## УДК 537.8; 620.179.1.05-2

## С.Ф. Дмитриев, Д.Н. Лященко, А.В. Ишков Модель отклика вихретокового преобразователя для задач толщинометрии

## S.F. Dmitriev, D.N. Lyashchenko, A.V. Ishkov Modeling the Response of the Eddy Current Transducer for the Thickness Control

На основании численного решения уравнения Гельмгольца для векторного потенциала получена модель отклика вихретокового трансформаторного преобразователя, находящегося вблизи многослойной проводящей неферромагнитной среды с различными параметрами, построены годографы напряжения, вносимого в измерительную обмотку датчика. После анализа поведения функций  $F_{\rho}(\lambda)$  и Ф предложено искать численные решения уравнений для напряженности электрического и магнитного полей вблизи граничной поверхности аппроксимацией функций экспоненциальным рядом.

*Ключевые слова:* уравнение Лапласа, уравнение Гельмгольца, векторный потенциал, вихретоковый преобразователь, метод вихревых токов.

Метод вихревых токов, наряду с ультразвуковыми и рентгенографическими исследованиями, один из основных неразрушающих методов контроля различных материалов и изделий в современной технике. Он основывается на взаимодействии электромагнитного поля специального датчика - вихретокового преобразователя и исследуемого объекта [1]. В зависимости от целей и задач исследования и свойств контролируемого объекта конструкция таких датчиков меняется. Для определения толщины проводящих и диэлектрических покрытий на разных основаниях, а также для исследования различных характеристик проводящих неферромагнитных материалов датчики чаще всего выполняют по схеме вихретоковых трансформаторных преобразователей накладного типа. В этом случае датчик содержит две катушки: передающую (возбуждающую) - наводящую переменное магнитное поле в исследуемом образце и возбуждающую в нем вихревые токи, и приемную (измерительную) - фиксирующую противополе вихревых токов [2]. В зависимости от возможностей прибора метода вихревых токов электрические характеристики датчика и его конструкцию приходится постоянно оптимизировать под конкретную измерительную задачу, так как основной информативный параметр этого метода -*В*<sub>0</sub> – является обобщенной характеристикой исследуемого объекта, вихретокового датчика и частоты переменного электромагнитного поля. Поэтому разBasing on a numerical solution of the of Helmholtz equation for a vector potential the authors obtained the model of the response of eddy-current transformer which was nearby a structural conductive composition medium with various parameters. Then they created a voltage locus and coupled it in transducer winding. After the analysis of behavior of functions  $F_{\rho}(\lambda)$  and  $\Phi$ , it is offered to search for numerical solutions of the equations for strength of electrical and magnetic field's approximation by an exponential series.

*Key words:* Laplace equation, Helmholtz equation, vector potential, eddy currents transducer, method of eddy currents.

работка адекватной модели отклика вихретоковых трансформаторных преобразователей накладного типа, чувствительной сразу ко многим переменным и позволяющей восстанавливать годографы напряжения, вносимого в его измерительную обмотку, является весьма актуальной.

В то же время известные модели отклика вихретоковых трансформаторных преобразователей накладного типа в задачах толщинометрии, дефектоскопии, при исследовании свойств сплошных проводящих сред, в рамках принятых в них ограничений, не описывают конкретный вид зависимости импеданса датчика от реальной части комплексного вносимого напряжения в его измерительную обмотку либо позволяют восстанавливать соответствующие годографы при изменении только одного из параметров системы [3, 4].

Цель настоящей работы – разработка математической модели отклика вихретоковых трансформаторных преобразователей накладного типа с изменяющимися электрическими и инженерными характеристиками нависающего над многослойной неферромагнитной проводящей средой, которая устраняет указанные недостатки и может быть использована в различных прикладных задачах метода вихревых токов.

