УДК 519.6; 519.8

Г.И. Алгазин, Т.В. Михеева

Метод недоопределенных вычислений в исследовании на чувствительность модели корпоративной производственной системы*

G.I. Algazin, T.V. Mikheeva

Method of Sub-definite Calculations in Researching Sensitivity of Corporate Production System Model

В статье проведен анализ чувствительности математической модели системного компромисса корпоративной производственной системы с использованием метода недоопределенных вычислений.

Ключевые слова: анализ чувствительности, методы недоопределенных вычислений, математическая модель, корпоративное управление, партнерские отношения, производственная система.

The article analyzes the sensitivity of the system compromise mathematical model of the corporate production system using a method of subdefiniteness.

Key words: sensitivity analysis, method of subdefiniteness, mathematical model, corporate management, partner relations, production system.

Управление организационной системой с применением экономико-математических методов и моделей имеет целью постоянное повышение эффективности ее деятельности, которое характеризуется рядом показателей.

Исследование механизмов влияния различных параметров и структурных изменений на показатели конкретной математической модели организационной системы может быть проведено с применением методов и инструментов теории чувствительности.

Существует несколько классов методов и инструментов проведения анализа чувствительности модели. Можно выделить основные из них [1–3]:

– методы теории автоматического управления;
– методы теории исследования операций;
– методы имитационного моделирования;
– метод недоопределенных вычислений.

Остановимся на методе недоопределенных вычислений более подробно. Метод недоопределенных вычислений (метод недоопределенных моделей (Н-моделей)) – новая теория и технология эффективного решения широкого спектра проблем (от прикладных расчетов до обработки знаний и задач искусственного интеллекта) [4]. Данный метод был разработан в Российском институте искусственного интеллекта в начале 1980-х гг. А.С. Нариньяни для предоставления и обработки не полностью определенных знаний.

Рассматриваемый как оригинальный подход в области искусственного интеллекта, он постепенно трансформировался в прикладную технологию, относящуюся к направлению «программирование в ограничениях» [5], которое активно развивается в последнее время в мире как одно из наиболее перспективных в информационных технологиях.

К настоящему времени на базе аппарата Н-моделей создана многоуровневая технология программирования, позволяющая решать новые классы задач в таких областях, как экономика и финансы, инженерные расчеты, календарное планирование, вычислительная математика, САПР, ГИС и др.

Рассмотрим основные понятия данного метода.

Реальный параметр задачи всегда имеет начальные оценки границ его значений в самой формулировке задачи, а в процессе решения оно дополнительно уточняется. Таким образом, значение реального параметра всегда частично известно, поскольку находится где-то между не определено и определено, что в общем случае означает, что оно недоопределено [4]. Недоопределенное значение является оценкой величины, которая в общем случае является по своей природе более точной, чем позволяет установить доступная нам в данный момент информация. Это понятие в Н-математике считается базовым и активно работает: переменная (Н-переменная) может принимать любое из недоопределенных значений (Н-значений), каждое из которых представляет собой ту или иную подобласть области значений данного параметра.

Любой формальной системе можно сопоставить ее недоопределенное расширение (Н-расширение), которое включает как соответствующий тип Н-переменной, так и соответствующее расширение опе-

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №10-01-98005 р_сибирь_а).

раций (Н-операции) и отношений (Н-отношения) исходной формальной системы [6].

Каждой k-местной операции f над обычными значениями $a_1,\dots,a_k$, принадлежащими соответственно областям $A_1,\dots,A_k$:

$$f : A_1,\dots,A_k \to A_{k+1},$$

сопоставимо ее Н-расширение над соответствующими Н-значениями (Н-операция и Н-переменные отмечаются звездочкой):

$$^*f : {}^*A_1,\dots,{}^*A_k \to {}^*A_{k+1},$$

результат которой для любого набора Н-значений $^*a_1,\dots,{}^*a_k$ определяется как множество значений операции f для всех возможных наборов значений $a_1,\dots,a_k$, принадлежащих декартову произведению $^*a_1 \times\dots\times {}^*a_k$, т.е.

$$^*f({}^*a_1,\dots,{}^*a_k) = \{f(a_1,\dots,a_k) \mid a_i \in {}^*a_i, i = \overline{1,k}\}.$$

Всякое отношение $r(a_1,\dots,a_k)$ определяет некоторое подмножество Декартова произведения областей значений $^*A_1 \times\dots\times {}^*A_k$. Оно может интерпретироваться набором функций $a_i = f_i(a_1,\dots,a_{i-1},a_{i+1},\dots,a_k)$, отображающих подмножество $r(a_1,\dots,a_k)$ на области значений каждой из переменных $a_1,\dots,a_k$. В этом и заключается основная идея недоопределенных вычислений.

