

В.В. Денисенко, Н.М. Оскорбин
**Сравнение стратегий Γ_1 и Γ_2 в игре:
 «Государство–Предприниматели»***

Ключевые слова: оптимальные стратегии, механизмы нахождения оптимальных стратегий, моделирование, активность предпринимателей, эффективность налоговой системы.

Key words: the optimum strategies, the mechanisms of the finding optimum strategy, modeling, the activity of the businessmen, efficiency of the tax system.

Как показывает практика, в Российской Федерации развитие предпринимательства и институтов его поддержки остается крайне низким. Доля малого и среднего бизнеса в ВВП России на порядок ниже соответствующего уровня развитых стран. Реализация предпринимательского потенциала способствовала бы созданию значительного числа новых рабочих мест прежде всего в секторе малого и среднего бизнеса, повышению доходов населения и формированию благоприятной среды оздоровления экономики.

Рассматривается модель системы «Государство–Предприниматели», взаимодействие участников которой учитывается через налоговые отчисления. Механизмы взаимодействия участников системы «Государство–Предприниматели» исследуются в рамках теории иерархических игр в механизмах Γ_1 (ситуация равновесия по Штакельбергу) и Γ_2 [1].

Запишем модель «Государство–Предприниматели» в предположении, что валовая прибыль предпринимателей D делится в отношении t к $1-t$. Первая часть $D \cdot t$ выступает в качестве налоговых отчислений государству, где t – ставка налога, которая выбирается первым игроком в интервале $[0, 1]$. Поведение предпринимателей описывается в рамках модели стимулирования [2]. Положительным мотивом активности предпринимателей, в нашем случае, является чистый предпринимательский доход, равный величине $D \cdot (1-t)$, а барьеры предпринимательской активности описываются функцией $\varphi(D)$, которая удовлетворяет условиям: $\varphi(0) = 0$, $\varphi'_D(D) \geq 0$, $\varphi''_D(D) > 0$, $\lim_{D \rightarrow \bar{D}} \varphi(D) = \infty$, где \bar{D} рассматривается как предпринимательский потенциал страны при заданном уровне ее развития. Параметр \bar{D} условно принят равным 100 единицам. Тогда стратегия предпринимателей – уровень их активности, описывается переменной D , значение которой выбирается

из интервала $[0, 100)$. В силу свойств функции $\varphi(D)$ открытый интервал, как будет видно ниже, не влияет на корректность решения математических задач.

Анализ природы предпринимательских барьеров показывает, что функция $\varphi(D)$ отражает экономические условия деятельности предпринимателей, транзакционные издержки, трудности вхождения в бизнес, социально-психологические антимотивы и ограничения занятия бизнесом.

Модель «Государство–Предприниматели» записывается в виде следующей иерархической игры:

$$U_{\Gamma}(t, D) = Dt \rightarrow \max_{t \in [0,1]}; \quad (1)$$

$$U_{\Pi}(t, D) = D(1-t) - \varphi(D) \rightarrow \max_{D \in [0,100)}, \quad (2)$$

где U_{Γ} – функция полезности государства; U_{Π} – функция полезности совокупных предпринимателей.

Механизм Γ_1 .

Согласно принятым правилам организации налоговых сборов, ставка налога, в данном случае налога на прибыль, известна предпринимателям до принятия решений и в простейшем варианте не корректируется в процессе и по результатам предпринимательской деятельности. Этот регламент соответствует правилам игры, приводящим к ситуациям равновесия по Штакельбергу.

Активность предпринимателей определяется согласно выражению $D^*(t) = \max(0; D^{ct})$, где D^{ct} – корень уравнения $(1-t) = \varphi'_D(1-t)$. Оптимальная налоговая ставка t^* определяется решением задачи (1), в которой поведение предпринимателей учитывается функцией $D^*(t)$.

В указанных выше предположениях относительно функции $\varphi'_D(0) < 1$ достаточно выполнение неравенств $t^* > 0$ и $D^*(t) > 0$, которые отражают необходимое условие функционирования и развития предпринимательского сектора в экономике страны.

Для интерпретации полученного решения игры (1)–(2) рассмотрим пример функции $\varphi(D)$:

$$\varphi(D) = \delta \left| \ln \left(1 - \frac{D}{100} \right) \right|, \quad (3)$$

где $\delta > 0$ – параметр, определяющий уровень барьеров активности предпринимателей, вызванных несовершенством системы поддержки, неопределенностями и рисками их деятельности.

