УДК 519.6

О.П. Бушманова, С.Б. Бушманов,
А.В. Устюжанова

Математическое моделирование локализации сдвигов в породном массиве*

Горные породы имеют неоднородную структуру и могут содержать разрывы разного рода. Образование макроразрывов сдвигового типа оказывает существенное влияние на формирование напряженно-деформированного состояния в массивах горных пород [1–4].

Рассмотрим протяженную горизонтальную горную выработку глубокого заложения с поперечным сечением арочного типа. Предположим, что в горном массиве присутствуют протяженные тектонические разрывы.

Для исследования напряженно-деформированного состояния в окрестности выработки в рамках плоской деформации выберем нормальное к продольной оси выработки вертикальное сечение в виде прямоугольника с отверстием соответствующей формы. Линии разрывов представим в виде разрезов.

Будем считать, что линии разрывов заданы и являются частями общей границы области. Возможность скольжения берегов разрезов друг относительно друга обеспечивается условиями, заданными на разрезах.

Поставим задачу определения в исследуемой области полей перемещений u_i $(i = 1, 2)$ и напряжений σ_{ij} $(i, j = 1, 2)$, которые должны удовлетворять уравнениям равновесия

$$\sigma_{ij,j} = 0.$$

Вне разрезов предположим упругое поведение среды

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu}(\varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu}\delta_{ij}\varepsilon_{kk}),$$

где ν – коэффициент Пуассона, E – модуль упругости, ε_{ij}, $(i, j = 1, 2)$ – компоненты тензора деформаций

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}).$$

По повторяющемуся индексу k проводится суммирование от 1 до 2.

Все величины в задаче будем считать безразмерными. В качестве характерного линейного размера выберем горизонтальный размер прямоугольника, в качестве характерного напряжения – $0.001E$. Вертикальный размер прямоугольника, отнесенный к горизонтальному, равен H.

Отверстие, соответствующее выработке, представим в виде фигуры, составленной из прямоугольника и полукруга. Горизонтальный и вертикальный размеры прямоугольника, отнесенные к характерному линейному размеру, равны, соответственно a и b, безразмерный радиус полукруга равен $0.5a$.

Расположим разрывы (разрезы) вдоль n отрезков длины l_i, наклоненных под углами β_i к оси x_1, $(i = 1, ..., n)$.

Рассмотрим граничные условия.

На внешней части границы исследуемой области и на границе отверстия зададим нормальные p_n или u_n и касательные p_τ или u_τ составляющие векторов напряжений и перемещений, соответственно

$$p_n = \sigma_{ij}n_i n_j, \qquad p_\tau = \sigma_{ij}n_i\tau_j,$$

$$u_n = u_i n_i, \qquad u_\tau = u_i\tau_i,$$

где n_i, τ_i, $(i, j = 1, 2)$ – направляющие косинусы нормали и касательной соответственно.

На сторонах прямоугольника, расположенных вдоль осей координат x_1, x_2

$$x_1 = 0: \qquad u_1 = \alpha u, \qquad \sigma_{12} = 0,$$

$$x_1 = 1: \qquad u_1 = -\alpha u, \qquad \sigma_{12} = 0,$$

$$x_2 = 0: \qquad u_2 = 0, \qquad \sigma_{12} = 0,$$

$$x_2 = H: \qquad u_2 = -u, \qquad \sigma_{12} = 0.$$

Здесь $u = const$, $\alpha = const$, $(u > 0, \alpha > 0)$.

Заметим, что в рамках заданных условий для прямоугольника без отверстия и разрезов упругим решением задачи является однородное напряженно-деформированное состояние, при котором

$$\frac{\sigma_{11}}{\sigma_{22}} = \frac{2\alpha(1-\nu)+\nu}{1-\nu+2\alpha\nu}.$$

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 08-05-00543).

Отверстие будем считать свободным от напряжений. На его границе $p_n = 0$, $p_\tau = 0$.

Граничные условия, описывающие взаимодействие берегов разрезов, представим в виде функциональных зависимостей между напряжениями и перемещениями. Существенно отметить, что соответствующие составляющие векторов напряжений и перемещений, входящие в такие зависимости до решения задачи неизвестны и определяются в ходе ее решения.

На площадке разрыва перемещений вектор напряжений должен быть непрерывен

$$(p_n)^+ = (p_n)^-, \qquad (p_\tau)^+ = (p_\tau)^-. \tag{1}$$

Индексы «+» и «−» соответствуют разным сторонам линии разрыва.

Нормальная и касательная составляющие вектора перемещений вдоль разрезов могут терпеть разрыв.

