

*С.И. Жилин, А.В. Романов*

## Восстановление параметров поверхностей второго порядка по одиночному изображению с выраженной перспективой

*Ключевые слова:* восстановление модели по изображению, одиночное изображение, проективное преобразование, поверхность второго порядка, определяющий параллелепипед.

*Key words:* image-based recovery, single image, projective transformation, quadric surface, determinative box.

**Введение.** Задача построения графической пространственной модели объекта по изображениям хорошо известна в компьютерном зрении. Необходимость построения такого рода моделей возникает, например, в таких отраслях, как криминалистика, археология, архитектура, музейное дело, кинематография и т.п. Одним из наиболее ярких примеров приложения технологий конструирования графических моделей по изображениям является воссоздание утраченных архитектурных памятников по сохранившимся фотодокументам [1].

Наиболее развитые технологии построения моделей объектов по изображениям опираются на методики, предполагающие наличие нескольких изображений (двух и более), снятых с разных точек. Как правило, такие методики основаны на моделях стереоскопического зрения и методах эпиполярной геометрии [2, 3]. К преимуществам методик построения моделей по множественным изображениям следует отнести принципиальную возможность полностью автоматического конструирования модели – вся необходимая информация может быть извлечена из набора изображений.

На практике нередко возникают задачи восстановления пространственной модели некоторых объектов по одиночному изображению. Такая необходимость возникает в ситуациях, когда второе изображение получить невозможно по каким-либо причинам (например, при утрате оригинального объекта).

В общем случае задача восстановления пространственной модели объекта по одиночному изображению является неразрешимой, так как некоторые детали объектов на имеющемся изображении просто невидимы, и по единственной проекции затруднительно получить информацию о геометрии съемки изображения. Однако в некоторых случаях недостаток визуальной информации можно частично компенсировать какими-либо априорными данными, полученными от пользователя (например, о симметрии объекта, его геометрических особенностях, характеристиках камеры, условиях съемки и т.п.). Вследствие этого любая технология построения пространственной модели по одиночному

изображению должна содержать элементы интерактивного диалога с пользователем в том или ином виде для привлечения априорных данных.

Большинство из известных методов восстановления пространственной модели сцены по одиночному изображению основаны на предположении о том, что изображение является перспективной проекцией сцены. При этом такие методы пригодны в основном для восстановления пространственных моделей объектов, элементы которых (рёбра и грани) состоят в отношениях ортогональности и параллельности [1, 4]. Последнее обстоятельство существенно сужает круг объектов, которые потенциально могут быть восстановлены по одиночным изображениям с выраженной перспективой, так как многие объекты реального мира включают в себя фрагменты гладких поверхностей. Это делает актуальным разработку методов восстановления в пространстве гладких поверхностей по изображению, представляющему собой перспективную проекцию моделируемого объекта. Довольно значимое место среди гладких поверхностей, подлежащих моделированию, занимают поверхности второго порядка, поскольку многие рукотворные объекты могут быть адекватно описаны именно с их помощью.

В настоящей работе предложен метод восстановления поверхностей второго порядка по одиночному изображению с выраженной перспективой, позволяющий свести задачу моделирования гладкой поверхности к задаче реконструкции некоторого связанного с нею параллелепипеда. В первом разделе статьи вводятся необходимые обозначения и описывается стандартная геометрическая модель съемки изображения. Суть предлагаемого метода изложена во втором разделе. Третий раздел посвящен описанию экспериментов по восстановлению моделей цилиндров с использованием разработанного метода. Наконец, в заключении подведены итоги и приведены соображения о приемлемости предложенного метода.

**1. Геометрия съемки изображения и реконструкция пространственных моделей.** Местоположение камеры и снимаемых объектов в пространстве сцены будем описывать однородными координатами в системе  $OX'Y'Z'W'$ , а с картинной плоскостью свяжем систему однородных координат  $Oxuy$  (см. рис. 1). Тогда съемка изображения с помощью простейшей камеры-обскуры может быть описана проективным преобразованием  $P$ , которое точкам пространства сцены  $\bar{A}(X_A, Y_A, Z_A, W_A)$  сопоставля-

ет их проекции на картинной плоскости  $\vec{a}(x_a, y_a, w_a)$ . При построении модели сцены удобно ввести собственную, обычно именуемую модельной, систему координат  $OXYZW$ , которая привязана к моделируемому объекту.