Рассмотрим основную идею метода недоопределенных вычислений на примере решения системы из m алгебраических уравнений от n переменных:

$$F(x) = 0,$$

где $F = (f_1(x), f_2(x),\dots,f_m(x))$, $x = (x_1,\dots,x_n)$ – вектор вещественных переменных, причем некоторые параметры, входящие в функции $f_j(x)$, могут быть заданы в виде интервалов. Обозначим множество всех решений системы через $P = \{x \in R \mid F(x) = 0\}$, где P принадлежит параллелепипеду D:

$$D = \{x \in R^n \mid l_i < x_i < r_i;\ l_i, r_i \in R,\ i = \overline{1,n}\}.$$

Метод недоопределенных вычислений позволяет решить задачу внешнего интервального оценивания, т.е. найти параллелепипед D' такой, что $P \subset D' \subset D$.

Рассмотрим i-е уравнение системы. Так как в общем случае оно содержит не все переменные системы, то его можно записать в виде

$$f_i(x_{i_1},\dots,x_{i_{ni}}) = 0,$$

где $n_i \le n$.

Выразив из этого уравнения каждую переменную через другие, получим n_i уравнений (называемых функциями интерпретации):

$$x_{i_1} = f_1^{(i)}(x_{i_2},\dots,x_{i_{ni}}),$$

$$\dots$$

$$x_{i_j} = f_j^{(i)}(x_{i_1}, x_{i_2},\dots,x_{i_{j-1}}, x_{i_{j+1}},\dots,x_{i_{n_i}}),$$

$$\dots$$

$$x_{i_{n_i}} = f_{n_i}^{(i)}(x_{i_1},\dots,x_{i_{n_i-1}}).$$

Записав в таком виде все уравнения системы, получим систему $n_1 + n_2 + \dots + n_m$ равенств вышеуказанного вида, определяющих в общем случае для i-й переменной системы $m_i\,(i \le m_i \le m)$ функций от разных наборов переменных.

Введем следующие определения и обозначения [6]. Пусть областью значений переменных $x_1,\dots,x_n$ является некоторое множество A. Обозначим через $^*A$ множество всех подмножеств A и рассмотрим переменные $^*x$, определенные на области $^*A$. Будем называть значения из $^*A$ недоопределенными значениями, а переменные $^*x$ – недоопределенными переменными. Определим операции над недоопределенными значениями и функции от недоопределенных переменных следующим образом.

Если $\otimes$ – бинарная операция над элементами из A, то ее недоопределенное расширение $^*\otimes$ есть

$$^*a^* \otimes {}^*b := \{\ a \otimes b \mid a \in {}^*a, b \in {}^*b; {}^*a, {}^*b \in {}^*A\}.$$

Соответственно недоопределенное расширение $^*f$ функции f от n переменных над A есть

$$^*f({}^*x_1,\dots,{}^*x_n) := {}^*\{f(x_1,\dots,x_n) \mid x_i \in A\}.$$

Будем считать, что все значения переменных системы недоопределены и недоопределенные значения представим в виде обычных интервалов числовой оси. Тогда, используя введенные операции и функции для недоопределенных значений, построим следующий итерационный процесс уточнения недоопределенных значений переменных, исходя из представлений функций интерпретации.

Таким образом, значения переменных в процессе итерационных вычислений представляются последовательностью нерасширяющихся интервалов.

В результате применения итерационного процесса получим либо многомерный параллелепипед $^*D$, являющийся декартовым произведением $^*x_j^k$, $j = \overline{1,n}$, который при $^*D \ne \varnothing$ гарантированно содержит все корни исходной системы либо несовместную систему, если $^*D \ne \varnothing$.

Радикальное изменение, внесенное технологией Н-моделей в вычислительную математику, состоит в том, что она делает любую модель активной. Модель становится компьютерной моделью, которая может быть использована для решения различных задач, относящихся к описанному ею объекту. При этом постановка той или иной задачи конкретизируется путем добавления в модель ограничений на допустимые значения части или всех параметров и/или формулирования дополнительных связей между ними.

Основное преимущество Н-моделей состоит в том, что они способны решить задачи, которые не могут быть решены никаким другим способом, кроме полного перебора, в тех случаях, когда перебор возможен.

Кроме того, в работе [7] показано, что использование метода недоопределенных вычислений для анализа чувствительности модели позволяет гарантированно указать пределы изменения решения при изменении параметров модели, а также получить гарантированные нижнюю и верхнюю оценки функции чувствительности для конечных значений интервала изменений параметра.

Проведем анализ чувствительности модели корпоративной производственной системы, детально рассмотренной авторами в работах [8, 9], с применением метода недоопределенных вычислений.

Напомним основные положения модели: рассматривается деятельность промышленной корпорации (в системе имеется n предприятий), выпускающих некоторую продукцию в течение одного планового периода T, состоящего из нескольких периодов оперативного вмешательства t $(t=\overline{1,l})$. Задачи корпоративного центра: определение коэффициента отчислений от прибыли предприятий x_0 на весь период планирования T, планового задания $\underline{X}^T$ по объемам выпуска продукции на плановый период T. В качестве целевых функций центра и подсистем принимается их суммарная прибыль за весь плановый период T.

