

УДК 528.4

*С.И. Жилин, Т.В. Байкалова***Обработка неравноточных инженерно-геодезических измерений нестатистическими методами****S.I. Zhilin, T.V. Baikalova***Processing Engineering Geodetic Measurements of Unequal Accuracy Using Non-Statistical Methods**

Описывается опирающаяся на метод центра неопределенности технология расчета интервалов позиционной неопределенности плановых координат по неравноточным косвенным измерениям. В отличие от традиционного статистического описания позиционной неопределенности доверительными интервалами предложенный подход позволяет для тех же целей получать гарантированные интервальные оценки.

Ключевые слова: неравноточные геодезические измерения, косвенные измерения, позиционная неопределенность, гарантированные интервальные оценки, метод центра неопределенности.

Введение. При проведении измерений каждый результат должен сопровождаться информацией о его погрешности, и тем самым указывается интервал его неопределенности [1, 2]. При вероятностно-статистическом подходе к описанию погрешностей средств и результатов измерений в качестве интервала неопределенности используется доверительный интервал с заданным уровнем доверительной вероятности. Долгое время считалось, что случайные погрешности приборов или результатов измерений распределены нормально. Однако по мере накопления данных о фактических распределениях погрешностей стало очевидным, что они весьма разнообразны и очень часто далеки от нормального [3, 4]. Большое разнообразие законов распределения погрешностей обуславливает практическую сложность определения доверительных значений погрешностей [4, 5]. В этой ситуации нестатистический подход [6, 7] к интервальному оцениванию погрешностей измерений может служить одним из способов, позволяющим преодолеть эти сложности, поскольку не требует знания распределения ошибки, а лишь ее ограниченности.

Задачи инженерной геодезии состоят в оценке истинных значений и указании погрешностей оценок тех или иных геометрических характеристик инженерных объектов по совокупности разнородных и неравноточных измерений. Основным математическим инструментом построения такого рода

The paper describes a technique of estimation of positional uncertainty intervals for plane coordinates using indirect geodetic measurements of unequal accuracy. The technique is based on uncertainty center method. Unlike traditional statistical description of positional uncertainty which uses confidence intervals, the proposed approach allows to obtain guaranteed interval estimates for the same purposes.

Key words: geodetic measurements of unequal accuracy, indirect measurements, positional uncertainty, guaranteed interval estimates, uncertainty center method.

оценок является обобщенный метод наименьших квадратов [8, 9].

В работе описывается опирающийся на метод центра неопределенности [7] подход к построению гарантированных интервальных оценок позиционной неопределенности координат инженерно-геодезических объектов по измерениям различной точности на примере измерений плановых координат стоек опор линий электропередач (ЛЭП).

Нестатистическое оценивание позиционной неопределенности стоек опор ЛЭП. Предлагаемая технология расчета интервалов позиционной неопределенности разработана в ходе работ по межеванию земельных участков под опорами ЛЭП, которые предусматривали определение координат с указанием оценок неопределенности для угловых точек основания каждой опоры в местной прямоугольной системе координат. Основание опоры представляет собой прямоугольник $ABCD$ с известными размерами, определяемыми типом опоры.

Основным инструментом определения плановых координат опор ЛЭП являлся измерительный комплекс Trimble GPS 4600 LS, позволяющий достичь точности измерения плановых координат 0,02 м.

Условия съемки не всегда допускали проведение прямых измерений. Поэтому в некоторых ситуациях приходилось прибегать к косвенным измерениям, используя дополнительные средства измерений (ру-

* Работа выполнена при финансовой поддержке аналитической ведомственной целевой программы «Развитие научного потенциала Высшей школы (2009–2011 гг.)» (проект №2.2.2.4/4278).

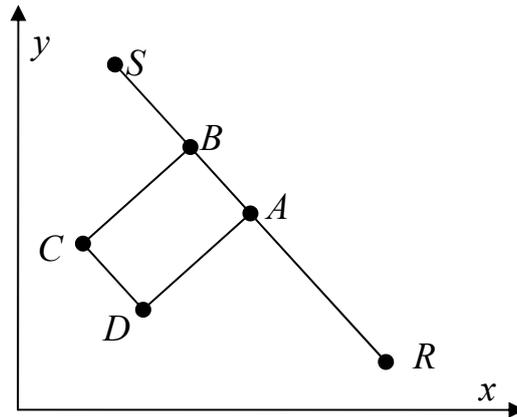


Схема косвенных измерений координат стоек опоры ABCD

летка, тахеометр и т.д.). Использовалась схема косвенных измерений.