Постановка задачи. Для упрощения задачи введем ряд допущений, связанных с особенностями поля вихревых токов, среды, конструкции вихретоковых трансформаторных преобразователей на-

кладного типа и их взаимодействия [2, 5]. Так, электромагнитное поле, возбуждающее вихревые токи в материале, будем считать квазистационарным, так как волновыми процессами в среде можно пренебречь ввиду того, что ее размеры значительно больше длины волны, а потери на излучение ничтожны. В проводящей среде будем рассматривать процессы, обусловленные только наличием электрической проводимости и магнитной проницаемости, не учитывая токи смещения. Поскольку напряженность магнитного поля невелика, будем считать  $\mu = \text{const.}$ В рамках этих допущений на первом этапе реальные источники электромагнитного поля заменим электрической нитью, рамкой или витком с пренебрежительно малым сечением токоведущих частей, а для получения зависимости отклика вихретоковых трансформаторных преобразователей накладного типа от структурных параметров неферромагнитной проводящей среды будем решать уравнения Максвелла, с граничными условиями, зависящими только от рассматриваемой схемы среды и конструкции датчика (рис. 1).

При нависании витка с током над такой средой в плоскости, параллельной границам раздела слоев, уравнения Максвелла принимают вид следующей сводки формул:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J}_{\mathrm{cr}}; \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t, \tag{1}$$

где  $\vec{H}$  и  $\vec{E}$  – векторы напряженности соответственно магнитного и электрического полей;  $\vec{B}$  – вектор магнитной индукции;  $\vec{J}_{\rm cr}$  – вектор плотности полного тока.

**Точное аналитическое решение.** Как известно, уравнения Максвелла можно свести к уравнению Гельмгольца для векторного потенциала  $\vec{A}$  [2, 6], определяемого выражением  $\vec{B} = \operatorname{rot} \vec{A}$ , которое, если ток в витке изменяется по гармоническому закону с круговой частотой  $\omega$ , приводится к неоднородному уравнению Гельмгольца.

$$\nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = -\mu_a \vec{J}_{cmop} , \qquad (2)$$

где  $k^2 = -i\omega\mu_a\sigma$ ;  $i = \sqrt{-1}$ ;  $\sigma$  – удельная электропроводимость;  $\mu$  – магнитная проницаемость;  $\mu_0$  – магнитная постоянная.

Уравнение (2) в цилиндрической системе координат имеет вид:  $\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho \frac{\partial A}{\partial \rho}) + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} (\frac{1}{\rho} - k^2) A = -\mu \mu_0 j_{ct}$ .

Это уравнение решается методом интегрального преобразования Фурье-Бесселя с ядром в виде функции Бесселя первого рода первого порядка [7]. Уравнение для преобразованного векторного потенциала  $A^*$  имеет вид:

$$\frac{\partial^2 A^*}{\partial z^2} - q^2 A^* = -\mu \mu_0 j^*_{ct} , \qquad (3)$$

где  $A^* = \int_0^\infty J_1(\lambda \rho) A(\rho, z) d\rho; \quad J_1(\lambda \rho) - функция Бессе$  $ля первого рода; <math>q^2 = \lambda^2 + \kappa^2; \quad \lambda$  — параметр интегрирования;  $J_{ct}^* = \int_0^\infty \rho J_1(\lambda, \rho) j_{ct} d\rho = \int_0^\infty \rho J_1(\lambda, \rho) j \delta(z) dz =$  $= j_a(\lambda_a) \delta(z)$  — преобразованная плотность тока.



Рис. 1. Схема многослойной проводящей среды, использованная при построении модели: R<sub>i</sub> – радиус витка; h<sub>i</sub> – расстояние между витком и поверхностью; d<sub>p</sub> – толщина слоя; σ<sub>p</sub> и μ<sub>p</sub> – удельная электропроводность и магнитная проницаемость *p*-го слоя

Преобразованная плотность сторонних токов  $j_{ct}$  в витке с пренебрежимо малым сечением записана с помощью  $\delta$  -функции Дирака:  $j_{ct} = I\delta(z-h)\delta(\rho-R_1)$ .