Под действием проективного преобразования несобственные элементы проективного пространства  $OX'Y'Z'W'$  могут переходить в собственные элементы проективной плоскости  $Oxuw$ , что приводит к возникновению на картинной плоскости так называемых точек схода, которые представляют собой проекции с конечными координатами бесконечно удаленных точек пересечения параллельных прямых в исходном пространстве. Именно это явление называют эффектом перспективы.

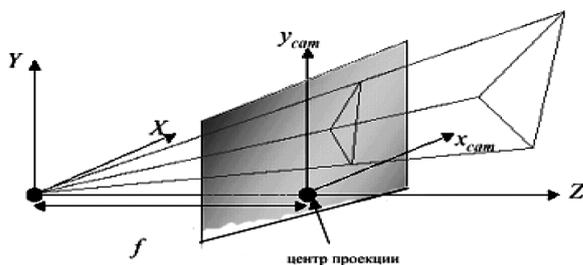


Рис. 1. Модель камеры в пространстве

Проектирующее преобразование определяется с точностью до соотношения масштабов по осям и задается одноименной матрицей  $\mathbf{P}$  размера три на четыре с хорошо интерпретируемой структурой. Первые три столбца этой матрицы по сути представляют собой координаты главных точек схода, т.е. трех точек схода, не лежащих на одной прямой. Четвертый столбец матрицы  $\mathbf{P}$  представляет собой координаты проекции на картинную плоскость начала координат модельного пространства  $OXYZW$ . Матрицу  $\mathbf{P}$  можно восстановить по изображению с выраженной перспективой, если определить на нем координаты главных точек схода и выбрав проекцию начала модельной системы координат. Чтобы восстанавливаемая матрица не оказалась вырожденной, выбор проекции начала модельной системы координат осуществляется таким образом, чтобы эта точка не лежала на одной прямой с любыми двумя главными точками схода (рис. 2). Процедура задания соотношений масштабов по осям модельной системы координат окончательно определяет матрицу  $\mathbf{P}$  и именуется калибровкой. Обычно для калибровки приходится привлекать дополнительную априорную информацию, поскольку она не может быть однозначно получена по изображению.

Зная матрицу проектирующего преобразования  $\mathbf{P}$  и имея какую-либо из пространственных координат точки моделируемого объекта, возможно восстановить две недостающие пространственные координаты по координатам проекции этой точки на изображении. Пространственные координаты точек модели восстанавливаемого объекта определяются

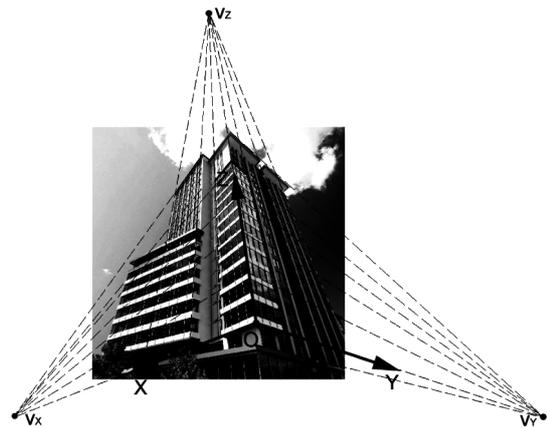


Рис. 2. Построение матрицы проективного преобразования по изображению

относительно некоторой заданной плоскости, называемой базовой. Обычно в качестве базовой выбирается плоскость, параллельная плоскости  $OXY$  или совпадающая с ней.

Указанный способ определения пространственных координат точек модели объекта по их проекциям на изображении является основным алгоритмическим инструментом во многих технологиях восстановления пространственных моделей по одиночным изображениям [1, 2] и используется в том числе в методе, предлагаемом в настоящей работе.

