УДК 519.49

Е.В. Журавлев

Об изоморфизме конечных локальных колец характеристики p^2, радикал Джекобсона которых имеет индекс нильпотентности четыре

Данная статья является продолжением работы [1], в которой указано строение конечных локальных колец характеристики p^2 с радикалом Джекобсона индекса нильпотентности 4.

Цель данной работы – найти необходимые и достаточные условия существования изоморфизма между двумя произвольными кольцами указанного типа. Все кольца, рассматриваемые в данной работе, являются ассоциативными и содержат единицу.

Назовем целые числа r, s_1, s_2, s_3, s, s', λ инвариантами кольца R (так как они сохраняются при изоморфизме, см.: [1-3]). Если $A = (a_{ij})$ – матрица над полем F, а σ – автоморфизм поля F, то в дальнейшем символом A^σ будем обозначать матрицу $(\sigma(a_{ij}))$. Пусть A и B – матрицы над полем F размерностей $m \times n$ и $n \times k$ соответственно, и $\alpha_1, \ldots, \alpha_m \in Aut(F)$, n, m, $k \in N$. Обозначим через $[A, B]_{(\alpha_1,\ldots,\alpha_m)}$ матрицу $C = (c_{ij})_{m\times k}$, где $c_{ij} = a_{i1}b_{1j}^{\alpha_i} + a_{i2}b_{2j}^{\alpha_i} + \ldots + a_{in}b_{nj}^{\alpha_i}$, $i = \overline{1,m}$, $j = \overline{1,k}$. Если $\alpha_1 = \ldots = \alpha_s = \alpha$, то $[A, B]_{(\alpha_1,\ldots,\alpha_m)} = AB^\alpha$. Пусть

$$A_k = (a_{ij}^k),\ \hat{A}_k = (\hat{a}_{ij}^k),$$

$$B_k = (b_{ij}^k),\ \hat{B}_k = (\hat{b}_{ij}^k),\ \check{B}_k = (\check{b}_{ij}^k),$$

$$C_k = (c_{ij}^k),\ \hat{C}_k = (\hat{c}_{ij}^k),\ \check{C}_k = (\check{c}_{ij}^k),$$

$$D_k = (d_{ij}^k),\ \hat{D}_k = (\hat{d}_{ij}^k),\ \check{D}_k = (\check{d}_{ij}^k),$$

$$A = \left\{(a_{ij}^k), (\hat{a}_{ij}^k)\right\},\quad B = \left\{(b_{ij}^k), (\hat{b}_{ij}^k), (\check{b}_{ij}^k)\right\},$$

$$C = \left\{(c_{ij}^k), (\hat{c}_{ij}^k), (\check{c}_{ij}^k)\right\},\quad D = \left\{(d_{ij}^k), (\hat{d}_{ij}^k), (\check{d}_{ij}^k)\right\}.$$

Обозначим через $R = R(A, B, C, D, \sigma_i, \theta_j, \tau_k)$ и $R' = R(A', B', C', D', \sigma_i', \theta_j', \tau_k')$ два кольца конструкции B (с одинаковыми инвариантами).

Так как $p \in M$, то возможны следующие ситуации:

a) $p \in J(R)^3$,

b) $p \in J(R)^2 \setminus J(R)^3$,

c) $p \in J(R) \setminus J(R)^2$.

Случай (а). $p \in J(R)^3$.

Теорема. *$R \cong R'$ тогда и только тогда, когда существуют невырожденные матрицы $P = (p_{ij})_{s_1\times s_1}$, $R = (r_{ij})_{s_2\times s_2}$, $T = (t_{ij})_{(s_3+1)\times(s_3+1)}$, некоторые матрицы $Q = (q_{ij})_{s_2\times s_1}$, $S = (s_{ij})_{(s_3+1)\times s_2}$ и автоморфизм ρ кольца R_0, такие, что*

$$P^T \cdot [A_k', P]_{(\sigma_1',\ldots,\sigma_{s_1}')} = \sum_{\nu=1}^{s_2} r_{k\nu} A_\nu^\rho,\quad k = \overline{1, s_2},$$

$$P^T \cdot [B_k', P]_{(\sigma_1',\ldots,\sigma_{s_1}')} + P^T \cdot [C_k', Q]_{(\sigma_1',\ldots,\sigma_{s_1}')} +$$

$$Q^T \cdot [D_k'^T, P]_{(\theta_1',\ldots,\theta_{s_2}')} = \sum_{\nu=1}^{s_2} s_{k\nu} A_\nu^\rho + \sum_{\nu=0}^{s_3} t_{k\nu} B_\nu^\rho,$$

$$P^T \cdot [C_k', R]_{(\sigma_1',\ldots,\sigma_{s_1}')} = \sum_{\nu=0}^{s_3} t_{k\nu} C_\nu^\rho,$$

$$R^T \cdot [D'^T_k, P]_{(\theta_1',\ldots,\theta_{s_2}')} = \sum_{\nu=0}^{s_3} t_{k\nu} (D_\nu^T)^\rho,\quad k = \overline{0, s_3}$$

и $\sigma_i = \sigma_j'$, если $p_{ji} \neq 0$; $\sigma_i = \theta_j'$, если $q_{ji} \neq 0$; $\theta_i = id_F$, если $s_{0i} \neq 0$; $\theta_i = \theta_j'$, если $r_{ji} \neq 0$; $\theta_i = \tau_j'$, если $s_{ji} \neq 0$; $\tau_i = id_F$, если $t_{0i} \neq 0$; $\tau_i = \tau_j'$, если $t_{ji} \neq 0$.

Доказательство. Предположим, что существует изоморфизм $\psi : R \to R'$. Тогда $\psi(R_0)$ является максимальным подкольцом Галуа кольца R'. В силу предложения 1 работы [1], найдется обратимый элемент $x \in R'$ такой, что $x\psi(R_0)x^{-1} = R_0$.

Рассмотрим отображение $\psi : R \to R'$, определяемое по правилу $r \to x\psi(r)x^{-1}$. Очевидно, что φ является изоморфизмом, оставляющим R_0 на месте. Более того, $\varphi(\alpha) = \alpha^\rho$ для любого $\alpha \in R_0$ и некоторого $\rho \in Aut(R_0)$.