Формула (3) является обыкновенным дифференциальным уравнением второго порядка, общее решение которого будем искать в виде:

$$A^{*} = \frac{\mu\mu_{0}}{2q} \left[ \exp(qz)(B - \int_{0}^{z} j_{ct} \exp(-q\xi)d\xi + \exp(-qz)(C + \int_{0}^{z} j_{ct} \exp(q\xi)d\xi) \right], \quad (4)$$

где  $\xi$  – переменная интегрирования вдоль направления; *В* и *С* – величины, не зависящие от *z* и определяемые из граничных условий.

Граничные условия для векторного потенциала известны и выражаются так:

$$A_p(\rho z) \int_{z=z_p} = A_{p+1}(\rho z) \int_{z=z_p}; \quad \frac{1}{\mu_p} \frac{\partial A_p}{\partial z} \int_{z=z_p} = \frac{1}{\mu_{p+1}} \frac{\partial A_{p+1}}{\partial z} \int_{z=z_p}.$$

Используя обратное преобразование Фурье-Бесселя:  $A = \int_{0}^{\infty} A^{*}(\lambda_{1}, R_{1})J_{1}(\lambda \rho)\lambda d\lambda$ , можно записать

уравнение (4) для векторного потенциала  $A^*$  в различных областях рассматриваемой модели среды (рис. 1):

- для верхнего полупространства:

$$A^{*} = \frac{\mu_{0}R_{1}I}{2} \left[ \int_{0}^{\infty} J_{1}(\lambda R_{1})J_{1}(\lambda \rho) \exp(-\lambda |z-h|)d\lambda + \int_{0}^{\infty} J_{1}(\lambda R_{0})J_{1}(\lambda \rho)\phi_{1} \exp(-\lambda |z+h|)d\lambda \right]$$

$$; (5)$$

- для каждого слоя:

$$A^{*} = \frac{\mu_{0}\mu_{p}R_{1}I}{2} \left[ \int_{0}^{\infty} J_{1}(\lambda R_{1})J_{1}(\lambda \rho)(f_{p}\exp(q_{p}z) + \phi_{p}\exp(-q_{p}z))\frac{\lambda\exp(-\lambda h)}{q_{p}}d\lambda \right]$$

$$(6)$$

– для нижнего полупространства:

$$A^{*} = \frac{\mu_{0}\mu_{n}R_{1}I}{2} \left[ \int_{0}^{\infty} J_{1}(\lambda R_{1})J_{1}(\lambda \rho) \frac{\lambda}{q_{n}} * f_{n} \exp(q_{n}z - \lambda h)d\lambda \right]$$
(7)

причем функции f и  $\phi$  входят в соответствующие выражения для граничных условий, например для каждого *p*-того слоя:

$$\begin{split} B_{\rho} &= IR_{1}J_{1}(\lambda R_{1})\exp(-\lambda h)f_{\rho}(\lambda,\mu_{1}...\mu_{n};q_{1}...q_{n};d_{1}...d_{n-1}),\\ B_{\rho} &= IR_{1}J_{1}(\lambda R_{1})\exp(-\lambda h)\phi_{\rho}(\lambda,\mu_{1}...\mu_{n};q_{1}...q_{n};d_{1}...d_{n-1}),\\ \text{откуда напряженности электрической и магнитной составляющей поля можно найти, воспользовав$$
 $шись соответствующими преобразованиями: \\ E_{\phi} &= -j\omega A_{\phi}; \quad E_{\rho} = 0; \quad E_{z} = 0; \quad H_{\phi} = 0;\\ H_{\rho} &= -\frac{1}{\mu\mu_{0}}\frac{\partial A_{\phi}}{\partial z}; \quad H_{z} = \frac{1}{\mu\mu_{0}\rho}\frac{\partial(\rho A_{\phi})}{\partial\rho}. \end{split}$  Интегралы в выражениях (5-7) имеют вид:

$$J_1 = \int_0^\infty F_p(\lambda) F_0(z,\lambda) d\lambda , \qquad (8)$$

где  $F_{\rho}(\lambda) = \phi_1(\lambda) - B$  (5);  $F_{\rho}(\lambda) = \frac{\lambda}{q_p}(f_p \exp(q_p z) + \phi_p \exp(-q_p z)) - B$  (6); переменная *z* обозначает |z - h|или |z + h| B (5) и h B (6–7);  $F_{\rho}(\lambda) = \frac{\lambda}{q_n}(f_p \exp(q_n z)) - B$  (7).

