_j = \min_{i=1, \dots, I} \{ \underline{c}_{ij} \}$ .

В качестве управляемых переменных, кроме цены  $c_j$ , рассматриваются и объемы закупок зерна у сельхозтоваропроизводителей  $x_{ij}$ , так как именно переработчик как агент локального рынка принимает решение о том, в каком объеме и у какого производителя приобрести зерно. Таким образом, оптимальное решение задачи переработчика соответствует такому уровню цен  $c_j^*$  и объемам закупки сырья  $x_{ij}^*$ , при котором потребности предприятия удовлетворены полностью, а получаемая прибыль максимальна.

Цель сельхозтоваропроизводителя  $i$  ( $i = 1, \dots, I$ ) заключается в оптимальном распределении предложения зерна по локальным рынкам, рассредоточенным в пространстве, обеспечивающем получение максимума прибыли от его производства и реализации:

$$f_i(x_{i1}, \dots, x_{iJ}) = \sum_{j=1}^J c_j x_{ij} - z_i(x_i) - \sum_{j=1}^J r_{ij} x_{ij} \rightarrow \max_{x_i}$$

$$x_i = \sum_{j=1}^J x_{ij} \quad (2)$$

$$x_i \in [0, a_i X_i]$$

где  $z_i(x_i)$  – положительно определенная, дифференцируемая, непрерывная функция на интервале  $x_i \in [0, X_i]$ , описывающая издержки на производство зерна и учитывающая технологические аспекты производства, нормы расхода и цены материально-технических и трудовых ресурсов в производстве;  $r_{ij}$  – издержки реализации продукции на рынке  $j$ , зависящие от расстояния от  $i$ -го производителя до  $j$ -го локального рынка –  $t_{ij}$  и средних издержек на транспортировку и реализацию продукции в расчете

на 1 т-км –  $z_i^t$  ( $r_{ij} = t_{ij} z_i^t$ );  $X_i$  – производственный потенциал предприятия  $i$ ;  $a_i$  – параметр, характеризующий эффективность используемых агротехнологий и степень достижения производственного потенциала ( $0 < a_i \leq 1$ ).

Производитель посредством варьирования объемов производства и реализации продукции  $x_{ij}$  на рассредоточенном рынке в условиях конкуренции стремится обеспечить достижение максимума прибыли при ограниченности производственного потенциала.

Из условий задачи производителя  $i$  очевидно, что оптимальный объем предложения зерна на рынке  $j$  описывается как:

$$x_{ij}^* = \begin{cases} 0, & \text{если } c_j \leq r_{ij} + \frac{z_i(x_i)}{\sum_{j=1}^J x_{ij}} \\ x_{ij} \geq 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (3)$$

Таким образом, минимальная цена реализации производителя на рассредоточенном рынке определена вектором  $\underline{c}_i = (c_{i1}, \dots, c_{iJ}) : \underline{c}_{ij} = r_{ij} + z_i(x_i) / x_{ij}$ .

Модель (1)–(2) является теоретико-игровой моделью системного компромисса рассредоточенного, мультиагентного рынка зерна. Исследование таких моделей возможно в рамках методологии теории системного компромисса, предложенной Г.И. Алгазиным [1], теории активных систем и теории игр [2], методов имитационного моделирования [3; 4].

В теоретическом аспекте интересно изучение условий существования рыночного равновесия, его единственности и устойчивости, чувствительности к изменению различных рыночных факторов.

**Определение.** *Общим равновесным состоянием рассредоточенного рынка зерна, описываемого моделью (1)–(2), называется такой объем предложения  $x_{ij}^*$  и спроса  $X_j(c_j^*, d_j)$  при некотором уровне цен  $c_j^*$ , который обеспечивает максимальное удовлетворение интересов всех участников, т.е. достижение максимума прибыли при определенном механизме их взаимодействия.*

Исходя из записи модели (1)–(2) и связей между компонентами для достижения рыночного равновесия необходимо выполнение продуктового баланса спроса и предложения на всех локальных рынках:

$$X_j(c_j^*, d_j) = \sum_{i=1}^I x_{ij}^*, \quad j = 1, \dots, J. \quad (4)$$

Необходимость выполнения условия продуктового баланса на всех локальных рынках, обеспечивающего общее равновесие на рассредоточенном рынке, учитывается также в работах А.Г. Коваленко, И.В. Коннова и В.А. Булаковского, А. Nagurney, К. Okuguchi, F. Szidarovsky [5–10].