Далее, пусть

$$\varphi(u_i) = \sum_{j=1}^{s_1} p_{ji} u_j' + \sum_{j=1}^{s_2} q_{ji} v_j' + n_{0i} p + \sum_{j=1}^{s_3} n_{ji} w_j',\ i = \overline{1, s_1},$$

$$\varphi(v_i) = \sum_{j=1}^{s_2} r_{ji} v_j' + s_{0i} p + \sum_{j=1}^{s_3} s_{ji} w_j',\ i = \overline{1, s_2},$$

$$\varphi(w_i) = t_{0i} p + \sum_{j=1}^{s_3} t_{ji} w_j',\ i = \overline{1, s_3},$$

$$\varphi(p) = t_{00} p + \sum_{j=1}^{s_3} t_{j0} w_j',\ t_{00} = 1,\ t_{j0} = 0.$$

Тогда для произвольного $\alpha \in R_0$ имеем

$$\varphi(u_i\alpha) = \varphi\left(\alpha^{\sigma_i} u_i\right) = \varphi\left(\alpha^{\sigma_i}\right)\varphi\left(u_i\right) = \sum_{j=1}^{s_1} (\alpha^{\sigma_i})^{\rho} p_{ji} u'_j + \sum_{j=1}^{s_2} (\alpha^{\sigma_i})^{\rho} q_{ji} v'_j + (\alpha^{\sigma_i})^{\rho} n_{0i} p + \sum_{j=1}^{s_3} (\alpha^{\sigma_i})^{\rho} n_{ji} w'_j,$$

$$\varphi(u_i\alpha) = \varphi(u_i)\varphi(\alpha) = \sum_{j=1}^{s_1} p_{ji} u'_j \alpha^{\rho} + \sum_{j=1}^{s_2} q_{ji} v'_j \alpha^{\rho} + n_{0i} p \alpha^{\rho} + \sum_{j=1}^{s_3} n_{ji} w'_j \alpha^{\rho} =$$

$$= \sum_{j=1}^{s_1} (\alpha^{\rho})^{\sigma'_j} p_{ji} u'_j + \sum_{j=1}^{s_2} (\alpha^{\rho})^{\theta'_j} q_{ji} v'_j + \alpha^{\rho} n_{0i} p + \sum_{j=1}^{s_3} (\alpha^{\rho})^{\tau'_j} n_{ji} w'_j,$$

$$\varphi(v_i\alpha) = \varphi(\alpha^{\theta_i} v_i) = \varphi(\alpha^{\theta_i})\varphi(v_i) = \sum_{j=1}^{s_2} (\alpha^{\theta_i})^{\rho} r_{ji} v'_j + (\alpha^{\theta_i})^{\rho} s_{0i} p + \sum_{j=1}^{s_3} (\alpha^{\theta_i})^{\rho} s_{ji} w'_j,$$

$$\varphi(v_i\alpha) = \varphi(v_i)\varphi(\alpha) = \sum_{j=1}^{s_2} r_{ji} v'_j \alpha^{\rho} + s_{0i} p \alpha^{\rho} + \sum_{j=1}^{s_3} s_{ji} w'_j \alpha^{\rho} = \sum_{j=1}^{s_2} (\alpha^{\rho})^{\theta'_j} r_{ji} v'_j + \alpha^{\rho} s_{0i} p + \sum_{j=1}^{s_3} (\alpha^{\rho})^{\tau'_j} s_{ji} w'_j,$$

$$\varphi(w_i\alpha) = \varphi(\alpha^{\tau_i} w_i) = \varphi(\alpha^{\tau_i})\varphi(w_i) = (\alpha^{\tau_i})^{\rho} t_{0i} p + \sum_{j=1}^{s_3} (\alpha^{\tau_i})^{\rho} t_{ji} w'_j,$$

$$\varphi(w_i\alpha) = \varphi(w_i)\varphi(\alpha) = t_{0i} p \alpha^{\rho} + \sum_{j=1}^{s_3} t_{ji} w'_j \alpha^{\rho} = \alpha^{\rho} t_{0i} p + \sum_{j=1}^{s_3} (\alpha^{\rho})^{\tau'_j} t_{ji} w'_j.$$

Следовательно, $(\alpha^{\sigma_i})^{\rho} p_{ji} = (\alpha^{\rho})^{\sigma'_j} p_{ji}$, $(\alpha^{\sigma_i})^{\rho} q_{ji} = (\alpha^{\rho})^{\theta'_j} q_{ji}$, $(\alpha^{\theta_i})^{\rho} r_{ji} = (\alpha^{\rho})^{\theta'_j} r_{ji}$, $(\alpha^{\theta_i})^{\rho} s_{0i} = \alpha^{\rho} s_{0i}$, $(\alpha^{\theta_i})^{\rho} s_{ji} = (\alpha^{\rho})^{\tau'_j} s_{ji}$, $(\alpha^{\tau_i})^{\rho} t_{0i} = \alpha^{\rho} t_{0i}$, $(\alpha^{\tau_i})^{\rho} t_{ji} = (\alpha^{\rho})^{\tau'_j} t_{ji}$. Так как $(\alpha^{\varphi})^{\psi} = (\alpha^{\psi})^{\varphi}$ для любых $\alpha \in R_0$, $\varphi, \psi \in Aut(R_0)$, то мы получаем необходимые соотношения для автоморфизмов из условия теоремы.

Далее,

$$\varphi(u_i) \cdot \varphi(u_j) = \left(\sum_{\nu=1}^{s_1} p_{\nu i} u'_{\nu} + \sum_{\nu=1}^{s_2} q_{\nu i} v'_{\nu} + n_{0i} p + \sum_{\nu=1}^{s_3} n_{\nu i} w'_{\nu}\right) \cdot \left(\sum_{\mu=1}^{s_1} p_{\mu j} u'_{\mu} + \sum_{\mu=1}^{s_2} q_{\mu j} v'_{\mu} + n_{0j} p + \sum_{\mu=1}^{s_3} n_{\mu j} w'_{\mu}\right) =$$

$$= \left(\sum_{\nu,\mu=1}^{s_1} p_{\nu i} p_{\mu j}^{\sigma'_{\nu}} b'^{0}_{\nu\mu} + \sum_{\nu=1}^{s_1}\sum_{\mu=1}^{s_2} \left(p_{\nu i} q_{\mu j}^{\sigma'_{\nu}} c'^{0}_{\nu\mu} + q_{\mu i} p_{\nu j}^{\theta'_{\mu}} d'^{0}_{\nu\mu}\right)\right) p + \sum_{k=1}^{s_2} \left(\sum_{\nu,\mu=1}^{s_1} p_{\nu i} p_{\mu j}^{\sigma'_{\nu}} a'^{k}_{\nu\mu}\right) v'_k +$$

$$+ \sum_{k=1}^{s_3} \left(\sum_{\nu,\mu=1}^{s_1} p_{\nu i} p_{\mu j}^{\sigma'_{\nu}} b'^{k}_{\nu\mu} + \sum_{\nu=1}^{s_1}\sum_{\mu=1}^{s_2} \left(p_{\nu i} q_{\mu j}^{\sigma'_{\nu}} c'^{k}_{\nu\mu} + q_{\mu i} p_{\nu j}^{\theta'_{\mu}} d'^{k}_{\nu\mu}\right)\right) w'_k,$$