Представим функцию  $F_{\rho}(\lambda)$  в виде ряда Маклорена:  $F_{\rho}(\lambda) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{\lambda^{\nu}}{\nu!} F_{\rho}^{(o)}(0)$ , тогда выражение (8) примет вид:

$$J_{1} = \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{(-1)^{\nu}}{\nu!} F_{p}^{(o)}(0) \Phi^{(\nu)}(z), \qquad (9)$$
  
rge  $\Phi(z) = \left[\int_{0}^{\infty} J_{1}(\lambda R) J_{1}(\lambda \rho) (f_{p} \exp(-\lambda z) d\lambda\right].$ 

Таким образом, мы получили точное выражение интересующего нас интеграла в виде бесконечной суммы. Но использовать этот ряд для практических расчетов трудно. Даже при его быстрой сходимости потребуется несколько первых членов, а для этого придется вычислять несколько производных от  $F_{\rho}(\lambda)$  и  $\Phi(z)$ , что затруднительно даже в случае простой структуры проводящей среды.

**Приближенное численное решение.** Анализируя функции  $F_{\rho}(\lambda)$  и  $\Phi(z)$ , можно заметить, что одна из них зависит только от пространственных координат, а вторая – от параметров среды и координаты *z*. Тогда одним из путей получения приближенных решений, которым мы и воспользуемся в дальнейшем, является аппроксимация функций  $F_{\rho}(\lambda)$  и  $\Phi(z)$  экспоненциальным рядом, как это показано в [5, 8].

Например, функция  $\Phi(z)$  может быть аппроксимирована экспоненциальным рядом вида:

$$\mathcal{P}(z) = \sum_{i=1}^{\infty} C_i \exp(-\alpha_i z) , \qquad (10)$$

где  $C_i$  и  $\alpha_i$  – коэффициенты, не зависящие от *z*.

Тогда производная функции Ф(z) по z будет иметь следующий вид:

$$\Phi^{(\nu)}(z) = \sum_{i=1}^{p} (-\alpha_i)^{\nu} C_i \exp(-\alpha_i z) .$$
 (11)

Подставив выражение (11) в (9) и изменив порядок суммирования, получим:

$$J_{1} = \sum_{i=1}^{p} C_{i} \exp(-\alpha_{i}z) \sum_{\nu=0}^{\infty} (-\alpha_{i})^{\nu} \frac{(-1)^{\nu}}{\nu!} F_{p}^{(\nu)}(0) , \quad (12)$$

поскольку  $\sum_{\nu=0}^{\infty} (-\alpha_i)^{\nu} \frac{(-1)^{\nu}}{\nu!} F_p^{(\nu)}(0) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \alpha_i^{\nu} \frac{1}{\nu!} F_p^{(\nu)}(0) = F_p(\alpha_i) \cdot$ 

Итак, искомый интеграл разложен в ряд, однако, в отличие от (9), полученный ряд имеет конечное число членов и не содержит производных функции  $F_p(\lambda)$ . Для инженерных расчетов полей и сигналов, получаемых от датчиков, удовлетворительная точность получается при p = 1. Если p = 1, т.е.  $\Phi(z) = C_1 \exp(-\alpha_1 z)$ , то  $J_1 = F_p(\alpha_1)\Phi(z)$ , тогда приближенное значение интеграла определяется при условии  $\lambda = \alpha_1$ .