Предполагается, что на начало каждого периода t в распоряжении центра имеется r^t единиц ресурса, который он распределяет между предприятиями корпорации $r^t=\sum_{i=1}^{n} r_i^t$. Задача заключается в таком распределении ресурсов, чтобы суммарный выпуск корпорацией был максимален. Ценность ресурса для i-го производственного подразделения определяется его производственной функцией, т.е. объемом произведенной продукции $x_i^t=\dfrac{r_i^t}{a_i}$, где a_i – параметр производственной функции.

Исследуем чувствительность показателя x^T (общий выпуск корпорации за период T) к изменению параметра R^T, $R^T=\sum_{t=1}^{l} r^t$. Обозначим Δx^T – изменение объема производства x^T, если объем ресурса системы изменится на ΔR^T.

Общий объем производства за период планирования T составит:

$$x^T=\sum_{t=1}^{l} x^t \ \left(x^t=\sum_{t=1}^{n} x_i^t\right). \tag{1}$$

Имеем:

$$\Delta R^T=\sum_{t=1}^{l}\Delta r^t=\sum_{t=1}^{l}\sum_{i=1}^{n}\Delta r_i^t, \tag{2}$$

$$\Delta x^T=\sum_{t=1}^{l}\Delta x^t=\sum_{t=1}^{l}\sum_{i=1}^{n}\frac{\Delta r_i^t}{a_i}. \tag{3}$$

Из последних двух равенств получается

$$\begin{aligned}&\frac{1}{a^{\max}}\sum_{t=1}^{l}\sum_{i=1}^{n}\Delta r_i^t=\frac{1}{a^{\max}}\Delta R^T\le\Delta x^T\le\frac{1}{a^{\min}}\sum_{t=1}^{l}\sum_{i=1}^{n}\Delta r_i^t=\frac{1}{a^{\min}}\Delta R^T,\\&a^{\min}=\min_i\{a_i\},\\&a^{\max}=\max_i\{a_i\}.\end{aligned} \tag{4}$$

Учитывая (1–4), имеем следующее:

$$\Delta x_{\max}^T=\frac{1}{a^{\min}}\Delta R^T, \tag{5}$$

$$\Delta x_{\min}^T=\frac{1}{a^{\max}}\Delta R^T, \tag{6}$$

$$\Delta x^T\in\left[\Delta x_{\min}^T,\Delta x_{\max}^T\right]. \tag{7}$$

В рассматриваемой модели корпорации механизм распределения ресурсов между предприятиями при переходе по оперативным периодам t не меняется на всем периоде планирования T. Это определяет в конечном счете то, что на изменение Δx^T влияет только распределение ресурса ΔR^T между предприятиями за весь период T.

В связи с этим основная процедура решения здесь состоит в том, как далее организовать процесс последовательного монотонного уточнения границ интервала изменения параметра Δx^T модели с применением метода недоопределенных вычислений.

Рассмотрим применение метода недоопределенных вычислений в том случае, когда используется пропорциональный механизм распределения ресурсов (детально изучен в теории активных систем [10] и работах авторов [8, 9]) для оценки интегрального показателя $\dfrac{\Delta x^T}{\Delta R^T}$.

Учитывая то, что интервал возможных значений результата равен сумме интервалов возможных значений аргументов [4], рассмотрим изменение параметра x^T по каждому предприятию отдельно. Тогда согласно (4–7) запишем следующее:

$$\begin{cases}\Delta x_i^T=\dfrac{\Delta r_i^T}{a_i},\\ \Delta r_i^T=\dfrac{s_i}{\sum_{i=1}^{n}s_i}\cdot\Delta R^T,\\ i=\overline{1,n}.\end{cases} \tag{8}$$

где s_i – заявки i-го предприятия на ресурс.

По аналогии с (5–7) мы можем записать начальную оценку значений переменных $\Delta x_i^T: 0\le\Delta x_i^T\le$ $\le\Delta R^T\big/a_i, i=\overline{1,n}$.