$$\varphi(u_i \cdot u_j) = \varphi\left(\sum_{\nu=1}^{s_2} a_{ij}^{\nu} v_{\nu} + b_{ij}^{0} p + \sum_{\nu=1}^{s_3} b_{ij}^{\nu} w_{\nu}\right) = \left(\varphi\left(b_{ij}^{0}\right) + \sum_{\nu=1}^{s_2} \varphi\left(a_{ij}^{\nu}\right) s_{0\nu} + \sum_{\nu=1}^{s_3} \varphi\left(b_{ij}^{\nu}\right) t_{0\nu}\right) p +$$

$$+ \sum_{\nu=1}^{s_2} \varphi\left(a_{ij}^{\nu}\right) \left(\sum_{k=1}^{s_2} r_{k\nu} v'_k\right) + \sum_{\nu=1}^{s_2} \varphi\left(a_{ij}^{\nu}\right) \left(\sum_{k=1}^{s_3} s_{k\nu} w'_k\right) + \sum_{\nu=1}^{s_3} \varphi\left(b_{ij}^{\nu}\right) \left(\sum_{k=1}^{s_3} t_{k\nu} w'_k\right) =$$

$$= \left(\left(b_{ij}^{0}\right)^{\rho} t_{00} + \sum_{\nu=1}^{s_2} \left(a_{ij}^{\nu}\right)^{\rho} s_{0\nu} + \sum_{\nu=1}^{s_3} \left(b_{ij}^{\nu}\right)^{\rho} t_{0\nu}\right) p + \sum_{k=1}^{s_2}\sum_{\nu=1}^{s_2} \left(a_{ij}^{\nu}\right)^{\rho} r_{k\nu} v'_k + \sum_{k=1}^{s_3} \left(\sum_{\nu=1}^{s_2} \left(a_{ij}^{\nu}\right)^{\rho} s_{k\nu} + \sum_{\nu=1}^{s_3} \left(b_{ij}^{\nu}\right)^{\rho} t_{k\nu}\right) w'_k =$$

$$= \left(\sum_{\nu=1}^{s_2} \left(a_{ij}^{\nu}\right)^{\rho} s_{0\nu} + \sum_{\nu=0}^{s_3} \left(b_{ij}^{\nu}\right)^{\rho} t_{0\nu}\right) p + \sum_{k=1}^{s_2}\sum_{\nu=1}^{s_2} \left(a_{ij}^{\nu}\right)^{\rho} r_{k\nu} v'_k + \sum_{k=1}^{s_3} \left(\sum_{\nu=1}^{s_2} \left(a_{ij}^{\nu}\right)^{\rho} s_{k\nu} + \sum_{\nu=0}^{s_3} \left(b_{ij}^{\nu}\right)^{\rho} t_{k\nu}\right) w'_k,$$

так как $t_{00}=1$, $t_{k0}=0$,

$$\varphi(u_i)\cdot\varphi(v_j)=\left(\sum_{\nu=1}^{s_1}p_{\nu i}u'_\nu+\sum_{\nu=1}^{s_2}q_{\nu i}v'_\nu+n_{0i}p+\sum_{\nu=1}^{s_3}n_{\nu i}w'_\nu\right)\cdot\left(\sum_{\mu=1}^{s_2}r_{\mu j}v'_\mu+s_{0j}p+\sum_{\mu=1}^{s_3}s_{\mu j}w'_\mu\right)=$$

$$=p\sum_{\nu=1}^{s_1}\sum_{\mu=1}^{s_2}p_{\nu i}r_{\mu j}^{\sigma'_\nu}c'^{0}_{\nu\mu}+\sum_{k=1}^{s_3}\left(\sum_{\nu=1}^{s_1}\sum_{\mu=1}^{s_2}p_{\nu i}r_{\mu j}^{\sigma'_\nu}c'^{k}_{\nu\mu}\right)w'_k,$$

$$\varphi(u_i\cdot v_j)=\varphi\left(c_{ij}^0p+\sum_{\nu=1}^{s_3}c_{ij}^\nu w_\nu\right)=p\sum_{\nu=0}^{s_3}\left(c_{ij}^\nu\right)^\rho t_{0\nu}+\sum_{k=1}^{s_3}\left(\sum_{\nu=0}^{s_3}\left(c_{ij}^\nu\right)^\rho t_{k\nu}\right)w'_k,$$

$$\varphi(v_j)\cdot\varphi(u_i)=\left(\sum_{\mu=1}^{s_2}r_{\mu j}v'_\mu+s_{0j}p+\sum_{\mu=1}^{s_3}s_{\mu j}w'_\mu\right)\cdot\left(\sum_{\nu=1}^{s_1}p_{\nu i}u'_\nu+\sum_{\nu=1}^{s_2}q_{\nu i}v'_\nu+n_{oi}p+\sum_{\nu=1}^{s_3}n_{\nu i}w'_\nu\right)=$$

$$=p\sum_{\nu=1}^{s_1}\sum_{\mu=1}^{s_2}r_{\mu i}p_{\nu i}^{\theta'_\mu}d'^{0}_{\nu\mu}+\sum_{k=1}^{s_3}\left(\sum_{\nu=1}^{s_1}\sum_{\mu=1}^{s_2}r_{\mu j}p_{\nu i}^{\theta'}d'^{k}_{\nu\mu}\right)w'_k,$$

$$\varphi(v_j\cdot u_i)=\varphi\left(d_{ij}^0p+\sum_{\nu=1}^{s_3}d_{ij}^\nu w_\nu\right)=\sum_{\nu=0}^{s_3}\left(d_{ij}^\nu\right)^\rho t_{0\nu}+\sum_{k=1}^{s_3}\left(\sum_{\nu=0}^{s_3}\left(d_{ij}^\nu\right)^\rho t_{k\nu}\right)w'_k.$$

Из вышеприведенных равенств следуют первые четыре равенства из условия теоремы.

Обратное утверждение очевидно (см.: [2]).

Теорема доказана.

Случай (b). $p\in J(R)^2\setminus J(R)^3$.