Найдем теперь коэффициенты аппроксимирующих экспонент. Обратимся к выражению (10). Известно, что этот интеграл выражается через присоединенные функции Лежандра второго рода и через полные эллиптические интегралы первого E и второго K рода:

$$\Phi(z) = \frac{1}{\pi \sqrt{R_1 \rho}} \left[ \frac{2 - k^2}{k} K(k) - \frac{2}{k} E(k) \right],$$
  
rge  $k = \frac{2\sqrt{R_1 \rho}}{\sqrt{z^2 + (R_1 + \rho)^2}}.$ 

Если в этом выражении полагать  $\rho = R_2$ , где  $R_2$  – радиус некоторого коаксиального с первым витка (рис. 1), то значение этого выражения будет пропорционально коэффициенту взаимной индуктивности *M* между этими витками:

$$M = \mu_0 \sqrt{R_1 R_2} \left[ \frac{2 - k^2}{k} K(k) - \frac{2}{k} E(k) \right].$$

Выражение в скобках, умноженное на  $4\pi$ , обозначено F(m). Учитывая это, коэффициент взаимной индукции выразится следующим образом:

$$M = \frac{\mu_0}{4\pi} \sqrt{R_1 R_2} F(m) ,$$
 где  $m^2 = \frac{(R_1 - R_2)^2 + z^2}{(R_1 + R_2)^2 + z^2} ,$ 

и функцию  $\Phi(z)$  можно будет легко определить через F(m), если обозначить  $\rho = R_2$ :

$$\Phi(z) = \frac{1}{4\pi^2 \sqrt{R_1 R_2}} F(m)$$

Наличие таблиц функции F(m) облегчает аппроксимацию функции  $\Phi(z)$ . Графики функции F(m), построенные по этим таблицам в зависимости от нормированных переменных  $\eta$  и  $\xi$ , показывают, что функция действительно близка к экспоненте.

Если обозначить  $F_* = a^* \exp(-b\xi)$ , то для определения значений  $a^*$  и *b* получим систему уравнений [6]:

$$F_*(\xi_1) = a * \exp(-b\xi_1) = F(\xi_1), \qquad (13)$$

$$F_*(\xi_2) = a * \exp(-b\xi_2) = F(\xi_2).$$
(14)

Величины, характеризующие электромагнитное поле, интересуют нас в непосредственной близости к датчику, поэтому будем считать, что значения лежат в пределах  $\xi(0.2:0.8), \eta(0.5:1)$  м. В этом случае показатель экспоненты можно считать постоянным и равным 3, а величину a – линейной функцией  $\eta$  вида:  $a^* = 34\eta - 10$ . Погрешность ап-

проксимации при таком подходе не превышает 2,5– 3%, чего вполне достаточно для решения обозначенных задач методом вихревых токов [7, 8].

С учетом формул (13–14) функцию  $\Phi(z)$  и коэффициенты  $C_1$  и  $\alpha_1$  в (11) можно представить в виде сводки формул:

$$\Phi(z) = \frac{34\eta - 10}{4\pi^2 \sqrt{R_1 R_2}} \exp(-3\xi), \qquad (14)$$
$$C_1 = \frac{34\eta - 10}{4\pi^2 \sqrt{R_1 R_2}}, \ \alpha_1 = \frac{3}{2R},$$

где R – большее из  $R_1, R_2$ .

Подставив выражение (14) в (12), получим значение интеграла *J* в виде:

$$J_{1} = \frac{34\eta - 10}{4\pi^{2}\sqrt{R_{1}R_{2}}} \exp(-3\xi)F_{p}(\lambda) \int_{\lambda = \alpha_{1}}$$
(15)

Теперь выражения для векторного потенциала (5–7) можно переписать так:

– для верхнего полупространства:

$$A_{1} = \mu_{0}I \frac{34\eta - 10}{8\pi^{2}} \sqrt{\frac{R_{1}}{R_{2}}} (\exp(-\frac{3|z-h|}{2R}) + \phi_{1} \exp(-\frac{3|z+h|}{2R})) \int_{\lambda = \frac{3}{2R}};$$
(16)

- для каждого слоя:

$$A_{p} = \mu_{0}\mu_{p}I\frac{34\eta - 10}{8\pi^{2}}\sqrt{\frac{R_{1}}{R_{2}}}\exp(-\frac{3h}{2R})\frac{\lambda}{q_{p}}(f_{p}\exp(q_{p}z) + \phi_{p}\exp(-q_{p}z))\int_{\lambda=\frac{3}{2R}};$$
(17)