Значения Δr_i^T ограничены следующими неравенствами:

$$0\le\Delta r_i^T\le\Delta R^T,\Delta R^T=\sum_{i=1}^{n}\Delta r_i^T, i=\overline{1,n}.$$

В качестве значений параметров a_i возьмем данные модельного примера, рассмотренного в работах [8, 9] для корпорации, состоящей из трех предприятий: $a_1 = 4,\ a_2 = 3.8,\ a_3 = 4.2$, для ΔR^T выберем значение $\Delta R^T = 3000$. Тогда соотношения (8) примут следующий вид:

$$\begin{cases} \Delta x_1^T = \dfrac{\Delta r_1^T}{4}, \\ \Delta x_2^T = \dfrac{\Delta r_2^T}{3,8}, \\ \Delta x_3^T = \dfrac{\Delta r_3^T}{4,2}, \\ \Delta r_1^T = \dfrac{s_1}{s_1 + s_2 + s_3} \cdot \Delta R^T, \\ \Delta r_2^T = \dfrac{s_2}{s_1 + s_2 + s_3} \cdot \Delta R^T, \\ \Delta r_3^T = \dfrac{s_3}{s_1 + s_2 + s_3} \cdot \Delta R^T. \end{cases} \tag{9}$$

Согласно методу недоопределенных вычислений запишем множество функций интерпретации (9), выразив переменные через другие:

$$f_1 : \Delta x_1^T \leftarrow \frac{\Delta r_1^T}{4},$$

$$f_2 : \Delta r_1^T \leftarrow 4 \cdot \Delta x_1^T,$$

$$f_3 : \Delta x_2^T \leftarrow \frac{\Delta r_2^T}{3,8},$$

$$f_4 : \Delta r_2^T \leftarrow 3,8 \cdot \Delta x_2^T,$$

$$f_5 : \Delta x_3^T \leftarrow \frac{\Delta r_3^T}{4,2},$$

$$f_6 : \Delta r_3^T \leftarrow 4,2 \cdot \Delta x_3^T,$$

$$f_7 : \Delta r_1^T \leftarrow \frac{s_1}{s_1 + s_2 + s_3} \cdot \Delta R^T,$$

$$f_8 : \Delta r_2^T \leftarrow \frac{s_2}{s_1 + s_2 + s_3} \cdot \Delta R^T,$$

$$f_9 : \Delta r_3^T \leftarrow \frac{s_3}{s_1 + s_2 + s_3} \cdot \Delta R^T,$$

$$f_{10} : s_1 \leftarrow \frac{\Delta r_1^T (s_2 + s_3)}{\Delta R^T - \Delta r_1^T},$$

$$f_{11} : s_2 \leftarrow \frac{\left(\Delta R^T - \Delta r_1^T\right) \cdot s_1 - \Delta r_1^T \cdot s_3}{\Delta r_1^T},$$

$$f_{12} : s_3 \leftarrow \frac{\left(\Delta R^T - \Delta r_1^T\right) \cdot s_1 - \Delta r_1^T \cdot s_2}{\Delta r_1^T},$$

$$f_{13} : s_2 \leftarrow \frac{\Delta r_2^T (s_1 + s_3)}{\Delta R^T - \Delta r_2^T},$$

$$f_{14} : s_1 \leftarrow \frac{\left(\Delta R^T - \Delta r_2^T\right) \cdot s_2 - \Delta r_2^T \cdot s_3}{\Delta r_2^T},$$

$$f_{15} : s_3 \leftarrow \frac{\left(\Delta R^T - \Delta r_2^T\right) \cdot s_2 - \Delta r_2^T \cdot s_1}{\Delta r_2^T},$$

$$f_{16} : s_3 \leftarrow \frac{\Delta r_3^T (s_2 + s_1)}{\Delta R^T - \Delta r_3^T},$$

$$f_{17} : s_2 \leftarrow \frac{\left(\Delta R^T - \Delta r_3^T\right) \cdot s_3 - \Delta r_3^T \cdot s_1}{\Delta r_3^T},$$

$$f_{18} : s_1 \leftarrow \frac{\left(\Delta R^T - \Delta r_3^T\right) \cdot s_3 - \Delta r_3^T \cdot s_2}{\Delta r_3^T}.$$

Согласно правилам интервальной арифметики, семантика функций интерпретации представляется следующим образом:

$$f_1 : \left[\underline{\Delta x_1^T}, \overline{\Delta x_1^T}\right] \leftarrow \left[\min\left\{\frac{\underline{\Delta r_1^T}}{4}, \frac{\overline{\Delta r_1^T}}{4}\right\}, \max\left\{\frac{\underline{\Delta r_1^T}}{4}, \frac{\overline{\Delta r_1^T}}{4}\right\}\right],$$

$$f_2 : \left[\underline{\Delta r_1^T}, \overline{\Delta r_1^T}\right] \leftarrow \left[\min\left\{4 \cdot \underline{\Delta x_1^T}, 4 \cdot \overline{\Delta x_1^T}\right\}, \max\left\{4 \cdot \underline{\Delta x_1^T}, 4 \cdot \overline{\Delta x_1^T}\right\}\right],$$

$$f_3 : \left[\underline{\Delta x_2^T}, \overline{\Delta x_2^T}\right] \leftarrow \left[\min\left\{\frac{\underline{\Delta r_1^T}}{3,8}, \frac{\overline{\Delta r_1^T}}{3,8}\right\}, \max\left\{\frac{\underline{\Delta r_1^T}}{3,8}, \frac{\overline{\Delta r_1^T}}{3,8}\right\}\right],$$