Теорема. $R\cong R'$ *тогда и только тогда, когда существуют невырожденные матрицы*

$$P=(p_{ij})_{s_1\times s_1},$$

$$R=(r_{ij})_{(s_2+1)\times(s_2+1)},\ T=(t_{ij})_{(s_3+s)\times(s_3+s)},$$

некоторые матрицы

$$Q=(q_{ij})_{(s_2+1)\times s_1},\ S=(s_{ij})_{(s_3+s)\times(s_2+1)},$$

и автоморфизм ρ поля F, такие, что

$$P^T\cdot[A'_k,P]_{(\sigma'_1,\dots,\sigma'_{s_1})}=\sum_{\nu=0}^{s_2}r_{k\nu}A_\nu^\rho,\quad k=\overline{0,s_2},$$

$$P^T\cdot\left[\hat B'_k,P\right]_{(\sigma'_1,\dots,\sigma'_{s_1})}+P^T\cdot\left[\hat C'_k,Q\right]_{(\sigma'_1,\dots,\sigma'_{s_1})}+Q^T\cdot\left[\hat D'^T_k,P\right]_{(\theta'_1,\dots,\theta'_{s_2})}=$$

$$=\sum_{\nu=0}^{s_2}s_{k\nu}A_\nu^\rho+\sum_{\nu=1}^{s}t_{k\nu}\hat B_\nu^\rho+\sum_{\nu=1}^{s_3}t_{k\nu+s}B_\nu^\rho,\quad k=\overline{1,s},$$

$$P^T\cdot[B'_k,P]_{(\sigma'_1,\dots,\sigma'_{s_1})}+P^T\cdot[C'_k,Q]_{(\sigma'_1,\dots,\sigma'_{s_1})}+Q^T\cdot\left[D'^T_k,P\right]_{(\theta'_1,\dots,\theta'_{s_2})}=$$

$$=\sum_{\nu=0}^{s_2}s_{k+s\,\nu}A_\nu^\rho+\sum_{\nu=1}^{s}t_{k+s\,\nu}\hat B_\nu^\rho+\sum_{\nu=1}^{s_3}t_{k+s\,\nu+s}B_\nu^\rho,\quad k=\overline{1,s_3},$$

$$P^T\cdot\left[\hat C'_k,R\right]_{(\sigma'_1,\dots,\sigma'_{s_1})}=\sum_{\nu=1}^{s}t_{k\nu}\hat C_\nu^\rho+\sum_{\nu=1}^{s_3}t_{k\,\nu+s}C_\nu^\rho,\quad k=\overline{1,s},$$

$$P^T\cdot[C'_k,R]_{(\sigma'_1,\dots,\sigma'_{s_1})}=\sum_{\nu=1}^{s}t_{k+s\,\nu}\hat C_\nu^\rho+\sum_{\nu=1}^{s_3}t_{k+s\,\nu+s}C_\nu^\rho,\quad k=\overline{1,s_3},$$

$$P^T\cdot\left[\hat D'^T_k,R\right]_{(\theta'_1,\dots,\theta'_{s_2})}=\sum_{\nu=1}^{s}t_{k\nu}(\hat D_\nu^T)^\rho+\sum_{\nu=1}^{s_3}t_{k\,\nu+2}(D_\nu^T)^\rho,\quad k=\overline{1,s},$$

$$P^T\cdot\left[D'^T_k,R\right]_{(\theta'_1,\dots,\theta'_{s_2})}=\sum_{\nu=1}^{s}t_{k+2\,\nu}(\hat D_\nu^T)^\rho+\sum_{\nu=1}^{s_3}t_{k+2\ \nu+2}(D_\nu^T)^\rho,\quad k=\overline{1,s_3}$$

и $\sigma_i = id_F$, *если* $q_{0i} \neq 0$; $\sigma_i = \sigma'_j$, *если* $p_{ji} \neq 0$; $\sigma_i = \theta'_j$, *если* $q_{ji} \neq 0$; $\theta_i = id_F$, *если* $r_{0i} \neq 0$; $\theta_i = \theta'_j$, *если* $r_{ji} \neq 0$; $\theta_i = \sigma'_j$, *если* $s_{ji} \neq 0$; $\theta_i = \tau'_j$, *если* $s_{j+s\,i} \neq 0$; $\tau_i = \sigma'_j$, *если* $t_{j\,i+s} \neq 0$; $\tau_i = \tau'_j$, *если* $t_{j+s\,i+s} \neq 0$ *и* $p_{ij} = t_{ij}$, *при* $i, j \in \{1, \ldots, s\}$; $t_{i+s,\,j} = 0$, *при* $i = \overline{1, s_3}$, $j = \overline{1, s}$; $r_{00} = 0$, $r_{i0} = 0$ *при* $i = \overline{1, s_2}$; $s_{i0} = 0$, *при* $i = \overline{1, s + s_3}$.

Доказательство. Аналогично приведенному ранее доказательству рассмотрим изоморфизм $\varphi : R \to R'$ оставляющий R_0 на месте.

Далее, пусть

$$\varphi(u_i) = q_{0i}p + \sum_{j=1}^{s_1} p_{ji}u'_j + \sum_{j=1}^{s} n_{ji}pu'_j +$$

$$+ \sum_{j=1}^{s_2} q_{ji}v'_j + \sum_{j=1}^{s_3} n_{j+s\,i}w'_j,$$

$$\varphi(v_i) = r_{0i}p + \sum_{j=1}^{s} s_{ji}pu'_j + \sum_{j=1}^{s_2} r_{ji}v'_j + \sum_{j=1}^{s_3} s_{j+s\,i}w'_j,$$

$$\varphi(pu_i) = \sum_{j=1}^{s} t_{ji}pu'_j + \sum_{j=1}^{s_3} t_{j+s\,i}w'_j,$$

$$\varphi(w_i) = \sum_{j=1}^{s} t_{j\,i+s}pu'_j + \sum_{j=1}^{s_3} t_{j+s\,i+s}w'_j,$$

$$\varphi(p) = pr_{00} + \sum_{j=1}^{s} s_{j\,0}pu'_j + \sum_{j=1}^{s_2} r_{j0}v'_j + \sum_{j=1}^{s_3} s_{j+s\,0}w'_j,$$

где $r_{00} = 1$, $r_{j0} = s_{j0} = 0$.

Тогда для произвольного $\alpha \in R_0$ имеем

$$\varphi(u_i\alpha) = \varphi(\alpha^{\sigma_i}u_i) = \varphi(\alpha^{\sigma_i})\varphi(u_i) =$$

$$= (a^{\sigma_i})^{\rho} q_{0i}p + \sum_{j=1}^{s_1} (a^{\sigma_i})^{\rho} p_{ji}u'_j + \sum_{j=1}^{s} (a^{\sigma_i})^{\rho} n_{ji}pu'_j + \sum_{j=1}^{s_2} (a^{\sigma_i})^{\rho} q_{ji}v'_j + \sum_{j=1}^{s_3} (a^{\sigma_i})^{\rho} n_{j+s\,i}w'_j,$$

$$\varphi(u_i\alpha) = \varphi(u_i)\varphi(\alpha) = q_{0i}p\alpha^{\rho} + \sum_{j=1}^{s_1} p_{ji}u'_j\alpha^{\rho} + \sum_{j=1}^{s} n_{ji}pu'_j\alpha^{\rho} + \sum_{j=1}^{s_2} q_{ji}v'_j\alpha^{\rho} + \sum_{j=1}^{s_3} n_{j+s\,i}w'_j\alpha^{\rho} =$$