– для нижнего полупространства:

$$A_{n} = \mu_{0}\mu_{n}I\frac{34\eta - 10}{8\pi^{2}}\sqrt{\frac{R_{1}}{R_{2}}}\exp(-\frac{3h}{2R})\frac{\lambda}{q_{p}}f_{p}\exp(q_{p}z)\int_{\lambda=\frac{3}{2R}}.$$
 (18)

В уравнениях (16–18) использованы следующие нормированные переменные:  $\eta = \frac{R_2}{R_1}$ , если  $\frac{R_2}{R_1} \le 1$ 

или 
$$\eta = \frac{R_1}{R_2}$$
, если  $\frac{R_1}{R_2} \le 1$ ;  $\xi = \frac{z}{2R_1}$ , если  $\eta = \frac{R_2}{R_1}$  или  $\xi = \frac{z}{2R_2}$ , если  $\eta = \frac{R_1}{R_2}$ .

Результаты расчетов, исследование модели. С использованием полученных выше выражений нами были проведены расчеты напряжений, вносимых в измерительную обмотку вихретоковых трансформаторных преобразователей накладного типа, для малых  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $h_i$  и z, несущественности магнитных потерь и определяющем влиянии гистерезисных потерь с  $tg\delta$  в магнитопроводе датчика для выбранной модели [8].

Расчеты проводились при следующих параметрах датчика и среды:  $\mu_{\text{max}} = 5 \times 10^2$  (Гн/м),  $\sigma = 22,5 \times 10^6$  (см/м),  $f_p = 3 \times 10^3$  (Гц), сила тока в обмотке датчика  $J_{mo} = 30$  mA, число витков измерительной обмотки  $W_l = 20$ , число витков токовой об-

мотки  $W_2 = 400$ , средний радиус измерительной обмотки  $R_1 = 0,5 \cdot 10^{-4}$  (м), средний радиус токовой обмотки  $R_2 = 1,3 \cdot 10^{-4}$  (м), расстояние от датчика до поверхности  $h_1 = 0 \div 0,2 \times 10^{-3}$  (м), расстояние от эквивалентного витка, заменяющего возбуждающую обмотку трансформаторного датчика отраженного поля, до объекта  $h_2 = 0 \div 0,2 \times 10^{-3}$  (м).

Магнитные потери определялись по формуле:

$$W_{t} = \frac{10^{-7}}{4} B_{\max}^{2} f \frac{tg\delta}{\mu}, \qquad (19)$$

тогда, с учетом проницаемости ферритового сердечника и локальности магнитопровода вихретоковых трансформаторных преобразователей накладного типа выражение для напряжения, вносимого в его измерительную обмотку, примет вид:

$$U_{0}^{'} = 1.7 * 10^{-6} \,\omega(m^{'} - 0.3) \sqrt{D_{1} D_{2}} W_{1} W_{2} \mu * I_{to} \sqrt{\frac{W - W_{t} V}{W}} , \quad (20)$$

а действительная компонента и импеданс абсолютного вносимого напряжения в измерительную обмотку вихретоковых трансформаторных преобразователей накладного типа будут рассчитываться по формулам:

$$\operatorname{Re}(U_{\scriptscriptstyle \mathcal{B}H}) = U_0^{'} * \exp(-3\xi) * \operatorname{Re}(\phi_1(\lambda)); \qquad (21)$$

 $Im(U_{GH}) = U_0^{'} * exp(-3\xi) * Im(\phi_1(\lambda)) .$ 

Результаты некоторых из проведенных расчетов представлены в таблице.

Были построены соответствующие годографы вносимого напряжения для различных значений обобщенного параметра и вариантов расположения катушек вихретоковых трансформаторных преобразователей накладного типа относительно многослойной проводящей среды (рис. 2).