$$f_4 : \left[\underline{\Delta r_2^T}, \overline{\Delta r_2^T}\right] \leftarrow \begin{bmatrix} \min\left\{3,8 \cdot \underline{\Delta x_2^T}, 3,8 \cdot \overline{\Delta x_2^T}\right\}, \\ \max\left\{3,8 \cdot \underline{\Delta x_2^T}, 3,8 \cdot \overline{\Delta x_2^T}\right\} \end{bmatrix},$$

$$f_5 : \left[\underline{\Delta x_3^T}, \overline{\Delta x_3^T}\right] \leftarrow \left[\min\left\{\frac{\underline{\Delta r_3^T}}{4,2}, \frac{\overline{\Delta r_3^T}}{4,2}\right\}, \max\left\{\frac{\underline{\Delta r_3^T}}{4,2}, \frac{\overline{\Delta r_3^T}}{4,2}\right\}\right],$$

$$f_6 : \left[\underline{\Delta r_3^T}, \overline{\Delta r_3^T}\right] \leftarrow \left[\min\left\{4,2 \cdot \underline{\Delta x_2^T}, 4,2 \cdot \overline{\Delta x_2^T}\right\}, \max\left\{4,2 \cdot \underline{\Delta x_2^T}, 4,2 \cdot \overline{\Delta x_2^T}\right\}\right],$$

$$f_7 : \left[\underline{\Delta r_1^T}, \overline{\Delta r_1^T}\right] \leftarrow \begin{bmatrix} \min\left\{\dfrac{\underline{s_1}}{\underline{s_1} + \underline{s_2} + \underline{s_3}} \cdot \Delta R^T, \dfrac{\overline{s_1}}{\overline{s_1} + \overline{s_2} + \overline{s_3}} \cdot \Delta R^T\right\}, \\ \max\left\{\dfrac{\underline{s_1}}{\underline{s_1} + \underline{s_2} + \underline{s_3}} \cdot \Delta R^T, \dfrac{\overline{s_1}}{\overline{s_1} + \overline{s_2} + \overline{s_3}} \cdot \Delta R^T\right\} \end{bmatrix},$$

$$f_8 : \left[\underline{\Delta r_2^T}, \overline{\Delta r_2^T}\right] \leftarrow \begin{bmatrix} \min\left\{\dfrac{\underline{s_2}}{\underline{s_1} + \underline{s_2} + \underline{s_3}} \cdot \Delta R^T, \dfrac{\overline{s_2}}{\overline{s_1} + \overline{s_2} + \overline{s_3}} \cdot \Delta R^T\right\}, \\ \max\left\{\dfrac{\underline{s_2}}{\underline{s_1} + \underline{s_2} + \underline{s_3}} \cdot \Delta R^T, \dfrac{\overline{s_2}}{\overline{s_1} + \overline{s_2} + \overline{s_3}} \cdot \Delta R^T\right\} \end{bmatrix},$$

$$f_9 : \left[\underline{\Delta r_3^T}, \overline{\Delta r_3^T}\right] \leftarrow \begin{bmatrix} \min\left\{\dfrac{\underline{s_3}}{\underline{s_1} + \underline{s_2} + \underline{s_3}} \cdot \Delta R^T, \dfrac{\overline{s_3}}{\overline{s_1} + \overline{s_2} + \overline{s_3}} \cdot \Delta R^T\right\}, \\ \max\left\{\dfrac{\underline{s_3}}{\underline{s_1} + \underline{s_2} + \underline{s_3}} \cdot \Delta R^T, \dfrac{\overline{s_3}}{\overline{s_1} + \overline{s_2} + \overline{s_3}} \cdot \Delta R^T\right\} \end{bmatrix},$$

$$f_{10}:\left[\underline{s_1},\overline{s_1}\right]\leftarrow\left[\begin{array}{l}\min\left\{\dfrac{\underline{\Delta r_1^T}(\underline{s_2}+\underline{s_3})}{\Delta R^T-\underline{\Delta r_1^T}},\dfrac{\overline{\Delta r_1^T}(\overline{s_2}+\overline{s_3})}{\Delta R^T-\overline{\Delta r_1^T}}\right\},\\ \max\left\{\dfrac{\underline{\Delta r_1^T}(\underline{s_2}+\underline{s_3})}{\Delta R^T-\underline{\Delta r_1^T}},\dfrac{\overline{\Delta r_1^T}(\overline{s_2}+\overline{s_3})}{\Delta R^T-\overline{\Delta r_1^T}}\right\}\end{array}\right],$$