$$= \alpha^{\rho}q_{0i}p + \sum_{j=1}^{s_1}(\alpha^{\rho})^{\sigma'_j}p_{ji}u'_j + \sum_{j=1}^{s}(\alpha^{\rho})^{\sigma'_j}n_{ji}pu'_j + \sum_{j=1}^{s_2}(\alpha^{\rho})^{\theta'_j}q_{ji}v'_j + \sum_{j=1}^{s_3}(\alpha^{\rho})^{\tau'_j}n_{j+s\,i}w'_j,$$

$$\varphi(v_i\alpha) = \varphi(\alpha^{\theta_i}v_i) = \varphi(\alpha^{\theta_i})\varphi(v_i) = \left(\alpha^{\theta_i}\right)^{\rho} r_{0i}p + \sum_{j=1}^{s} \left(\alpha^{\theta_i}\right)^{\rho} s_{ji}pu'_j + \sum_{j=1}^{s_2} \left(\alpha^{\theta_i}\right)^{\rho} r_{ji}v'_j + \sum_{j=1}^{s_3} \left(\alpha^{\theta_i}\right)^{\rho} s_{j+s\,i}w'_j,$$

$$\varphi(v_i\alpha) = \varphi(v_i)\varphi(\alpha) = r_{0i}p\alpha^{\rho} + \sum_{j=1}^{s} s_{ji}pu'_j\alpha^{\rho} + \sum_{j=1}^{s_2} r_{ji}v'_j\alpha^{\rho} + \sum_{j=1}^{s_3} s_{j+s\,i}w'_j\alpha^{\rho} =$$

$$= \alpha^{\rho}r_{0i}p + \sum_{j=1}^{s} (\alpha^{\rho})^{\sigma'_j} s_{ji}pu'_j + \sum_{j=1}^{s_2} (\alpha^{\rho})^{\theta'_j} r_{ji}v'_j + \sum_{j=1}^{s_3} (\alpha^{\rho})^{\tau'_j} s_{j+s\,i}w'_j,$$

$$\varphi(w_i\alpha) = \varphi(\alpha^{\tau_i}w_i) = \varphi(\alpha^{\tau_i})\varphi(w_i) = \sum_{j=1}^{s} (\alpha^{\tau_i})^{\rho} t_{j\,i+s}pu'_j + \sum_{j=1}^{s_3} (\alpha^{\tau_i})^{\rho} t_{j+s\,i+s}w'_j,$$

$$\varphi(w_i\alpha) = \varphi(w_i)\varphi(\alpha) = \sum_{j=1}^{s} t_{j\,i+s}pu'_j\alpha^{\rho} + \sum_{j=1}^{s_3} t_{j+s\,i+s}w'_j\alpha^{\rho} = \sum_{j=1}^{s} (\alpha^{\rho})^{\sigma'_j} t_{j\,i+s}pu'_j + \sum_{j=1}^{s_3} (\alpha^{\rho})^{\tau'_j} t_{j+s\,i+s}w'_j.$$

$$(\alpha^{\sigma_i})^{\rho}q_{0i} = \alpha^{\rho}q_{0i}, \quad (\alpha^{\sigma_i})^{\rho}p_{ji} = (\alpha^{\rho})^{\sigma'_j}p_{ji}, \quad (\alpha^{\sigma_i})^{\rho}q_{ji} = (\alpha^{\rho})^{\theta'_j}q_{ji},$$

$$\left(\alpha^{\theta_i}\right)^{\rho} r_{0i} = \alpha^{\rho}r_{0i}, \left(\alpha^{\theta_i}\right)^{\rho} r_{ji} = (\alpha^{\rho})^{\theta'_j} r_{ji}, \quad \left(\alpha^{\theta_i}\right)^{\rho} s_{ji} = (\alpha^{\rho})^{\sigma'_j} s_{ji}, \quad \left(\alpha^{\theta_i}\right)^{\rho} s_{j+s\,i} = (\alpha^{\rho})^{\tau'_j} s_{j+s\,i},$$

$$(\alpha^{\tau_i})^{\rho} t_{j\,i+s} = (\alpha^{\rho})^{\sigma'_j} t_{j\,i+s}, \quad (\alpha^{\tau_i})^{\rho} t_{j+s\,i+s} = (\alpha^{\rho})^{\tau'_j} t_{j+s\,i+s}.$$

$$\varphi(u_i) \cdot \varphi(u_j) = \left(q_{0i}p + \sum_{\nu=1}^{s_1} p_{\nu i}u'_{\nu} + \sum_{\nu=1}^{s} n_{\nu i}pu'_{\nu} + \sum_{\nu=1}^{s_2} q_{\nu i}v'_{\nu} + \sum_{\nu=1}^{s_3} n_{\nu+s\,i}w'_{\nu}\right) \cdot$$

$$\cdot\left(q_{0j}p+\sum_{\mu=1}^{s_1}p_{\mu j}u'_\mu+\sum_{\mu=1}^{s}n_{\mu j}pu'_\mu+\sum_{\mu=1}^{s_2}q_{\mu j}v'_\mu+\sum_{\mu=1}^{s_3}n_{\mu+s\,j}w'_\mu\right)=$$

$$=p\sum_{\nu,\mu=1}^{s_1}p_{\nu i}p_{\mu j}^{\sigma'_\nu}a'^{0}_{\nu\mu}+\sum_{k=1}^{s}\left(q_{0i}p_{kj}+p_{ki}\left(q_{0j}\right)^{\sigma'_k}+\sum_{i,j=1}^{s_1}p_{\nu i}p_{\mu j}^{\sigma'_\nu}\hat{b}'^{k}_{\nu\mu}+\sum_{\nu=1}^{s_1}\sum_{\mu=1}^{s_2}\left(p_{\nu i}q_{\mu i}^{\sigma'_\nu}\hat{c}'^{k}_{\nu\mu}+q_{\mu j}p_{\nu i}^{\theta'_\mu}\hat{d}'^{k}_{\nu\mu}\right)\right)pu'_k+$$

$$+\sum_{k=1}^{s_2}\left(\sum_{\nu,\mu=1}^{s_1}p_{\nu i}p_{\mu j}^{\sigma'_\nu}a'^{k}_{\nu\mu}\right)v'_k+\sum_{k=1}^{s_3}\left(\sum_{\nu,\mu=1}^{s_1}p_{\nu i}p_{\mu j}^{\sigma'_\nu}b'^{k}_{\nu\mu}+\sum_{\nu=1}^{s_1}\sum_{\mu=1}^{s_2}\left(p_{\nu i}q_{\mu j}^{\sigma'_\nu}c'^{k}_{\nu\mu}+q_{\mu i}p_{\nu j}^{\theta'_\mu}d'_{\nu\mu}\right)\right)w'_k,$$