Поскольку $\varphi'_D(D) = \frac{\delta}{100-D}$ и $\varphi'_D(0) = \frac{\delta}{100}$, то при данной функции предпринимательских барьеров

* Работа выполнена при финансовой поддержке ведомственно-аналитической программы «Развитие научного потенциала Высшей школы 2009–2010» (проект №2.2.2.4/4278).

ров и рисков условие ненулевой активности предпринимателей выполняется, если параметр δ принимает значения в открытом интервале $(0, 100)$.

При рассматриваемой $\varphi(D)$ поведение совокупных предпринимателей описывается следующей функцией:

$$D^*(t) = \max\left(0; 100 - \frac{\delta}{1-t}\right). \quad (4)$$

Выражение (4) показывает экономический смысл параметра δ функции $\varphi(D)$. Параметр δ численно равен уровню нереализованной активности предпринимателей при нулевой налоговой ставке. Совершенствование системы поддержки предпринимателей, снижение предпринимательских рисков, повышение мотивов населения к предпринимательской деятельности приводят к снижению значения параметра δ .

Производная функции активности предпринимателей $D^*(t)$ по t при $t = 0$ равна $-\delta$, откуда следует, что стратегия стимулирования предпринимательской активности путем существенного снижения налогового бремени или доплаты пропорционально предпринимательскому доходу более эффективна в странах с высокими предпринимательскими рисками и неопределенностями, а также в период активного развития новых видов бизнеса. Указанные условия характерны для таких стран, как Россия и Китай. Это подтверждается характером основной направленности на поддержку предпринимателей и среднего бизнеса в принятых законе КНР «О стимулировании средних и мелких предприятий»¹ (2003) и Федеральном законе №116-ФЗ «Об особых экономических зонах в Российской Федерации»² (2005). Для стран с высоким уровнем поддержки предпринимателей (с малым значениям параметра δ) рассматриваемая стратегия стимулирования предпринимательства характеризуется низкой эффективностью, чем объясняется неиспользование таких стратегий в странах с развитыми рыночными экономиками. Однако в указанных странах существуют иные механизмы поддержки предпринимателей, которые непосредственно снижают уровни предпринимательских рисков и неопределенностей. Например, государственная политика США в отношении предпринимательства и малого бизнеса, помимо налоговых льгот, включает в себя развитую систему бизнес-инкубаторов³, способствующих созданию и развитию новых средних и малых предприятий.

Рассмотрим поиск оптимальной налоговой ставки t^* , т.е. решение задачи (1) при известном первом игроку поведении предпринимателей, которое

описывается выражением (4). Несложные вычисления устанавливают границы и значения оптимальной налоговой ставки ($0 < \delta < 100$):

$$0 < t^* \leq \bar{t} \leq 1 - \frac{\delta}{100} < 1; \quad t^* = 1 - \sqrt{\frac{\delta}{100}}. \quad (5)$$

Стратегия, принимаемая государством, выражается в выборе t^* , при котором функция его полезности принимает максимальное значение. Предприниматели выбирают стратегии, исходя из известного им уровня налогов t^* :

$$D^* = 10\left(10 - \sqrt{\delta}\right). \quad (6)$$

На рисунке 1 показаны результаты расчета валовой прибыли предпринимателей по формуле (4) при $\delta = 15$. На рисунке 2 показано выделение в доходе предпринимателей $D^*(t)$ налоговой доли.

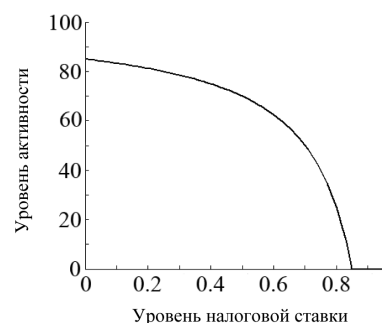


Рис. 1. Зависимость активности предпринимателей от налоговой ставки

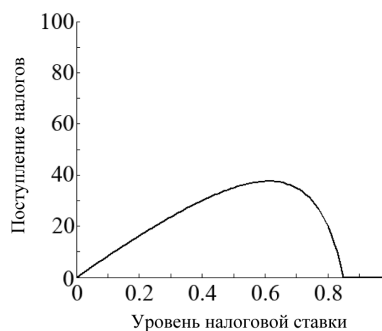


Рис. 2. Зависимость налоговых сборов от налоговой ставки

Записанная математическая модель активности предпринимателей при механизме Γ_1 полностью определяется параметром δ . В таблице 1 представлены показатели системы и рассмотренного механизма налоговых сборов, который характеризуется существенным негативным воздействием на активность предпринимателей.