$$f_{11}:\left[\underline{s_2},\overline{s_2}\right]\leftarrow\left[\begin{array}{l}\min\left\{\begin{array}{l}\dfrac{\left(\Delta R^T-\underline{\Delta r_1^T}\right)\cdot\underline{s_1}-\underline{\Delta r_1^T}\cdot\underline{s_3}}{\underline{\Delta r_1^T}},\\ \dfrac{\left(\Delta R^T-\overline{\Delta r_1^T}\right)\cdot\overline{s_1}-\overline{\Delta r_1^T}\cdot\overline{s_3}}{\overline{\Delta r_1^T}}\end{array}\right\},\\ \max\left\{\begin{array}{l}\dfrac{\left(\Delta R^T-\underline{\Delta r_1^T}\right)\cdot\underline{s_1}-\underline{\Delta r_1^T}\cdot\underline{s_3}}{\underline{\Delta r_1^T}},\\ \dfrac{\left(\Delta R^T-\overline{\Delta r_1^T}\right)\cdot\overline{s_1}-\overline{\Delta r_1^T}\cdot\overline{s_3}}{\overline{\Delta r_1^T}}\end{array}\right\}\end{array}\right],$$

$$f_{12}:\left[\underline{s_3},\overline{s_3}\right]\leftarrow\left[\begin{array}{l}\min\left\{\begin{array}{l}\dfrac{\left(\Delta R^T-\underline{\Delta r_1^T}\right)\cdot\underline{s_1}-\underline{\Delta r_1^T}\cdot\underline{s_2}}{\underline{\Delta r_1^T}},\\ \dfrac{\left(\Delta R^T-\overline{\Delta r_1^T}\right)\cdot\overline{s_1}-\overline{\Delta r_1^T}\cdot\overline{s_2}}{\overline{\Delta r_1^T}}\end{array}\right\},\\ \max\left\{\begin{array}{l}\dfrac{\left(\Delta R^T-\underline{\Delta r_1^T}\right)\cdot\underline{s_1}-\underline{\Delta r_1^T}\cdot\underline{s_2}}{\underline{\Delta r_1^T}},\\ \dfrac{\left(\Delta R^T-\overline{\Delta r_1^T}\right)\cdot\overline{s_1}-\overline{\Delta r_1^T}\cdot\overline{s_2}}{\overline{\Delta r_1^T}}\end{array}\right\}\end{array}\right]$$

$$f_{13}:\left[\underline{s_2},\overline{s_2}\right]\leftarrow\left[\begin{array}{l}\min\left\{\dfrac{\underline{\Delta r_2^T}(\underline{s_1}+\underline{s_3})}{\Delta R^T-\underline{\Delta r_2^T}},\dfrac{\overline{\Delta r_2^T}(\overline{s_1}+\overline{s_3})}{\Delta R^T-\overline{\Delta r_2^T}}\right\},\\ \max\left\{\dfrac{\underline{\Delta r_2^T}(\underline{s_1}+\underline{s_3})}{\Delta R^T-\underline{\Delta r_2^T}},\dfrac{\overline{\Delta r_2^T}(\overline{s_1}+\overline{s_3})}{\Delta R^T-\overline{\Delta r_2^T}}\right\}\end{array}\right],$$

$$f_{14}:\left[\underline{s_1},\overline{s_1}\right]\leftarrow\left[\begin{array}{l}\min\left\{\begin{array}{l}\dfrac{\left(\Delta R^T-\underline{\Delta r_2^T}\right)\cdot\underline{s_2}-\underline{\Delta r_2^T}\cdot\underline{s_3}}{\underline{\Delta r_2^T}},\\ \dfrac{\left(\Delta R^T-\overline{\Delta r_2^T}\right)\cdot\overline{s_2}-\overline{\Delta r_2^T}\cdot\overline{s_3}}{\overline{\Delta r_2^T}}\end{array}\right\},\\ \max\left\{\begin{array}{l}\dfrac{\left(\Delta R^T-\underline{\Delta r_2^T}\right)\cdot\underline{s_2}-\underline{\Delta r_2^T}\cdot\underline{s_3}}{\underline{\Delta r_2^T}},\\ \dfrac{\left(\Delta R^T-\overline{\Delta r_2^T}\right)\cdot\overline{s_2}-\overline{\Delta r_2^T}\cdot\overline{s_3}}{\overline{\Delta r_2^T}}\end{array}\right\}\end{array}\right],$$