$$\varphi(u_i\cdot u_j)=\varphi\left(a_{ij}^0p+\sum_{\nu=1}^{s}\hat{b}_{ij}^{\nu}pu_\nu+\sum_{\nu=1}^{s_2}a_{ij}^{\nu}v_\nu+\sum_{\nu=1}^{s_3}b_{ij}^{\nu}w_\nu\right)=$$

$$=\left(a_{ij}^0\right)^\rho\varphi\left(p\right)+\sum_{\nu=1}^{s}\left(\hat{b}_{ij}^{\nu}\right)^\rho\varphi\left(pu_\nu\right)+\sum_{\nu=1}^{s_2}\left(a_{ij}^{\nu}\right)^\rho\varphi\left(v_\nu\right)+\sum_{\nu=1}^{s_3}\left(b_{ij}^{\nu}\right)^\rho\varphi\left(w_\nu\right)=$$

$$=\left(a_{ij}^0\right)^\rho\left(pr_{00}+\sum_{j=1}^{s}s_{k\,0}pu'_k+\sum_{k=1}^{s_2}r_{k0}v'_+\sum_{k=1}^{s_3}s_{k+s\,0}w'_k\right)+\sum_{\nu=1}^{s}\left(\hat{b}_{ij}^{\nu}\right)^\rho\left(\sum_{k=1}^{s}t_\nu pu'_k+\sum_{k=1}^{s_3}t_{k+s\,\nu}w'_k\right)+$$

$$+\sum_{\nu=1}^{s_2}\left(a_{ij}^{\nu}\right)^\rho\left(r_{0\nu}p+\sum_{k=1}^{s}s_{k\nu}pu'_k+\sum_{k=1}^{s_2}r_{k\nu}v'_k+\sum_{k=1}^{s_3}s_{k+s\,\nu}w'_k\right)+\sum_{\nu=1}^{s_3}\left(b_{ij}^{\nu}\right)^\rho\left(\sum_{k=1}^{s}t_{k\,\nu+s}pu'_k+\sum_{k=1}^{s_3}t_{k+s\,\nu+s}w'_k\right)=$$

$$=p\sum_{\nu=0}^{s_2}\left(a_{ij}^{\nu}\right)^\rho r_{0\nu}+\sum_{k=1}^{s}\left(\sum_{\nu=0}^{s_2}\left(a_{ij}^{\nu}\right)^\rho s_{k\nu}+\sum_{\nu=1}^{s}\left(\hat{b}_{ij}^{\nu}\right)^\rho t_{k\nu}+\sum_{\nu=1}^{s_3}\left(b_{ij}^{\nu}\right)^\rho t_{k\,\nu+s}\right)pu'_k+$$

$$+\sum_{k=1}^{s_2}\sum_{\nu=0}^{s_2}\left(a_{ij}^{\nu}\right)^\rho r_{k\nu}v'_k+\sum_{k=1}^{s_3}\left(\sum_{\nu=0}^{s_2}\left(a_{ij}^{\nu}\right)^\rho s_{k+s\,\nu}+\sum_{\nu=1}^{s}\left(\hat{b}_{ij}^{\nu}\right)^\rho t_{k+s\,\nu}+\sum_{\nu=1}^{s_3}\left(b_{ij}^{\nu}\right)^\rho t_{k+s\,\nu+s}\right)w_k,$$

$$\varphi(u_i)\cdot\varphi(v_j)=\left(q_{0i}p+\sum_{\nu=1}^{s_1}p_{\nu i}u'_\nu+\sum_{\nu=1}^{s}n_{\nu i}pu'_\nu+\sum_{\nu=1}^{s_2}q_{\nu i}v'_\nu+\sum_{\nu=1}^{s_3}n_{\nu+s\,i}w'_\nu\right)\cdot$$

$$\cdot\left(r_{0j}p+\sum_{\mu=1}^{s}s_{\mu j}pu'_\mu+\sum_{\mu=1}^{s_2}r_{\mu j}v'_\mu+\sum_{\mu=1}^{s_3}s_{\mu+s\,j}w'_\mu\right)=$$

$$=\sum_{k=1}^{s}\left(p_{ki}r_{oj}^{\sigma'_k}+\sum_{\nu=1}^{s_1}\sum_{\mu=1}^{s_2}p_{\nu i}r_{\mu j}^{\sigma'_\nu}\hat{c}'^{k}_{\nu\mu}\right)pu'_k+\sum_{k=1}^{s_3}\left(\sum_{\nu=1}^{s_1}\sum_{\mu=1}^{s_2}p_{\nu i}r_{\mu j}^{\sigma'_\nu}c'^{k}_{\nu\mu}\right)w'_k,$$

$$\varphi(u_i)\cdot\varphi(v_j)=\varphi\left(\sum_{\nu=1}^{s}\hat{c}_{ij}^{\nu}pu_\nu+\sum_{\nu=1}^{s_3}c_{ij}^{\nu}w_\nu\right)=$$

$$=\sum_{\nu=1}^{s}\left(\hat{c}_{ij}^{\nu}\right)^\rho\left(\sum_{k=1}^{s}t_{k\nu}pu'_k+\sum_{k=1}^{s_3}t_{k+s\,\nu}w'_k\right)+\sum_{\nu=1}^{s_3}\left(c_{ij}^{\nu}\right)^\rho\left(\sum_{k=1}^{s}t_{k\,\nu+s}pu'_k+\sum_{k=1}^{s_3}t_{k+s\,\nu+s}w'_k\right)=$$

$$=\sum_{k=1}^{s}\left(\sum_{\nu=1}^{s}\left(\hat{c}_{ij}^{\nu}\right)^\rho t_{k\nu}+\sum_{\nu=1}^{s_3}\left(c_{ij}^{\nu}\right)^\rho t_{k\,\nu+s}\right)pu'_k+\sum_{k=1}^{s_3}\left(\sum_{\nu=1}^{s}\left(\hat{c}_{ij}^{\nu}\right)^\rho t_{k+s\,\nu}+\sum_{\nu=1}^{s_3}\left(c_{ij}^{\nu}\right)^\rho t_{k+s\,\nu+s}\right)w'_k,$$

$$\varphi(v_j)\cdot\varphi(u_i)=\left(r_{0j}p+\sum_{\mu=1}^{s}s_{\mu j}pu'_\mu+\sum_{\mu=1}^{s_2}r_{\mu j}v'_\mu+\sum_{\mu=1}^{s_3}s_{\mu+s\,j}w'_\mu\right)\cdot$$

$$\cdot\left(q_{0i}p+\sum_{\nu=1}^{s_1}p_{\nu i}u'_\nu+\sum_{\nu=1}^{s}n_{\nu i}pu'_\nu+\sum_{\nu=1}^{s_2}q_{\nu i}v'_\nu+\sum_{\nu=1}^{s_3}n_{\nu+s\,i}w'_\nu\right)=$$

