УДК 333.93

*Л.А. Хворова, О.А. Иванова, М.Н. Стрижов*

# Расчет глубины промерзания почвы в модели прогноза перезимовки озимых культур в условиях Алтайского края

Цель данного исследования – диагноз состояния озимых культур в течение холодного периода года и прогноз степени их повреждения к моменту возобновления весенней вегетации с использованием методов и моделей расчета температурного профиля и глубины промерзания почвы.

При выборе соответствующей физико-математической модели к ней выдвигались следующие требования, которые одновременно могут и являться критериями ее практической реализуемости и применимости:

1) обеспечивать достаточную точность, а следовательно, учитывать с возможной полнотой физические особенности процесса;

2) быть достаточно гибкой и оперативной с тем, чтобы проводить массовые расчеты с учетом реально встречающихся в природе ситуаций;

3) опираться на материалы стандартных метеонаблюдений.

Комплекс физико-математических моделей формирования гидротермического режима почвы в холодное полугодие представлен в монографиях Е.М. Гусева, Э.Г. Палагина [1, 2] и др.

Холодный сезон характерен тем, что в отдельные его периоды основными являются разные стороны гидротермических процессов в почвенном профиле, поэтому для разных этапов рассматриваемого сезона предлагается [1, 2] строить свою модель, отражающую основную физическую сущность процесса именно для этого этапа.

Каждый из отмеченных характерных периодов формирования гидротермического режима почвы определяет содержание соответствующей частной модели, а совокупность их представляет законченный комплекс моделей формирования гидротермического режима в осенний, зимний и весенний периоды.

Для полевых агроэкосистем выделяют три характерных слоя: снежный покров, мерзлая зона почвы, ее талая зона. Далее все характеристики, используемые в уравнениях и связанные с соответствующим слоем, будут иметь индексы: 1 – для снежного покрова; 2 – для мерзлой почвы; 3 – для талой. Для каждой из указанных зон можно записать в соответствующей форме уравнения тепло-, влагопереноса, которые являются основой описания гидрологических и гидрофизических процессов в почве. Теплогидрофизические параметры талой и мерзлой почвы зависят от типа почвы, ее плотности, влажности и льдистости.

Для решения задачи определения глубины промерзания почвы в качестве экспериментальных вариантов расчета промерзания почвы взяты приближенные методы, в значительной мере отражающие физические закономерности процесса и в то же время использующие не очень сложный математический аппарат. В их основу положено известное уравнение для скорости продвижения фронта промерзания $\xi$ [1]:

$$L^* \frac{d\xi}{dt} = q_M - q_T ,$$

$$L^* = L\rho_W (W - u_H) + \frac{c_2 |T_\Pi|}{2} , \qquad (1)$$

где $q_T$ – кондуктивный поток тепла к границе промерзания со стороны талой зоны; $q_M$ – кондуктивный отток тепла от границы промерзания в талую зону; $L$ – теплота фазового перехода вода–лед; $\rho_W$ – плотность воды; $W$ – общая влажность почвы; $u_H$ – количество незамерзающей воды в единице объема почвы; $\lambda_3$ – эффективная теплоемкость мерзлой почвы с учетом фазовых переходов воды при отрицательных температурах.

В данном варианте расчета динамики промерзания почвы ограничимся случаем, когда влиянием миграции воды со стороны талой зоны на тепловой режим почвы можно пренебречь.

Рассмотрим приходную и расходную составляющие теплового баланса в уравнении (1). Наиболее простой и в то же время достаточно обоснованный подход к определению оттока тепла в мерзлую зону основан на принципе квазистационарности поля температур в мерзлом слое [1]. В силу этого принципа профиль температур в мерзлой зоне, а также в вышерасположенном слое снега принимается линейным, зависящим только от геометрии системы и ее граничных условий (речь здесь идет о температуре, усредненной по некоторому интервалу времени, отфильтровывающему высокочастотную составляющую ее колебаний, связанную, например, с суточным ходом). В этом случае отток тепла в мерзлую зону

$$q_M = -\frac{\lambda_2 T_c}{\xi + H} ,$$

где $H = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} h$ – приведенная высота снега, а температура поверхности почвы