Разрывы перемещений отсутствуют, если

$$u_\tau^+ = u_\tau^-, \tag{2}$$

и

$$u_n^+ = u_n^-. \tag{3}$$

Предположим, что на линиях сдвига задано условие трения Кулона, связывающее нормальную p_n и касательную p_τ составляющие вектора напряжений

$$p_\tau = \pm(c_i - k_i p_n), \tag{4}$$

где выбор знака зависит от направления нормали, c_i – сцепление, k_i – коэффициент трения, $(i = 1, ..., n)$.

Нормальный разрыв перемещений в данном случае становится возможен, если

$$u_n^+ - u_n^- = g_i(u_\tau^+ - u_\tau^-), \tag{5}$$

где g_i – заданные функции декартовых координат, точек на берегах разрезов $(i = 1, ..., n)$. Такое условие отражает свойство дилатансии материала (изменения объема при сдвиге) локально вдоль линий разрывов.

На участках разрезов, вдоль которых не возникает нормальных разрывов перемещений, g_i тождественно равны нулю и в этом случае условие (5) совпадает с условием (3).

Таким образом на двух берегах разрезов, которые можно рассматривать как два участка общей границы исследуемой области, выполняются четыре граничных условия: два условия (1) и условия (4) и (5).

Алгоритм численного решения поставленной задачи строится на основе метода конечных элементов. При первоначальном разбиении области на треугольные конечные элементы учитываются данные о расположении тектонических разрывов в исследуемой задаче. Предполагается, что часть линий, соединяющих узлы сетки конечных элементов, проходит по линиям разрыва.

Для того чтобы существовала возможность исследования произвольных систем разрывов, все узлы сетки конечных элементов задаются двойными – имеют два номера в глобальной нумерации. Таким образом, для каждой расчетной точки области существует возможность в процессе деформирования разделиться на два узла, приращения перемещений в которых могут быть различными.

Нумерация узлов сетки конечных элементов оптимизируется с целью уменьшения объема используемых в пакете программ структур данных, при этом учитывается расположение разрезов.

Для исследования возникновения и распространения любого числа произвольно направленных разрезов криволинейной формы с различными типами условий, обеспечивающими возможность разрывов перемещений в первоначально непрерывной области, разработаны алгоритм численного счета и пакет программ, реализующие метод конечных элементов на проблемно-ориентированных сетках с двойными узлами [5–7].

На рисунках 1–6 приведены изолинии полей главных напряжений

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22}}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 4(\sigma_{12})^2},$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22}}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 4(\sigma_{12})^2},$$

полученных в условиях различного расположения линий разрывов в исследуемой области.

При расчетах принимались следующие значения параметров: $\nu = 0,3$, $H = 1$, $a = 0.14$, $b = 0.096$, $u = 0.0003$, $\alpha = 167$, $g_i = 0$, $c_i = 0$, $k_i = 0.5$.

Численное моделирование на основе разработанных алгоритмов и комплекса программ позволяет анализировать влияние расположения, протяженности и количества линий тектонических разрывов на формирование напряженно-деформированного состояния в окрестности выработок в массивах горных пород.

Рис. 1. Изолинии σ_1 $(n = 0)$

Рис. 2. Изолинии σ_3 $(n = 0)$

Рис. 3. Изолинии σ_1 $(n = 3,\ \beta_i = \pm 60^\circ)$

Рис. 4. Изолинии σ_3 $(n = 3,\ \beta_i = \pm 60^\circ)$

Рис. 5. Изолинии σ_1 $(n = 2,\ \beta_i = \pm 60^\circ)$

Рис. 6. Изолинии σ_3 $(n = 2,\ \beta_i = \pm 60^\circ)$

Библиографический список

1. Надаи, А. Пластичность и разрушение твердых тел / А. Надаи. – М., 1969. – Т. 2.

2. Ревуженко, А.Ф. Механика упругопластических сред и нестандартный анализ / А.Ф. Ревуженко. – Новосибирск, 2000.

3. Курленя, М.В. Геомеханические процессы взаимодействия породных и закладочных массивов при обработке пластовых рудных залежей / М.В. Курленя, В.Н. Опарин, А.П. Тапсиев, В.В. Аршавский. – Новосибирск, 1997.

4. Лавриков, С.В. Моделирование процессов деформирования массива горных пород с использованием методов неархимедового анализа / С.В. Лавриков, О.А. Микенина, А.Ф. Ревуженко // ФТПРПИ. – 2008. – №1.

5. Бушманова, О.П. Моделирование локализации сдвигов / О.П. Бушманова // ПМТФ. – 2003. – №6.

6. Бушманова, О.П. Напряженное состояние породного массива вокруг выработки в условиях локализации сдвигов / О.П. Бушманова, А.Ф. Ревуженко // ФТПРПИ. – 2002. – №2.

7. Bushmanova, O.P. Numerical modeling of shear localization in elastoplastic materials / O.P. Bushmanova, A.F. Revuzhenko // Abstract book of the 11 International Conference on Fracture. – Turin, 2005.