$$=\sum_{k=1}^{s}\left(r_{oj}p_{ki}+\sum_{\nu=1}^{s_1}\sum_{\mu=1}^{s_2}r_{\mu j}p_{\nu i}^{\theta'_\nu}\hat{d}'^{k}_{\nu\mu}\right)pu'_k+\sum_{k=1}^{s_3}\left(\sum_{\nu=1}^{s_1}\sum_{\mu=1}^{s_2}r_{\mu j}p_{\nu i}^{\theta'_\nu}d'^{k}_{\nu\mu}\right)w'_k,$$

$$\varphi(v_j)\cdot\varphi(u_i)=\varphi\left(\sum_{\nu=1}^{s}\hat{d}_{ij}^{\nu}pu_\nu+\sum_{\nu=1}^{s_3}d_{ij}^{\nu}w_\nu\right)=$$

$$=\sum_{\nu=1}^{s}\left(\hat{d}_{ij}^{\nu}\right)^{\rho}\left(\sum_{k=1}^{s}t_{k\nu}pu'_k+\sum_{k=1}^{s_3}t_{k+s\,\nu}w'_k\right)+\sum_{\nu=1}^{s_3}\left(d_{ij}^{\nu}\right)^{\rho}\left(\sum_{k=1}^{s}t_{k\,\nu+s}pu'_k+\sum_{k=1}^{s_3}t_{k+s\,\nu+s}w'_k\right)=$$

$$=\sum_{k=1}^{s}\left(\sum_{\nu=1}^{s}\left(\hat{d}_{ij}^{\nu}\right)^{\rho}t_{k\nu}+\sum_{\nu=1}^{s_3}\left(d_{ij}^{\nu}\right)^{\rho}t_{k\,\nu+s}\right)pu'_k+\sum_{k=1}^{s_3}\left(\sum_{\nu=1}^{s}\left(\hat{d}_{ij}^{\nu}\right)^{\rho}t_{k+s\,\nu}+\sum_{\nu=1}^{s_3}\left(d_{ij}^{\nu}\right)^{\rho}t_{k+s\,\nu+s}\right)w'_k.$$

Из вышеприведенных равенств следуют необходимые условия теоремы.

Обратное утверждение очевидно (см. [2]).

Теорема доказана.

Случай (c). $p\in J(R)\setminus J(R)^2$.

Теорема. $R\cong R'$ *тогда и только тогда, когда существуют невырожденные матрицы*

$$P=(p_{ij})_{(s_1+1)\times(s_1+1)},\ R=(r_{ij})_{(s_2+s')\times(s_2+s')},$$

$$T=(t_{ij})_{(s_3+s''+\lambda)\times(s_3+s''+\lambda)},$$

$s''=s-s'$, *некоторые матрицы*

$$Q=(q_{ij})_{(s_2+s')\times(s_1+1)},\ S=(s_{ij})_{(s_3+s''+\lambda)\times(s_2+s')}$$

и автоморфизм ρ *поля* F*, такие, что*

$$P^T\cdot\left[\hat{A}'_k,P\right]_{(\sigma'_1,\dots,\sigma'_{s_1})}=\sum_{\nu=1}^{s'}r_{k,\,\nu}\hat{A}_\nu^{\rho}+\sum_{\nu=1}^{s_2}r_{k,\,\nu+s'}A_\nu^{\rho},\quad k=\overline{1,s'},$$

$$P^T\cdot\left[A'_k,P\right]_{(\sigma'_1,\dots,\sigma'_{s_1})}=\sum_{\nu=1}^{s'}r_{k+s',\,\nu}\hat{A}_\nu^{\rho}+\sum_{\nu=1}^{s_2}r_{k+s',\,\nu+s'}A_\nu^{\rho},\quad k=\overline{1,s_2},$$

$$P^T\cdot\left[\hat{B}'_{k+s'},P\right]_{(\sigma'_1,\dots,\sigma'_{s_1})}+P^T\cdot\left[\hat{C}'_{k+s'},Q\right]_{(\sigma'_1,\dots,\sigma'_{s_1})}+Q^T\cdot\left[\hat{D}'^T_{k+s'},P\right]_{(\theta'_1,\dots,\theta'_{s_2})}=$$

$$=\sum_{\nu=1}^{s'}s_{k,\,\nu}\hat{A}_\nu^{\rho}+\sum_{\nu=1}^{s_2}s_{k,\,\nu+s'}A_\nu^{\rho}+\sum_{\nu=1}^{s''}t_{k,\,\nu}\hat{B}_{\nu+s'}^{\rho}+\sum_{\nu=1}^{\lambda}t_{k,\,\nu+s''}\check{B}_\nu^{\rho}+\sum_{\nu=1}^{s_3}t_{k,\,\nu+s''+\lambda}B_\nu^{\rho},\quad k=\overline{1,s''},$$

$$P^T\cdot\left[\check{B}'_k,P\right]_{(\sigma'_1,\dots,\sigma'_{s_1})}+P^T\cdot\left[\check{C}'_k,Q\right]_{(\sigma'_1,\dots,\sigma'_{s_1})}+Q^T\cdot\left[\check{D}'^T_k,P\right]_{(\theta'_1,\dots,\theta'_{s_2})}=$$

$$=\sum_{\nu=1}^{s'}s_{k+s'',\,\nu}\hat{A}_\nu^{\rho}+\sum_{\nu=1}^{s_2}s_{k+s'',\,\nu+s'}A_\nu^{\rho}+\sum_{\nu=1}^{s''}t_{k+s'',\,\nu}\hat{B}_{\nu+s'}^{\rho}+\sum_{\nu=1}^{\lambda}t_{k+s'',\,\nu+s''}\check{B}_\nu^{\rho}+\sum_{\nu=1}^{s_3}t_{k+s'',\,\nu+s''+\lambda}B_\nu^{\rho},\ \ k=\overline{1,\lambda},$$

$$P^T\cdot\left[B'_k,P\right]_{(\sigma'_1,\dots,\sigma'_{s_1})}+P^T\cdot\left[C'_k,Q\right]_{(\sigma'_1,\dots,\sigma'_{s_1})}+Q^T\cdot\left[D'^T_k,P\right]_{(\theta'_1,\dots,\theta'_{s_2})}=\sum_{\nu=1}^{s'}s_{k+s''+\lambda,\,\nu}\hat{A}_\nu^{\rho}+$$

$$+\sum_{\nu=1}^{s_2}s_{k+s''+\lambda,\,\nu+s'}A_\nu^{\rho}+\sum_{\nu=1}^{s''}t_{k+s''+\lambda,\,\nu}\hat{B}_{\nu+s'}^{\rho}+\sum_{\nu=1}^{\lambda}t_{k+s''+\lambda,\,\nu+s''}\check{B}_\nu^{\rho}+\sum_{\nu=1}^{s_3}t_{k+s''+\lambda,\,\nu+s''+\lambda}B_\nu^{\rho},\quad k=\overline{1,s_3},$$