$$T_\Pi = \frac{T_c \xi}{\xi + H} .$$

Будем считать, что на больших глубинах температура почвы постоянна и равна некоторой среднегодовой температуре $T^*$, измеренной на максимально возможной глубине почвенного профиля, или температуре грунтовых вод при большой (10–20 м) глубине их залегания. Отличия же от этой постоянной температуры имеются в некоторой верхней части почвенного профиля, испытывающего влияние динамики поверхностных термических процессов. Именно эту часть почвенного профиля будем для краткости называть глубиной проникания и обозначать $\sigma$. Идея введения характерной, меняющейся со временем глубины, ниже которой влияние динамики термических процессов у поверхности еще не распространилось, встречалась и ранее в ряде работ по промерзанию и достаточно себя оправдала. В той части талой зоны, которую захватывает глубина проникания, аппроксимируем профиль температуры параболической зависимостью от $z$, где $z$ – вертикальная координата:

$$T_3 = \tilde{A}z^2 + \tilde{B}z + \tilde{C}. \qquad (2)$$

Коэффициенты $\tilde{A}$, $\tilde{B}$ и $\tilde{C}$ – функции времени.

С учетом условий на границах $\xi$ и $\sigma$:

$$T_3(\xi) = 0, \quad T_3(\sigma) = T^*$$

и условия непрерывности потока на $\sigma$

$$\frac{\partial T_3}{\partial z}\Big|_{\sigma} = 0$$

уравнение (2) приводится к виду

$$T_3 = T^* - T^*\frac{(z-\sigma)^2}{(\xi-\sigma)^2}.$$

Соответственно поток тепла со стороны талой зоны к границе промерзания будет равен

$$q_T = \lambda_3\frac{\partial T_3}{\partial z}\Big|_{\xi} = \frac{2\lambda_3 T^*}{\sigma-\xi},$$

где $\lambda_3$ – коэффициент теплопроводности талой зоны.

Таким образом, зная положение на данный момент времени границы промерзания $\xi$ и глубины проникания $\sigma$, фактически знаем поток тепла $q_T$, что дает возможность замкнуть уравнение (1).

Задача расчета динамики глубины проникания $\sigma$ приведена в [1]. При этом за нулевой момент времени принимается момент перехода температуры поверхности через 0 ˚С.

Приняв $H \equiv 0$, $T_C = T_П = const$, придем к задаче Стефана, точное решение которой имеет вид

$$\xi = \beta t^{1/2}, \qquad (3)$$

где $\beta$ есть решение некоторого трансцендентного уравнения, содержащего $T_П$, $T^*$ и теплофизические параметры почвы. Приближенное решение задачи Стефана также имеет вид (3), причем

$$\beta = \frac{a_3^{1/2}}{\left\{-\tilde{A}\left[\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\tilde{A}\right)+\frac{1}{2}\frac{L^* a_3}{\lambda_3 T^*}+\sqrt{\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\tilde{A}\right)^2-\frac{1}{6}\frac{L^* a_3}{\lambda_2 T_c}}\right]\right\}^{1/2}},$$

где $\tilde{A} = \frac{\lambda_3 T^*}{\lambda_2 T_c}$; $\lambda_3$ – коэффициент теплопроводности мерзлой зоны; $a_3$ – температуропроводность талой зоны; $T_c$ – температура поверхности снега.

В первом приближении можно считать, что поверхностный слой начинает охлаждаться и соответственно развивается глубина проникновения с того момента времени, когда температура поверхности почвы становится меньше $T^*$. В рамках выбранного приближения примем, что температура поверхности с того момента времени, когда она равна $T^*$, до момента наступления нулевой температуры изменяется линейно, т.е.

$$T_П \approx T^*\left(1-\frac{t}{\tau^*}\right),$$

где $\tau^*$ – интервал времени между указанными моментами.

Воспользовавшись интегральной формой уравнения теплопроводности [1], получим следующий вариант рекуррентной формулы пошагового расчета глубины промерзания:

$$\xi(t_{k+1}) = -H(t_{k+1}) - \frac{q_T(t_k)\Delta t}{L^*} + \sqrt{[\xi(t_k)+H(t_{k+1})]^2 - \frac{2\lambda_2 T_C\Delta t}{L^*(t_{k+1})} + \left[\frac{q_T(t_k)\Delta t}{L^*(t_{k+1})}\right]^2}, \qquad (5)$$

где $t_{k+1} = t_k + \Delta t$.