$$f_{15}:\left[\underline{s_3},\overline{s_3}\right]\leftarrow\left[\begin{array}{l}\min\left\{\begin{array}{l}\dfrac{\left(\Delta R^T-\underline{\Delta r_2^T}\right)\cdot\underline{s_2}-\underline{\Delta r_2^T}\cdot\underline{s_1}}{\underline{\Delta r_2^T}},\\ \dfrac{\left(\Delta R^T-\overline{\Delta r_2^T}\right)\cdot\overline{s_2}-\overline{\Delta r_2^T}\cdot\overline{s_1}}{\overline{\Delta r_2^T}}\end{array}\right\},\\ \max\left\{\begin{array}{l}\dfrac{\left(\Delta R^T-\underline{\Delta r_2^T}\right)\cdot\underline{s_2}-\underline{\Delta r_2^T}\cdot\underline{s_1}}{\underline{\Delta r_2^T}},\\ \dfrac{\left(\Delta R^T-\overline{\Delta r_2^T}\right)\cdot\overline{s_2}-\overline{\Delta r_2^T}\cdot\overline{s_1}}{\overline{\Delta r_2^T}}\end{array}\right\}\end{array}\right],$$

$$f_{16}:\left[\underline{s_3},\overline{s_3}\right]\leftarrow\left[\begin{array}{l}\min\left\{\dfrac{\underline{\Delta r_3^T}(\underline{s_1}+\underline{s_2})}{\Delta R^T-\underline{\Delta r_3^T}},\dfrac{\overline{\Delta r_3^T}(\overline{s_1}+\overline{s_2})}{\Delta R^T-\overline{\Delta r_3^T}}\right\},\\ \max\left\{\dfrac{\underline{\Delta r_3^T}(\underline{s_1}+\underline{s_2})}{\Delta R^T-\underline{\Delta r_3^T}},\dfrac{\overline{\Delta r_3^T}(\overline{s_1}+\overline{s_2})}{\Delta R^T-\overline{\Delta r_3^T}}\right\}\end{array}\right],$$

$$f_{17}:\left[\underline{s_2},\overline{s_2}\right]\leftarrow\left[\begin{array}{l}\min\left\{\begin{array}{l}\dfrac{\left(\Delta R^T-\underline{\Delta r_3^T}\right)\cdot\underline{s_3}-\underline{\Delta r_3^T}\cdot\underline{s_1}}{\underline{\Delta r_3^T}},\\ \dfrac{\left(\Delta R^T-\overline{\Delta r_3^T}\right)\cdot\overline{s_3}-\overline{\Delta r_3^T}\cdot\overline{s_1}}{\overline{\Delta r_3^T}}\end{array}\right\},\\ \max\left\{\begin{array}{l}\dfrac{\left(\Delta R^T-\underline{\Delta r_3^T}\right)\cdot\underline{s_3}-\underline{\Delta r_3^T}\cdot\underline{s_1}}{\underline{\Delta r_3^T}},\\ \dfrac{\left(\Delta R^T-\overline{\Delta r_3^T}\right)\cdot\overline{s_3}-\overline{\Delta r_3^T}\cdot\overline{s_1}}{\overline{\Delta r_3^T}}\end{array}\right\}\end{array}\right],$$

$$f_{18}:\left[\underline{s_1},\overline{s_1}\right]\leftarrow\left[\begin{array}{l}\min\left\{\begin{array}{l}\dfrac{\left(\Delta R^T-\underline{\Delta r_3^T}\right)\cdot\underline{s_3}-\underline{\Delta r_3^T}\cdot\underline{s_2}}{\underline{\Delta r_3^T}},\\ \dfrac{\left(\Delta R^T-\overline{\Delta r_3^T}\right)\cdot\overline{s_3}-\overline{\Delta r_3^T}\cdot\overline{s_2}}{\overline{\Delta r_3^T}}\end{array}\right\},\\ \max\left\{\begin{array}{l}\dfrac{\left(\Delta R^T-\underline{\Delta r_3^T}\right)\cdot\underline{s_3}-\underline{\Delta r_3^T}\cdot\underline{s_2}}{\underline{\Delta r_3^T}},\\ \dfrac{\left(\Delta R^T-\overline{\Delta r_3^T}\right)\cdot\overline{s_3}-\overline{\Delta r_3^T}\cdot\overline{s_2}}{\overline{\Delta r_3^T}}\end{array}\right\}\end{array}\right],$$

где верхняя черта над параметром означает левую границу интервала его возможного изменения, верхняя – правая граница интервала его возможного изменения.

Далее на первом шаге итерации исполняется функция f_1 (порядок применения функций может быть произвольный). Результатом этого является присвоение функции Δx_1^T нового значения. Далее проверяется условие корректности для $\Delta x_1^T\left(\underline{\Delta x_1^T}\leq\overline{\Delta x_1^T}\right)$, и если оно не нарушается, то процесс вычисления продолжается. Далее происходит активация функции f_2, для которой Δx_1^T является входным аргументом. Затем исполняется следующая функция f_3 из очереди и т.д. Вычисления заканчиваются тогда, когда исполнение функций $f_1\div f_{18}$ не изменяет значения своего результата и множество активных функций становится пустым.

Динамика изменения значений параметров Δx_i^T и Δr_i^T в процессе вычислений представлена в следующей таблице.