Решение теоретико-игровой модели (1)–(2) представляет собой компромиссное, равновесное решение ( $I + J$ ) лиц, принимающих решение, обес-

печивающее рыночное равновесие на рассредоточенном рынке зерна. Доказательство существования решения и его единственности для модели в общем виде затруднено, так как необходимо учитывать механизм взаимоотношения между участниками. В модели возможны различные варианты компромиссных решений, в частности в стратегиях Г1, на основе угроз (стратегии Г2 и др.) или других механизмов и степени информированности участников, которые описывают различные варианты равновесных ситуаций на рассредоточенном рынке. Таким образом, компромисс интересов в модели (1)–(2) не единственен.

Для исследования вопросов единственности равновесных цен на рассредоточенном, мультиагентном рынке зерна рассмотрим следующее утверждение.

**Утверждение 1.** *Цена (равновесная цена)  $c^* = (c_1^*, \dots, c_j^*)$ , обеспечивающая выполнение условий баланса спроса и предложения (4) на рассредоточенном, мультиагентном рынке, описываемом моделью (1)–(2), существует и не единственна, если выполнены условия:*

- а)  $c^* \in [\underline{c}, \bar{c}]$ ;
- б)  $\underline{c} < \bar{c}$ ;
- в)  $\sum_{i=1}^I a_i X_i \geq \sum_{j=1}^J X_j(\underline{c}_j, d_j)$ .

**Доказательство.** Из условий задачи производителя  $i$  оптимальный объем предложения продукции на  $j$ -й рынок удовлетворяет функции (3).

Учитывая то, что  $c^* \in [\underline{c}, \bar{c}]$  и, соответственно,  $c_j^* \in [\underline{c}_j, \bar{c}_j] \forall j$ , то  $x_{ij} \geq 0, \forall i, j$ .

Рассмотрим случай, когда  $\underline{c}_j = \max_{i=1, \dots, I} \{c_{ij}\}$ , т.е. для всех производителей все локальные рынки привлекательны. Предположим, что распределение предложения на рассредоточенном рынке осуществляется исходя из объемов производства продукции пропорционально заявленному спросу переработчиков:

$$x_{ij} = \frac{X_j(c_j, d_j)}{\sum_{j=1}^J X_j(c_j, d_j)} x_i. \quad (5)$$

Тогда для некоторого вектора цен  $c^* \in [\underline{c}, \bar{c}]$  определены  $b_j(c^*) = \frac{X_j(c_j^*, d_j)}{\sum_{j=1}^J X_j(c_j^*, d_j)}$  – доля продукции от общего объема производства, направляемая на рынок  $j$ , такая что  $\sum_{j=1}^J b_j(c^*) = 1$ .

Предположим, что в точке  $c^*$  выполнено условие общего продуктового баланса, т.е. оптимальные объемы производства зерна производителей в совокупности равны совокупному спросу:

$$\sum_{i=1}^I x_i(c^*) = \sum_{j=1}^J X_j(c^*, d_j). \quad (6)$$

Тогда в соответствии с (5) для  $j$ -го рынка условие продуктового баланса (4) примет вид:

$$\frac{X_j(c_j^*, d_j)}{\sum_{j=1}^J X_j(c_j^*, d_j)} \sum_{i=1}^I x_i = X_j(c^*, d_j),$$

откуда получаем справедливое равенство:

$$\frac{\sum_{i=1}^I x_i}{\sum_{j=1}^J X_j(c_j^*, d_j)} = 1. \text{ Таким образом, при балансе со-}$$

вокупного спроса и предложения и выполнении условия а) утверждения возможно достижение равновесия на каждом локальном рынке.