Результаты расчетов напряжения, вносимого в измерительную обмотку вихретоковых трансформаторных преобразователей накладного типа

<i>h</i> <sub>1</sub> , м	0	0,0001	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001
<i>h</i> <sub>2</sub> , м	0,0002	0,0002	0,0002	0	0,0001	0,0001
$eta_0$	0,1898	0,2993	0,4088	0,4088	0,4088	0,2993
$\xi = \frac{h_1 + h_2}{D_2}$	0,77	0,73	0,71	0,36	0,54	0,48
$\operatorname{Re}\phi_1(\lambda) \times 10^4$	69	100	160	160	160	100
$\operatorname{Im} \phi_1(\lambda) \times 10^4$	1	2	6	6	2	2
$U_0$ , B	1,1	0,536	11,08	3,79	6,57	11,08
$\operatorname{Re}(U_{\scriptscriptstyle GH}) \times 10^2$	0,756	1,25	2,12	5,99	0,353	2,68
$\operatorname{Im}(\overset{\bullet}{U}_{\scriptscriptstyle{GH}}) \times 10^4$	1,1	2,5	0,794	2,26	1,35	2,68



Рис. 2. Годограф напряжения, вносимого в измерительную обмотку вихретокового трансформаторного преобразователя: а – при увеличении расстояния между катушками и большом значении параметра β<sub>0</sub>; б – при фиксированных расстояниях между катушками и различных значениях β<sub>0</sub>

Хорошо видно, что годограф напряжения, вносимого в измерительную обмотку вихретоковых трансформаторных преобразователей накладного типа, при высоких значениях обобщенного параметра практически линейно зависит от параметров нависания датчика над средой (рис. 2а), в то время как в области малых значений  $\beta_0$  эта зависимость нелинейна (рис. 2б). Соответственно, первый годограф можно использовать для решения различных инженерных задач методом вихревых токов (оптимизации конструкции датчика, исследования его работы в области высоких частот и проводимостей и др.) в то время как второй – для измерительных и прикладных задач методом вихревых токов (толщинометрии, исследования электрических, магнитных характеристик и морфологии неферромагнитного проводящего полупространства, выбора оптимальных частот возбуждения вихревых токов, в многослойных средах и др.).

Заключение. Таким образом, разработанная модель с соответствующими допущениями, сделанными при решении уравнения Гельмгольца, позволяет численно рассчитывать как компоненты напряжения, наводимого в измерительной обмотке преобразователя полем вихревых токов и его абсолютные значения, так и восстанавливать годографы

 $Im(U_{{}_{\it GH}}) = f(Re(U_{{}_{\it GH}}))$  для вносимого напряжения.

Результаты расчетов напряжения, вносимого в измерительную обмотку вихретоковых трансформаторных преобразователей накладного типа потенциалами как верхнего и нижнего полупространств относительно возбуждающей обмотки, так и различными слоями среды, могут быть использованы для решения прикладных задач толщинометрии, исследования электрических характеристик и строения проводящих неферромагнитных материалов, оптимизации геометрических, намоточных и электрических параметров первичного датчика-преобразователя в метод вихревых токов.

## Библиографический список

1. Герасимов В.Г., Клюев В.В., Шатерников В.Е. Методы и приборы электромагнитного контроля промышленных изделий. – М., 1983.

 Гинзбург В.Л. Электродинамика. – М., 2004.
 Дякин В.В. Теория и расчет накладных вихретоковых преобразователей. – М., 1981.

4. Касимов Г.А., Кулаев Ю.В. Накладной электромагнитный преобразователь над объектом контроля с изменяющимися по глубине электрическими и магнитными свойствами // Дефектоскопия. – 1978. – №6.

5. Ханина Т.М., Дмитриев С.Ф. // Алтайский университет – науке. – Барнаул, 1993.

6. Vernon S.N. // Mater. Eval. – 1988. – V. 46, №12.

7. Дмитриев С.Ф., Сагалаков А.М. Экспериментальные методы в физике структурно-неоднородных конденсированных сред. ЭМФ-2001: сб. тр. Второй междунар. науч.-техн. конф. – Барнаул, 2001.

8. Сагалаков А.М., Дмитриев С.Ф., Тарусин Д.Ю., Ишков А.В. Расчет напряжения, вносимого в измерительную обмотку вихретокового преобразователя, в случае малого обобщенного параметра для одной модели композитной среды // Вестник ТГУ. – 2006. – №64.