$$P^T\cdot\left[\hat{C}'_{k+s'},R\right]_{(\sigma'_1,\dots,\sigma'_{s_1})}=\sum_{\nu=1}^{s''}t_{k,\,\nu}\hat{C}_{\nu+s'}^{\rho}+\sum_{\nu=1}^{\lambda}t_{k,\,\nu+s''}\check{C}_\nu^{\rho}+\sum_{\nu=1}^{s_3}t_{k,\,\nu+s''+\lambda}C_\nu^{\rho},\quad k=\overline{1,s''},$$

$$P^T\cdot\left[\check{C}'_k,R\right]_{(\sigma'_1,\dots,\sigma'_{s_1})}=\sum_{\nu=1}^{s''}t_{k+s'',\,\nu}\hat{C}_{\nu+s'}^{\rho}+\sum_{\nu=1}^{\lambda}t_{k+s'',\,\nu+s''}\check{C}_\nu^{\rho}+\sum_{\nu=1}^{s_3}t_{k+s'',\,\nu+s''+\lambda}C_\nu^{\rho},\quad k=\overline{1,\lambda},$$

$$P^T\cdot\left[C'_k,R\right]_{(\sigma'_1,\dots,\sigma'_{s_1})}=\sum_{\nu=1}^{s''}t_{k+s''+\lambda,\,\nu}\hat{C}_{\nu+s'}^{\rho}+\sum_{\nu=1}^{\lambda}t_{k+s''+\lambda,\,\nu+s''}\check{C}_\nu^{\rho}+\sum_{\nu=1}^{s_3}t_{k+s''+\lambda,\,\nu+s''+\lambda}C_\nu^{\rho},\quad k=\overline{1,s_3},$$

$$P^T\cdot\left[\hat{D}'^T_{k+s'},R\right]_{(\theta'_1,\dots,\theta'_{s_2})}=\sum_{\nu=1}^{s''}t_{k,\,\nu}\left(\hat{D}_{\nu+s'}^T\right)^{\rho}+\sum_{\nu=1}^{\lambda}t_{k,\,\nu+s''}\left(\check{D}_\nu^T\right)^{\rho}+\sum_{\nu=1}^{s_3}t_{k,\,\nu+s''+\lambda}\left(D_\nu^T\right)^{\rho},\ k=\overline{1,s''},$$

$$P^T \cdot \left[\check{D}_k'^T, R\right]_{(\theta_1',\ldots,\theta_{s_2}')} = \sum_{\nu=1}^{s''} t_{k+s'',\nu} \left(\hat{D}_{\nu+s'}^T\right)^\rho + \sum_{\nu=1}^{\lambda} t_{k+s'',\nu+s''} \left(\check{D}_\nu^T\right)^\rho + \sum_{\nu=1}^{s_3} t_{k+s'',\nu+s''+\lambda} \left(D_\nu^T\right)^\rho,\ k = \overline{1,\lambda},$$

$$P^T \cdot \left[D_k'^T, R\right]_{(\theta_1',\ldots,\theta_{s_2}')} = \sum_{\nu=1}^{s''} t_{k+s''+\lambda,\nu} \left(\hat{D}_{\nu+s'}^T\right)^\rho + \sum_{\nu=1}^{\lambda} t_{k+s''+\lambda,\nu+s''} \left(\check{D}_\nu^T\right)^\rho + \sum_{\nu=1}^{s_3} t_{k+s''+\lambda,\nu+s''+\lambda} \left(D_\nu^T\right)^\rho, k = \overline{1,s_3},$$

$\sigma_i = \sigma_j'$, если $p_{ji} \neq 0$;
$\sigma_i = \theta_j'$, если $q_{ji} \neq 0$;
$\theta_i = \sigma_j'$, если $r_{ji} \neq 0$;
$\theta_i = \theta_j'$, если $r_{j+s',i+s'} \neq 0$;
$\theta_i = \sigma_j'$, если $s_{ji} \neq 0$;
$\theta_i = \tau_j'$, если $s_{j+s',i+s'} \neq 0$;
$\tau_i = \sigma_j'$, если $t_{j\,i} \neq 0$;
$\tau_i = \theta_j'$, если $t_{j+s'',i+s''} \neq 0$;
$\tau_i = \tau_j'$, если $t_{j+s''+\lambda,i+s''+\lambda} \neq 0$,
$p_{00} = 1$;
$p_{i0} = 0$, при $i = \overline{1,s_1}$;
$q_{i0} = 0$, при $i = \overline{1,s'+s_2}$;

$p_{ij} = r_{ij}$, при $i, j = \overline{1,s'}$;
$p_{s'+i,j} = s_{ij}$, при $i = \overline{1,s''}$, $j = \overline{1,s'}$;
$q_{s'+i,j} = s_{s''+i,j}$, при $i = \overline{1,\lambda}$, $j = \overline{1,s'}$;
$r_{s'+i,j} = 0$, при $i = \overline{1,s_2}$, $j = \overline{1,s'}$;
$s_{s''+\lambda+i,j} = 0$, при $i = \overline{1,s_3}$, $j = \overline{1,s'}$;
$p_{i,s'+j} = 0$, при $i = \overline{1,s'}$, $j = \overline{1,s''}$;
$p_{s'+i,s'+j} = t_{ij}$, при $i, j = \overline{1,s''}$;
$q_{s'+i,s'+j} = t_{i,s''+j}$, при $i = \overline{1,\lambda}$, $j = \overline{1,s''}$;
$t_{s''+\lambda+i,j} = 0$, при $i = \overline{1,s_3}$, $j = \overline{1,s''}$;
$r_{s'+i,s'+j} = t_{s''+i,s''+j}$, при $i, j = \overline{1,\lambda}$;
$t_{i,s''+j} = 0$, при $i = \overline{1,s''}$, $j = \overline{1,\lambda}$;
$t_{s''+\lambda+i,s''+j} = 0$, при $i = \overline{1,s_3}$, $j = \overline{1,\lambda}$.

Библиографический список

1. Журавлев, Е.В. О классификации конечных локальных колец характеристики p^2, радикал Джекобсона которых имеет индекс нильпотентности четыре / Е.В. Журавлев // Известия АлтГУ. – 2008. – №1(57).

2. Журавлев, Е.В. Конечные локальные кольца порядка p^6 и характеристики p, радикал Джекобсона которых имеет индекс нильпотентности четыре / Е.В. Журавлев // Известия АлтГУ. – 2006. – №1(49).

3. Журавлев, Е.В. Локальные кольца порядка p^6 с 4-нильпотентным радикалом Джекобсона / Е.В. Журавлев // Сибирские электронные математические известия [Электронный ресурс]. – 2006. Т. 3. – Режим доступа: http://semr.math.nsc.ru.