При невозможности прямого измерения с помощью GPS-комплекса координат одной из точек A или B (см. рис.) прямоугольники неопределенности их координат $R(A) = [\underline{x}_A, \bar{x}_A] \times [\underline{y}_A, \bar{y}_A]$ и $R(B) = [\underline{x}_B, \bar{x}_B] \times [\underline{y}_B, \bar{y}_B]$ отыскиваются по совокупности следующей информации. GPS-измерения координат производятся в точках R и S , которые выносятся от точек A и B в направлениях $-AB$ и \overline{AB} на расстояния AR и BS соответственно. Расстояния AR и BS измеряются с помощью геодезической рулетки. Точки R и S устанавливаются в створе с точками A и B либо с помощью тахеометра, либо «на глаз». Для каждого вида измерений известны предельные ошибки:

ε_p – ошибка измерения размеров основания опоры;

ε_g – ошибка измерения координат точек R и S ;

ε_r – ошибка измерения расстояний с помощью рулетки;

ε_l – предельное отклонение точек A и B от прямой R и S ;

ε_a – ошибка угловых измерений. Указанные значения и данные позволяют сформировать следующую систему ограничений на допустимые значения координат:

$$AB^{uzm} - \varepsilon_p \leq dist(A, B) \leq AB^{uzm} + \varepsilon_p, \quad (1)$$

$$AR^{uzm} - \varepsilon_r \leq dist(A, R) \leq AR^{uzm} + \varepsilon_r, \quad (2)$$

$$BS^{uzm} - \varepsilon_r \leq dist(B, S) \leq BS^{uzm} + \varepsilon_r, \quad (3)$$

$$x_R^{uzm} - \varepsilon_g \leq x_R \leq x_R^{uzm} + \varepsilon_g, \quad (4)$$

$$y_R^{uzm} - \varepsilon_g \leq y_R \leq y_R^{uzm} + \varepsilon_g, \quad (5)$$

$$x_S^{uzm} - \varepsilon_g \leq x_S \leq x_S^{uzm} + \varepsilon_g, \quad (6)$$

$$y_S^{uzm} - \varepsilon_g \leq y_S \leq y_S^{uzm} + \varepsilon_g, \quad (7)$$

$$-\varepsilon_l \leq line_{RS}(A) \leq \varepsilon_l, \quad (8)$$

$$-\varepsilon_l \leq line_{RS}(B) \leq \varepsilon_l, \quad (9)$$

$$\cos \varepsilon_a \leq \cos \angle(\overline{BA}, \overline{AR}) \leq \cos 0, \quad (10)$$

$$\cos \varepsilon_a \leq \cos \angle(\overline{AB}, \overline{BS}) \leq \cos 0, \quad (11)$$

где индекс uzm обозначает значения соответствующих величин, полученные при измерениях; $dist(U, V) = \sqrt{(x_U - x_V)^2 + (y_U - y_V)^2}$ – расстояние между точками U и V ; $line_{UV}(P) = ax_P + by_P + c$, $a = (y_V - y_U)/d$, $b = (x_U - x_V)/d$, $c = x_V y_U - x_U y_V / d$, $d = \sqrt{(y_V - y_U)^2 + (x_U - x_V)^2}$ – значение канонического уравнения прямой, проходящей через точки U и V , в точке P ; и, наконец, $\cos \angle(\overline{UV}, \overline{PQ}) = \frac{\overline{UV} \cdot \overline{PQ}}{dist(U, V) \cdot dist(P, Q)}$.

Ограничения (1)–(3) соответствуют измерениям рулеткой, (4)–(7) – GPS-измерениям, (10)–(11) – измерениям углов, а (8)–(9) определяют «коридор», в который укладываются точки A, B, R, S . Сформировать и вовлечь в вычисления две последние группы ограничений одновременно удавалось не всегда, поскольку они дублируют друг друга в некотором смысле и соответствующие им измерения редко проводились одновременно для одной и той же опоры.

Очевидно, что способ выноса точек R и S , указанный выше, не принципиален и аналогичные схемы обработки данных могут быть построены и для прочих вариантов выноса (например, для случая, когда точки R и S расположены по одну и ту же сторону от опоры).

Нижние (верхние) границы интервалов неопределенности координат точек A и B возможно отыскать путем решения задач

$$x_A \rightarrow \min(\max), \quad (12)$$

$$y_A \rightarrow \min(\max), \quad (13)$$

$$x_B \rightarrow \min(\max), \quad (14)$$

$$y_B \rightarrow \min(\max) \quad (15)$$

при ограничениях (1)–(11).

Вычисленные границы интервалов неопределенности координат точек A и B наряду с данными о размерах основания опоры позволяют сформулировать задачу определения интервалов неопределенности координат точек C и D :

$$x_C \rightarrow \min(\max), \quad (16)$$

$$y_C \rightarrow \min(\max), \quad (17)$$

$$x_D \rightarrow \min(\max), \quad (18)$$

$$y_D \rightarrow \min(\max). \quad (19)$$

$$\underline{x}_A \leq x_A \leq \bar{x}_A, \quad (20)$$

$$\underline{y}_A \leq y_A \leq \bar{y}_A, \quad (21)$$

$$\underline{x}_B \leq x_B \leq \bar{x}_B, \quad (22)$$

$$\underline{y}_B \leq y_B \leq \bar{y}_B, \quad (23)$$

$$AB^{изм} - \varepsilon_p \leq dist(A, B) \leq AB^{изм} + \varepsilon_p, \quad (24)$$