**2. Метод восстановления параметров поверхностей второго порядка по определяемому параллелепипеду.** Как упомянуто во введении, методы восстановления моделей объектов, состоящих из элементов, находящихся в отношениях ортогональности и параллельности, довольно развиты [1, 2]. Суть предлагаемого подхода к восстановлению моделей гладких объектов заключается в их опосредованном моделировании путем реконструкции параллелепипеда, характеристики которого однозначно связаны и определяют параметры восстанавливаемой поверхности второго порядка.

Ключевым моментом в предлагаемом подходе является способ увязывания параметров поверхности второго порядка с некоторым параллелепипедом. Чтобы упростить изложение одного из возможных способов, рассмотрим его идею в пространстве более низкой размерности, на примере кривых второго порядка и соответствующих им прямоугольников на плоскости. Это упрощение не лишено смысла, поскольку поверхности и кривые второго порядка во многих отношениях обладают сходными свойствами и главные идеи могут быть легко обобщены на случай поверхностей второго порядка и соответствующих им параллелепипедов.

Ограничимся рассмотрением трех видов нетривиальных кривых второго порядка – эллипсов, парабол и гипербол. Как известно [5], любая из рассматриваемых кривых второго порядка однозначно определяется следующими параметрами: длинами полуосей ( $a$  и  $b$ ), координатами центра кривой

$(O(X_0, Y_0))$ , углом  $\alpha$  между полуосью  $a$  и осью абсцисс. Строго говоря, на практике приходится иметь дело, как правило, лишь с фрагментами кривых (или поверхностей), тогда для полного описания фрагментов, помимо указанных параметров, необходимо также специфицировать область определения кривой (поверхности).

Определяющим прямоугольником для фрагмента кривой будем называть связанный с нею прямоугольник, который позволяет однозначно определить параметры кривой. В качестве одного из вариантов определяющего прямоугольника может быть использован прямоугольник, описанный вокруг фрагмента кривой (рис. 3).

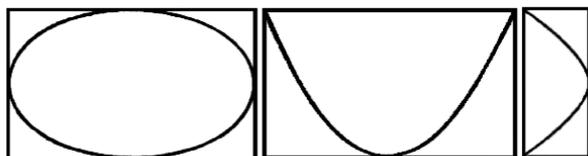


Рис. 3. Определяющие прямоугольники для эллипса, фрагмента параболы и фрагмента гиперболы

Проиллюстрируем способ расчета параметров кривой второго порядка по определяющему прямоугольнику на примере эллипса.

Пусть вершины определяющего прямоугольника для эллипса (рис. 4) заданы следующими векторами:

$$\vec{A}(x_A, y_A), \vec{B}(x_B, y_B), \vec{C}(x_C, y_C), \vec{D}(x_D, y_D).$$

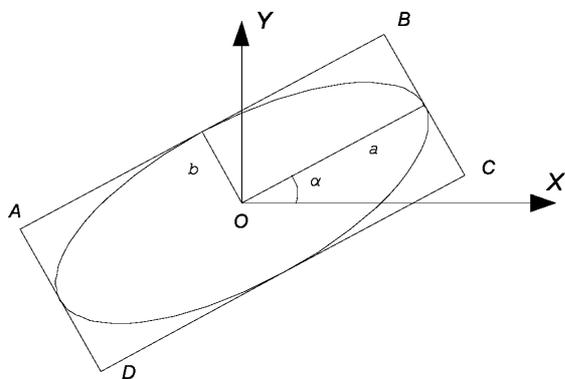


Рис. 4. Эллипс и его определяющий прямоугольник

Тогда центр эллипса, вписанного в этот прямоугольник, определяется вектором

$$\vec{O} = \frac{\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}}{4}.$$

Длины полуосей вписанного эллипса, соответственно, равны

$$a = \frac{|\vec{AD}| + |\vec{BC}|}{4}, \quad b = \frac{|\vec{AB}| + |\vec{DC}|}{4}.$$

В итоге уравнение эллипса, определяемого заданным прямоугольником, будет иметь следующий вид:

$$\begin{cases} x(\varphi) = X_0 + b \cos \alpha \cos \varphi - a \sin \alpha \sin \varphi, \\ y(\varphi) = Y_0 + b \sin \alpha \cos \varphi - a \cos \alpha \sin \varphi, \end{cases}$$

где  $\varphi \in [0, 2\pi]$  есть независимая переменная.