Динамика изменения значений параметров модели корпорации в процессе недоопределенных вычислений

№	Н-значения (текущее\новое)
1.	$\Delta x_1 = [0,750] \backslash [0,300]$
2.	$\Delta r_1 = [0,3000] \backslash [0,1200]$
3.	$\Delta x_2 = [0,789] \backslash [0,750]$
4.	$\Delta r_2 = [0,3000] \backslash [0,2850]$
5.	$\Delta x_3 = [0,714] \backslash [0,274]$
6.	$\Delta r_3 = [0,3000] \backslash [0,1150]$
7.	$\Delta x_1 = [0,300] \backslash [271,300]$
8.	$\Delta r_1 = [0,1200] \backslash [1085,1200]$
9.	$\Delta x_2 = [0,750] \backslash [0,202]$
10.	$\Delta r_2 = [0,2850] \backslash [0,768]$
11.	$\Delta x_3 = [0,274] \backslash [0,273]$
12.	$\Delta r_3 = [0,1150] \backslash [0,1146]$
13.	$\Delta x_1 = [271,300] \backslash [274,300]$
14.	$\Delta r_1 = [1085,1200] \backslash [1095,1200]$
15.	$\Delta x_2 = [0,202] \backslash [171,202]$
16.	$\Delta r_2 = [0,768] \backslash [650,768]$
17.	$\Delta x_3 = [0,273] \backslash [0,273]$
18.	$\Delta r_3 = [0,1146] \backslash [0,1146]$
19.	$\Delta x_1 = [274,300] \backslash [274,296]$
20.	$\Delta r_1 = [1095,1200] \backslash [1095,1185]$
21.	$\Delta x_2 = [171,202] \backslash [193,202]$
22.	$\Delta r_2 = [650,768] \backslash [731,768]$
23.	$\Delta x_3 = [0,273] \backslash [258,273]$
24.	$\Delta r_3 = [0,1146] \backslash [1083,1146]$
25.	$\Delta x_1 = [274,296] \backslash [278,296]$
26.	$\Delta r_1 = [1095,1185] \backslash [1112,1185]$
27.	$\Delta x_2 = [193,202] \backslash [193,202]$
28.	$\Delta r_2 = [731,768] \backslash [731,768]$
29.	$\Delta x_3 = [258,273] \backslash [258,271]$
30.	$\Delta r_3 = [1083,1146] \backslash [1083,1139]$

Учитывая то, что интервал возможных значений результата равен сумме интервалов возможных значений аргументов, получим для $\Delta R^T = 3000$, изменение параметра x^T составит $\Delta x^T = [713,769]$.

Основные выводы работы:

1. Изложена теоретическая основа исследования на чувствительность модели корпоративной производственной системы к изменению ее параметров с применением метода недоопределенных вычислений.

2. С применением метода недоопределенных вычислений получена более точная оценка для величины изменения выпуска продукции корпорации, обусловленного изменением величины используемого ресурса $\Delta x^T = [713,769]$, по сравнению с оценкой, рассчитанной аналитически $\Delta x^T = [714,789]$.

Анализ коэффициента чувствительности $\frac{\Delta x^T}{\Delta R^T} \approx 0,25$, отражающий влияние изменения параметра величины используемого ресурса R^T на показатель выпуска продукции корпоративной системы x^T, показал, что параметр R^T имеет существенное влияние на исследуемый показатель. Поэтому к выбору значений и распределению параметра R^T необходимо относиться с особым вниманием.

Библиографический список

1. Справочник по теории автоматического управления / под ред. А.А. Красовского. – М., 1987.
2. Таха Х.А. Введение в исследование операций: пер. с англ. – 7-е изд. – М., 2005.
3. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем – искусство и наука. – М., 1978.
4. Нариньяни А.С. Введение в недоопределенность. – М., 2007.
5. Нариньяни А.С., Телерман В.В., Ушаков Д.М., Швецов И.Е. Программирование в ограничениях и недоопределенные модели // Информационные технологии. – 1998. – №7.
6. Нариньяни А. С. Недоопределенные модели и операции с недоопределенными значениями: препринт / ВЦ СО АН СССР. – Новосибирск, 1982. – №400.
7. Кашеварова Т.П. Использование метода недоопределенных вычислений для анализа чувствительности математических моделей // Вычислительные технологии. – 1999. – Т. 4, №4.
8. Алгазин Г.И., Михеева Т.В. Применение игровых имитационных моделей системного компромисса для анализа функционирования корпоративных производственных систем // Вычислительные технологии: Вестник КАЗНУ им. Аль-Фараби. – Сер.: Математика, механика, информатика. – 2008. – Т. 13, №3(58).
9. Алгазин Г.И., Михеева Т.В. Имитационное моделирование корпоративных систем с активными производственными элементами // Вестник алтайской науки. – Барнаул, 2008. – №2(2).
10. Новиков Д.А., Петраков С.Н. Курс теории активных систем. – М., 1999.