Покажем, что существует точка  $c^*$ , для которой выполнено условие (6). Предположим, что условие (6) выполнено.

Прибыль производителя  $i$  описывается как:  $f_i(x_i) = \sum_{j=1}^J (c_j^* - r_{ij}) x_{ij} - z_i(\sum_{j=1}^J x_{ij})$ ,  $i = 1, \dots, I$ , при этом в процессе максимизации прибыли необходимо выполнение условия  $0 \leq \sum_{j=1}^J x_{ij} \leq a_i X_i$ . Воспользуемся принципом (5) и подставим выражение для  $x_{ij}$  в  $f_i(x_i)$ , получим:  $f_i(x_i) = \sum_{j=1}^J (c_j^* - r_{ij}) b_j(c^*) x_i - z_i(x_i)$ ,  $x_i \in [0, a_i X_i]$ ,  $i = 1, \dots, I$ .

Поскольку для равновесной цены выполнено условие а), то  $c_j \geq r_{ij} + \frac{z_i(x_i)}{x_i}$ , т.е. функция прибыли положительно определена для системы цен. При непрерывности и возрастании функции издержек  $z_i(x_i)$  на интервале  $[0, a_i X_i]$  каждый производитель стремится максимизировать объем выпуска продукции.

Предположим, что производители абсолютно равноправны на рынке, тогда объем производства продукции  $i$ -м производителем в условиях ограниченности спроса пропорционален его фактическому производственному потенциалу  $a_i X_i$ , т.е.

$$x_i(c^*) = \frac{a_i X_i}{\sum_{i=1}^I a_i X_i} \sum_{j=1}^J X_j(c_j^*, d_j). \quad (7)$$

Если выполнено условие в), то  $\sum_{i=1}^I a_i X_i \geq \sum_{j=1}^J X_j(c_j^*, d_j)$  и определенный в соответствии с (7) объем производства при такой форме взаимодействия обеспечивает выполнение условия общего продуктового баланса (6). Таким образом,

на рассредоточенном рынке существует равновесная цена  $c^*$  при выполнении условий а) и в), обеспечивающая выполнение общего продуктового баланса.

Покажем, что равновесная цена на рынке не является единственной. Пусть выполнено равенство:

$$\sum_{i=1}^I a_s X_i = \sum_{j=1}^J X_j(c_j, d_j), \quad (8)$$

т.е. производственный потенциал предприятий при действующей агротехнологии может быть полностью использован.

Пусть  $c_j^{**} = \underline{c}_j$ , тогда условие (8) выполнено, оптимальное решение производителей исходя из (7) составит  $x_i(c^{**}) = a_i X_i$ , так как  $f_i(x_i, c^{**}) > 0$ , при его распределении в соответствии с (5) получим выполнение продуктового баланса на каждом локальном рынке.

Пусть выполнено условие б) утверждения и  $\underline{c}_j < \bar{c}_j, \forall j$ . Тогда для некоторой точки  $c^* > c^{**}$  исходя из принципов (7) и (5) при выполнении условий а) и в) также будет выполнено (4), т.е. она будет являться равновесной. Что и требовалось доказать.

Таким образом, варианты равновесных цен модели (1)–(2) образуют множество равновесных цен  $\mathbb{C}$ :

$$\mathbb{C} = \left\{ c \in R_+^J : X_j(c_j, d_j) = \sum_{i=1}^I x_{ij}, j = 1, \dots, J; c \in [\underline{c}, \bar{c}] \right\},$$

на котором осуществляется выбор оптимального, равновесного решения  $(c^*, x^*)$  для всех участников рынка.

Подчеркнем, что цена, являющаяся оптимальной для переработчиков, т.е. обеспечивающая максимум их прибыли, является также точкой множества  $\mathbb{C}$ , которое по сути представляет собой множество допустимых решений для переработчиков.

Покажем, что равновесная цена лежит в некотором интервале.