Аналогичным образом несложно вывести уравнения вписанных в прямоугольник параболы и гиперболы. Нетрудно обобщить этот подход и на случай поверхностей, вписанных в определяющий параллелепипед. В частности, в случае цилиндрических поверхностей такое обобщение тривиально, так как цилиндр задается уравнениями кривых, вписанных в основания определяющего параллелепипеда, а высота цилиндра совпадает с высотой параллелепипеда.

Таким образом, восстановление параметров поверхностей второго порядка по одиночному изображению с выраженной перспективой может быть осуществлено в интерактивном режиме следующим образом. По исходному изображению оцениваются параметры проектирующего преобразования, под действием которого получено изображение. В совокупности с задаваемой пользователем информацией об отношениях объектов в модельном пространстве это позволяет проводить репроектирование точек изображения в пространство модели. На исходном изображении отображается проекция некоторого определяющего параллелепипеда, которая может интерактивно «подгоняться» пользователем под проекцию моделируемого объекта с гладкой поверхностью, вписанного в этот параллелепипед. Программная система может «на лету» восстанавливать пространственные параметры как определяющего параллелепипеда, так и вписанной в него поверхности и визуализировать проекцию построенной модели поверхности. Это позволит пользователю визуально оценивать качество «подгонки».

**3. Пример реконструкции поверхности второго порядка по одиночному изображению с выраженной перспективой.** Предложенный метод восстановления параметров поверхностей второго порядка по одиночному изображению с выраженной перспективой был реализован в простом тестовом приложении, позволяющем находить матрицу проективного преобразования, калибровать проективную модель, добавлять параллелепипеды и эллиптические цилиндры на базовую плоскость.

С помощью разработанного приложения проведены эксперименты по восстановлению простых объектов по одиночному тестовому изображению (рис. 5), полученному с помощью бытового цифрового фотоаппарата. Оценка параметров проективного преобразования для изображения проводилась на основе информации о ячейках шахматных досок. Калибровка преобразования проведена частично – для пары осей модельного пространства, совмещенных с горизонтальной шахматной доской. Масштаб по третьему измерению восстанавливался с точностью до некоторого множителя.

В качестве реконструируемого объекта выступал цилиндр, основания которого задавались подошвами поставленных друг на друга шахматных ладей. Характеристики восстановленной модели при различном количестве линий схода, задействуемых при оценке параметров проективного преобразования для каждой из главных точек схода, приведены в таблице.

Относительные длины полуосей и их относительные отклонения при различном количестве линий схода (для изображения 1)

Количество линий схода		3		5		9	
Полуось		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a</i>	<i>b</i>
Нижнее основание	Длина	0,515	0,613	0,444	0,400	0,536	0,553
	$\delta_{\Pi}$ , %	16,0		9,9		3,1	
Верхнее основание	Длина	0,515	0,696	0,455	0,453	0,536	0,553
	$\delta_{\Pi}$ , %	26,0		0,4		3,1	
$\delta_0$ , %		0,0	11,9	2,4	11,7	0,0	0,0

Примечание.  $\delta_{\Pi}$  – относительное отклонение полуосей *a* и *b* одного и того же основания;  $\delta_0$  – относительное отклонение соответствующих полуосей верхнего и нижнего оснований.

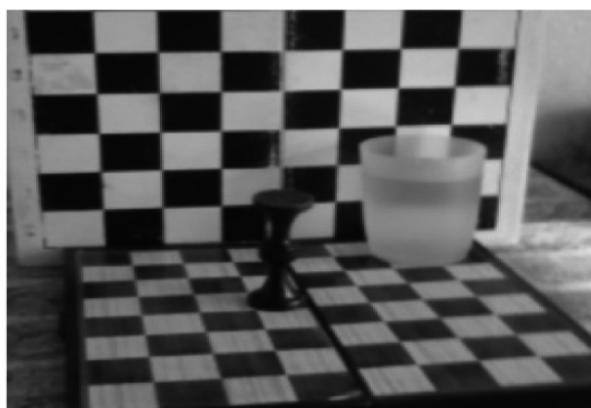


Рис. 5. Тестовое изображение №1 (с выраженным эффектом перспективы)

Результаты эксперимента свидетельствуют о существенной зависимости относительной точности модели от качества оценки параметров проективного преобразования. Однако при достаточном количестве линий схода, привлекаемых для оценки проекционной матрицы, относительная точность восстановле-

ния кругового цилиндра укладывается во вполне приемлемые в большинстве практических ситуаций 3%-е рамки. Следует принять во внимание тот факт, что эффект перспективы на тестовом изображении выражен в достаточной степени, что и позволило добиться восстановления практически кругового модельного цилиндра.