Механизм Γ_2 .

Оптимальные стратегии, полученные механизмом Γ_1 , не являются оптимальными по Парето. Определим оптимальные по Парето исходы, устойчивость которых будет обеспечена механизмом Γ_2 . Согласно теории иерархических игр при данном

¹ См.: Стимулирование предпринимательства в КНР // www.uglc.net.

² См.: ОЭЗ в России // www.rosoez.ru.

³ См.: О государственной политике США в отношении предпринимательства и малого бизнеса // www.nisse.ru.

Таблица 1
Результаты численного эксперимента
при механизме Γ_1 ($\delta = 15$)

№ п/п	Наименование показателя	Значения
1.	Оптимальная налоговая ставка	0,61
2.	Активность предпринимателей	61,54%
3.	Выигрыш государства (налоговые сборы)	37,54
4.	Выигрыш предпринимателей (чистая прибыль)	9,67
5.	Активность предпринимателей при нулевой налоговой ставке	85,00%
6.	Потери общества при данном механизме сбора налогов (85–61,54%)	23,46%
7.	Суммарный выигрыш государства и предпринимателей	47,21

механизме центр использует следующее правило выбора уровня налогообложения:

$$t^* = \tilde{t}(D) = \begin{cases} t_0, & \text{если } D \geq D; \\ t_H(D), & \text{иначе,} \end{cases} \quad (7)$$

где (t_0, D_0) – согласованная с предпринимателями налоговая ставка t_0 и уровень предпринимательской активности D_0 . Согласованные стратегии государства и предпринимателей являются оптимальными по Парето, если удовлетворяют условию:

$$U_{\Gamma}(t_0, D_0) + U_{\Pi}(t_0, D_0) = \max_{t \in [0,1]} [U_{\Gamma}(t, D) + U_{\Pi}(t, D)]. \quad (8)$$

Выражение (8) можно эквивалентно переписать в следующем виде:

$$U_{\Gamma}(t_0, D_0) + U_{\Pi}(t_0, D_0) = \max_{D \in [0,100]} (D - \varphi(D)). \quad (9)$$

Рассмотрим пример функции $\varphi(D)$ согласно выражению (3). Тогда оптимальные по Парето исходы возможны при $D_0 = 100 - \delta$ и $0 < t_0 \leq 1 - \frac{\delta}{100}$ (векторы выигрышей, лежащие на отрезке **AB** рисунка 3).

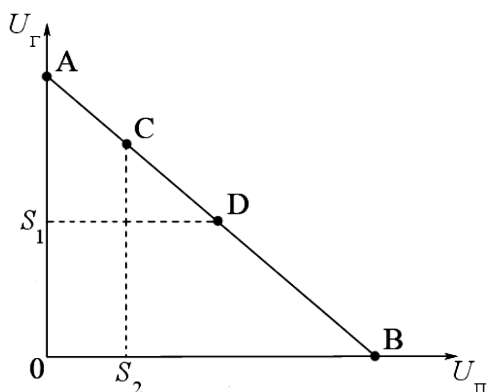


Рис. 3. Векторы выигрышей в модели «Государство–Предприниматели»

Обозначим выигрыши государства и предпринимателей, полученные механизмом Γ_1 , через S_1 и S_2 соответственно. Тогда оптимальные по Парето стратегии, для которых $U_{\Gamma} \geq S_1$ и $U_{\Pi} \geq S_2$ (векторы выигрышей, лежащие на отрезке **CD** рисунка 3), образуют множество согласованных стратегий (t_0, D_0) . Устойчивость таких стратегий можно осуществить правдоподобными угрозами, суть которых заключается в возврате к механизму Γ_1 при нарушении соглашения. Обеспечить устойчивость других оптимальных по Парето исходов, которым соответствуют векторы выигрышей на отрезках **AC** и **DB**, можно только с помощью агрессивных угроз, суть которых заключается в использовании стратегий, приводящих к минимальным выигрышам для обоих игроков. Далее будем рассматривать стратегии, устойчивость которых обеспечивается правдоподобными угрозами.