**Утверждение 2.** *Рассредоточенный, мультиагентный рынок зерна, описанный (1)–(2), характеризуется множеством равновесных цен, входящих в интервал  $[\underline{c}^*, \bar{c}^*]$ , при этом  $\underline{c}_j^* > 0, \bar{c}_j^* < d_j, j = 1, \dots, J$ , если выполнено  $\underline{c} < \bar{c}$ .*

**Доказательство.** Предположим, что  $\underline{c}_j^* = 0$ , в этом случае переработчик  $j$  максимизирует выпуск готовой продукции и его потребности в сырье возрастают до предельных возможностей, т.е.  $X_j(c_j^*, d_j) > 0$ . Производитель  $i$ , стремясь максимизировать прибыль от реализации зерна, при нулевых ценах минимизирует объем предложения до нуля, т.е.  $x_{ij}^* = 0$ . В таком случае рыночное равновесие недостижимо, так как  $X_j(c_j^*, d_j) > \sum_{i=1}^I x_{ij}^*, j = 1, \dots, J$ .

Значит, существует некоторая минимальная равновесная цена  $\underline{c}^* > 0$ , при которой выполнено соотношение  $X_j(c_j, d_j) = \sum_{i=1}^I x_{ij}, j = 1, \dots, J$ .

Если  $c_j^* = d_j$ , то доходность переработки равна нулю. В таких условиях в соответствии с принципами рационального экономического поведения оптимальный объем закупки зерна переработчиком составляет  $X_j(c_j, d_j) = 0$ . При высоких ценах закупки зерна предложение производителей возрастает и, соответственно,  $x_{ij}^* \neq 0$ , значит, основное условие рыночного равновесия не выполнено, так как

$$X_j(c_j, d_j) < \sum_{i=1}^I x_{ij}, j = 1, \dots, J. \text{ Таким образом, для}$$

достижения равновесия на рынке необходимо снижение цен закупки до некоторого уровня, обеспечивающего выполнение условия продуктового баланса. Следовательно, существует верхняя оценка равновесной цены  $\bar{c}_j^* < d_j$ . Что и требовалось доказать.

Поскольку рынок зерна относится к олигопсоническому типу, то компромиссные решения, возникающие в системе взаимоотношений производителей и переработчиков, более соответствуют поведению участников в стратегиях Г1. То есть переработчик, обладая информацией о получаемом предложении в зависимости от уровня цен  $c_j$ , максимизирует прибыль от производства и реализации готовой продукции. Как показано в работе С. Карлина, «каждому равновесному состоянию по Вальрасу соответствует оптимальное решение некоторой однокритериальной задачи с функционалом, являющимся линейной сверткой критериев оптимальности субъектов экономической системы» [11]. А.Г. Коваленко показано, что на многопродуктовом, рассредоточенном рынке в условиях совершенной конкуренции эффективность рассредоточенного рынка и системы централизованного управления совпадает, при этом в качестве единого критерия оптимальности рассматривается максимизация линейной свертки функций прибыли, получаемой в процессе функционирования всех участников системы [5]. Также показано, что если в децентрализованной системе управления существуют локальные рынки, не являющиеся рынками совершенной конкуренции, то в этом случае рассредоточенный рынок менее эффективен, чем централизованное управление. Таким образом, в некоторых случаях равновесие, получаемое на рассредоточенном рынке, может являться Парето-оптимальным.

**Утверждение 3.** *Если выполнены условия утверждения 1 для модели рассредоточенного, мультиагентного рынка (1)–(2), а участники рынка взаимодействуют в соответствии со стратегиями Г1, то вектор равновесных цен  $c^* \in \mathbb{C}$ , обеспечивающий максимальное удовлетворение интересов*

всех участников рынка, единственен, а компромиссное решение  $(c^*, x^*)$  не единственное.