$$BC^{изм} - \varepsilon_p \leq dist(B, C) \leq BC^{изм} + \varepsilon_p, \quad (25)$$

$$CD^{изм} - \varepsilon_p \leq dist(C, D) \leq CD^{изм} + \varepsilon_p, \quad (26)$$

$$DA^{изм} - \varepsilon_p \leq dist(D, A) \leq DA^{изм} + \varepsilon_p, \quad (27)$$

$$AC^{изм} - \varepsilon_p \leq dist(AC) \leq AC^{изм} + \varepsilon_p, \quad (28)$$

$$BD^{изм} - \varepsilon_p \leq dist(B, D) \leq BD^{изм} + \varepsilon_p. \quad (29)$$

Следует заметить, что уравнения (1)–(15) и (16)–(29) являются задачами нелинейного программирования, в то время как при использовании «классического» метода центра неопределенности приходится

иметь дело лишь с задачами линейного программирования. Тем не менее в силу своей выпуклости они могут довольно просто решаться с помощью подходящих программных инструментов, реализующих те или иные методы оптимизации. В частности, в настоящей работе использовалось стандартное средство решения задач оптимизации с нелинейными ограничениями системы Matlab – функция *fmincon*.

Численный пример. Ниже приведен пример численных результатов расчета интервалов неопределенности для координат стоек одной из опор.

Исходные данные по опоре:

1. GPS-измерения координат точек в местной системе координат (в метрах):

$$R = (7788,905; 7276,036); S = (7769,764; 7259,235).$$

Предельная ошибка измерений: $\varepsilon_g = 0,02$ м.

2. Расстояния, измеренные рулеткой:

$$AR = 9,05 \text{ м}; BS = 8,22 \text{ м}.$$

Предельная ошибка измерений: $\varepsilon_r = 0,05$ м.

3. Размеры основания опоры (тип У39):

$$AB = BC = CD = DA = 8,10 \text{ м}.$$

Предельная ошибка измерений: $\varepsilon_p = 0,005$ м.

4. Предельная угловая ошибка выноса точек R и S в створе AB «на глаз»: $\varepsilon_a = 1'$.

Интервалы позиционной неопределенности стоек опор A, B, C, D , полученные в результате решения задач (1)–(15) и (16)–(29) для указанных исходных данных, приведены в таблице.

Расчетные интервалы неопределенности координат стоек опоры

Точка	Интервал неопределенности		Ширина интервала	
	x , м	y , м	x , м	y , м
A	[7782,045; 7782,104]	[7270,014; 7270,059]	0,059	0,045
B	[7775,939; 7776,007]	[7264,665; 7264,719]	0,068	0,053
C	[7781,208; 7781,432]	[7258,567; 7258,648]	0,224	0,081
D	[7787,358; 7787,450]	[7263,848; 7264,056]	0,097	0,208

Заключение. Таким образом, в случаях, когда известны предельные погрешности каждого вида измерений, поиск интервалов неопределенности для искомых величин, оцениваемых на основе косвенных неравноточных инженерно-геодезических измерений, может проводиться путем формулирования отношений между измеренными величинами в виде системы неравенств и постановки необходи-

мых задач оптимизации в отношении полученной системы ограничений. Такой нестатистический подход может служить альтернативой (или дополнением) к классическому вероятностно-статистическому методу обработки измерений – методу наименьших квадратов, для обоснованного применения которого необходим предварительный этап анализа и выбора класса распределений ошибки измерений.

Библиографический список

1. Иванников Д.А., Фомичев Е.Н. Основы метрологии и организации метрологического контроля: учеб. пособие. – Н. Новгород, 2001.

2. Метрология и электрорадиоизмерения в телекоммуникационных системах: учебник для вузов / под ред. В. Нефедова. – М., 2001.

3. Новицкий П.В., Зограф И.А. Оценка погрешностей результатов измерений. – Л., 1985.
4. Орлов А.И. Часто ли распределение результатов наблюдений является нормальным? // Заводская лаборатория. – 1991. – Т. 57, №7.
5. Эльясберг П.Е. Измерительная информация. Сколько ее нужно, как ее обрабатывать? – М., 1983.
6. Воцинин А.П., Бочков А.Ф., Сотиров Г.Р. Метод анализа данных при интервальной нестатистической ошибке // Заводская лаборатория. – 1990. – Т. 56, №7.
7. Оскорбин Н.М., Максимов А.В., Жилин С.И. Построение и анализ эмпирических зависимостей методом центра неопределенности // Известия АлтГУ. – 1998. – №1.
8. Инженерная геодезия: учебник для вузов / Е.М. Ключин, М.И. Киселев, Д.Ш. Михелев, В.Д. Фельдман; под ред. Д.Ш. Михелева. – М., 2001.
9. Яковлев Н.В. Высшая геодезия: учебник для вузов. – М., 1989.