Определим нижнюю границу \underline{t} и верхнюю границу \bar{t} рассматриваемых стратегий t_0 . Поскольку D_0 постоянна, то t_0 , в определенных границах, является выбором распределения дополнительного дохода (от перехода с механизма Γ_1 на Γ_2) между игроками. При $t_0 = \underline{t}$ весь дополнительный доход отходит предпринимателям, а при $t_0 = \bar{t}$ – государству.

При $t_0 = \underline{t}$ выигрыш государства Dt равен S_1 . Отсюда, выразив предпринимательский доход как $D = \frac{S_1}{t}$ и подставив функцию выигрыша предпринимателей, получаем задачу, решением которой является $\underline{t} = \frac{10 - \sqrt{\delta}}{10 + \sqrt{\delta}}$:

$$U_{\Pi}(t) = \frac{S_1}{t}(1-t) - \delta \left| \ln \left(\frac{S_1}{100t} \right) \right| \rightarrow \max_{t \in [0,1]} \quad (10)$$

При t^* и D^* , заданных выражениями (5) и (6) соответственно, имеют место равенства $U_{\Pi}(\bar{t}, D_0) = U_{\Pi}(t^*, D^*) = S_1$. Следовательно, определим \bar{t} из следующего выражения

$$(100 - \delta)(1 - \bar{t}) - \delta \left| \ln \left(1 - \frac{100 - \delta}{100} \right) \right| = (10 - \sqrt{\delta})\sqrt{\delta} - \delta \left| \ln \left(1 - \frac{10 - \sqrt{\delta}}{10} \right) \right|. \quad (11)$$

После элементарных упрощений получаем $\bar{t} = 1 - \frac{(10 - \sqrt{\delta})\sqrt{\delta} + \delta \left| \ln \frac{\sqrt{\delta}}{10} \right|}{100 - \delta}$. Таким образом, определены границы для согласованной стратегии t_0 .

Правило выбора уровня налогообложения (7), используемое центром, можно переписать как:

$$t^* = \tilde{t}(D) = \begin{cases} t_0, & \text{если } D = 100 - \delta; \\ t_H(D) = 1 - \sqrt{\frac{\delta}{100}}, & \text{иначе,} \end{cases} \quad (12)$$

при условии

$$\frac{10 - \sqrt{\delta}}{10 + \sqrt{\delta}} \leq t_0 \leq 1 - \frac{(10 - \sqrt{\delta})\sqrt{\delta} + \delta \left| \ln \frac{\sqrt{\delta}}{10} \right|}{100 - \delta}. \quad (13)$$

Записанная математическая модель активности предпринимателей при механизме Γ_2 полностью определяется параметрами δ и t_0 , где t_0 удовлетворяет условию (13). В таблице 2 представлены показатели системы и рассмотренного механизма Γ_2 , который позволяет получить результаты, превосходящие соответствующие результаты в механизме Γ_1 .

Вопросы реализации оптимальных стратегий, полученных механизмом Γ_2 , требуют дополнительных исследований с учетом возможности сбора игроками необходимой информации и оценки эффективности использованных угроз.

Таблица 2

Результаты численного эксперимента при механизме Γ_2 ($\delta = 15$, $t_0 = t$)

№ п/п	Наименование показателя	Значения
1.	Оптимальная налоговая ставка	0,44
2.	Активность предпринимателей	85,00%
3.	Выигрыш государства (налоговые сборы)	37,54
4.	Выигрыш предпринимателей (чистая прибыль)	19,00
5.	Активность предпринимателей при нулевой налоговой ставке	85,00%
6.	Потери общества при данном механизме сбора налогов (85–85%)	0,00%
7.	Суммарный выигрыш государства и предпринимателей	56,54

Библиографический список

1. Петросян, Л.А. Теория игр / Л.А. Петросян, Н.А. Зенкевич, Е. А. Семина. – М., 1998.

2. Ватель, И.А. Математика конфликта и сотрудничества / И.А. Ватель, Ф.И. Ерешко. – М., 1973.