**Доказательство.** Задача переработчика имеет вид:  $F_j(c_j) = (d_j - c_j)X_j(c_j, d_j) \rightarrow \max_{c_j}, j = 1, \dots, J$ ,

при этом  $c \in \mathbb{C}$ . То есть выбор оптимальной цены осуществляется на множестве равновесных цен. Равновесная цена  $c^*$  является оптимальной для переработчиков, если  $F_j(c_j^*) \geq F_j(c_j), j = 1, \dots, J, \forall c \in \mathbb{C}$ . При убывании функции прибыли, т.е.  $\frac{\partial F_j(c_j)}{\partial c_j} < 0$  (что выполнено при  $\frac{\partial X_j(c_j, d_j)}{\partial c_j} \leq 0$ ),

оптимальное решение равно наименьшей равновесной цене на множестве  $\mathbb{C}$ , а сумма прибылей переработчиков максимальна при некоторой  $c^* \in \mathbb{C}: c^* \leq c, \forall c \in \mathbb{C}$ .

Предположим, что для некоторых двух равновесных цен  $c^*, c^{**} \in \mathbb{C}$  выполнено  $c^* \leq c^{**}$ . Для того чтобы обе цены являлись оптимальными, необходимо выполнение условия равенства прибыли:  $F_j(c_j^*) = F_j(c_j^{**})$ , что при убывании функции прибыли невозможно. Таким образом, существует

нижняя граница множества  $\mathbb{C}$ , которая представляет равновесную цену в модели (1)–(2).

Покажем, что компромиссное решение не единственное. Это обусловлено, во-первых, не единственностью вариантов описания конкурентного взаимодействия производителей зерна, во-вторых, возможностью совпадения привлекательности рынков сбыта для двух и более производителей и взаимозаменяемости их предложения. Если для рынков  $k$  и  $j$  выполнено  $c_k - r_{ik} = c_j - r_{ij}$  для некоторых  $i \in \{1, \dots, I\}$ , то возможны различные неоднозначные варианты распределения предложения по данным рынкам сбыта, при этом прибыль производителей будет неизменной. Что и требовалось доказать.

**Выводы.** Таким образом, показано, что в теоретико-игровой модели системного компромисса рассредоточенного рынка зерна при выполнении условий утверждения 1 существует множество цен, обеспечивающих равновесие на всем рассредоточенном рынке, которое представляет собой интервал, имеющий верхнюю и нижнюю границы, оптимальная равновесная цена при взаимодействии участников в стратегиях Г1 единственная, но варианты компромиссных решений не единственны.

## Библиографический список

1. Алгазин Г.И. Модели системного компромисса в социально-экономических исследованиях. – Барнаул, 2009.
2. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Теория активных систем: состояние и перспективы. – М., 1999.
3. Аксенов К.А., Гончарова Н.В., Смолий Е.Ф., Долматов С.Ю., Аксенова О.П. Выбор ценовой стратегии предприятия с использованием мультиагентного подхода // Вестник УГТУ–УПИ. – 2009. – №5.
4. Ивашкин Ю.А. Мультиагентное имитационное моделирование конфликтных ситуаций // Информационные технологии моделирования и управления. – 2005. – №4 (22).
5. Коваленко А.Г. Некоторые вопросы взаимосвязи равновесных состояний математических моделей многопродуктового рассредоточенного рынка и задачи централизованного управления // Региональная экономика

в информационном измерении, оценки и прогнозы: сб. науч. тр. / под ред. Е.М. Иванова, Р.М. Нижегородцева. – М., 2003. – Вып. 3.

6. Коваленко А.Г. О математическом моделировании рассредоточенного рынка // Экономика и математические методы. 1999. – Т. 35, вып. 3.
7. Коннов И.В. Применение вариационных неравенств для моделирования распределенных систем аукционных рынков // Исслед. по информ. – Казань, 2007. – №12.
8. Булавский В.А. Структура спроса и равновесие в модели олигополии // Экономика и математические методы. – 1997. – Т. 33, вып. 3.
9. Nagurney A. Network economics. – Dordrecht, 1999.
10. Okuguchi K., Szidarovsky F. The theory of oligopoly with multi-product firms. – Berlin, 1990.
11. Карлин С. Математические методы в теории игр, программировании и экономике. – М., 1964.