Если необходимое условие наличия перспективы в исходном изображении не выполнено (рис. 6), то результаты моделирования похожих объектов уже не столь впечатляющи.

В этом конкретном случае ситуация дополнительно осложняется наличием на изображении нелинейных оптических искажений, заметных даже невооруженным глазом, которые не могут быть адекватно учтены эксплуатируемой базовой геометрической моделью камеры-обскуры.

**Заключение.** Таким образом, метод интерактивного восстановления поверхностей второго порядка, с помощью определяющих параллелепипедов, позволяет получать графические модели по одиночному изображению с приемлемой точностью при

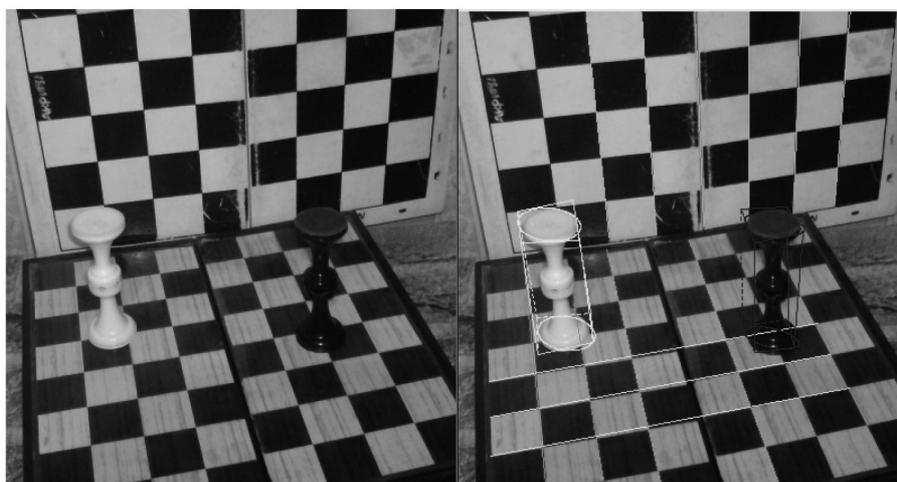


Рис. 6. Тестовое изображение №2 (с недостаточно выраженным эффектом перспективы и нелинейными оптическими искажениями)

условии отсутствия на изображении значимых искажений и при выраженности в достаточной степени эффекта перспективы. Конечно, для изучения особенностей поведения ошибки моделирования, обеспечиваемой данным методом, необходимо проводить гораздо более масштабные экспериментальные работы по восстановлению различных видов поверхностей, запечатленных на изображениях,

снятых в различных условиях. Однако принципиальная допустимость и перспективность предложенного подхода не могут вызывать сомнений, особенно если учесть, что во многих из практических приложений понятие достаточной точности графических моделей носит довольно субъективный характер и во многом зависит от предназначения создаваемой модели.

### Библиографический список

1. Крейдун, Ю.А. Построение пространственных моделей утраченных архитектурных памятников по одиночным изображениям / Ю.А. Крейдун, С.И. Жилин, А.А. Васильев // Ползуновский вестник. – 2004. – №3.
2. Criminisi, A. Single view metrology / A. Criminisi, I. Reid, A. Zisserman // IJCV. – 2000. - №40(2).
3. Blake, A. Visual Reconstruction / A. Blake, A. Zisserman // The MIT Press Cambridge, 1987.
4. Zhang, Zh. Parameter Estimation Techniques: A Tutorial with Application to Conic Fitting / Zh. Zhang. – Research report №2676. – INRIA, 1995.
5. Ефимов, Н.В. Краткий курс аналитической геометрии / Н.В. Ефимов. – М., 1992.