В общем случае коэффициент $L^*$ определяется выражением

$$L^* = L\rho_W W - L\rho_W u_H^{-T_П} - \frac{c_0 T_П}{2}.$$

Однако во многих случаях для описания зависимости $u_H^{-T_П}(T_П)$ можно использовать ее линейную аппроксимацию, т.е. представить

$$u_H^{-T_П} = a + bT_П, \qquad (6)$$

где $a$ и $b$ – аппроксимационные коэффициенты для определения среднего количества незамерзшей воды в диапазоне температур $(0\ldots T_П)$.

В результате с учетом равенства (6) имеем

$$L^* = L\rho_W(W-a) - (2L\rho_W b + c_0)\frac{T_П}{2}.$$

В качестве необходимых для расчета промерзания параметров $u_H$ и $c_2$, согласно [1], полагаем

$$u_H = a, \quad c_2 = c_0 + 2L\rho_W b,$$

где $c_0$ – аддитивная объемная теплоемкость в отсутствие фазовых переходов.

Теплопроводность снега рассчитывалась по формуле Янсона, связывающей коэффициент теплопроводности снега в кал/(с·см·град) с его плотностью $\rho_1$ в г/см$^3$: $\lambda_1 = 10^{-3}(0{,}05 + 1{,}9\rho_1 + 6\rho_1^4)$.

На данном этапе рассмотрены относительно упрощенные варианты модели (формула (5)) расчета глубины промерзания $\xi$ почвы.

1) $\xi = at^{1/2} + b$, где коэффициенты $a$ и $b$ определяются методом наименьших квадратов. Данная модель не учитывает специфику и физический механизм протекающих процессов, условия их взаимодействия и влияние внешних по отношению к рассматриваемой системе факторов. Кроме того, глубина промерзания почвы зависит только от времени $t$, прошедшего с начала промерзания, поэтому не может быть принята в качестве базовой для решения задач исследования.

2) Модель $\xi = \beta t^{1/2}$, где

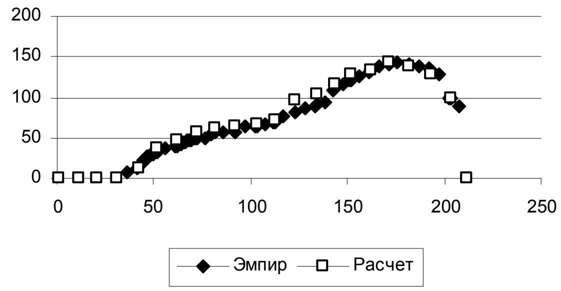
$$\beta = \frac{a_3^{1/2}}{\left\{ -\tilde{A}\left[\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\tilde{A}\right)+\frac{1}{2}\frac{L^* a_3}{\lambda_3 T^*}+\sqrt{\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\tilde{A}\right)^2-\frac{1}{6}\frac{L^* a_3}{\lambda_2 T_c}}\right]\right\}^{1/2}},$$

хотя и учитывает некоторые метеорологические и почвенные факторы, но имеет те же недостатки, что и первая модель. Ошибки расчетов по данной модели составляют от 16 до 30%.

3)
$$\xi(t_{k+1}) = -H(t_{k+1}) - \frac{q_T(t_k)\Delta t}{L^*} + \sqrt{[\xi(t_k)+H(t_{k+1})]^2 - \frac{2\lambda_2 T_c \Delta t}{L^*(t_{k+1})} + \left[\frac{q_T(t_k)\Delta t}{L^*(t_{k+1})}\right]^2}.$$

Данную модель можно назвать численной, но таковой она является лишь в отношении изменения искомой величины во времени. В остальном же модель использует аналитическое описание явления.

Для апробации моделей глубины промерзания почвы использовались материалы наблюдений Каменской метеорологической станции. Для расчета из литературных источников [1, 2] были взяты типичные по порядку величин следующие значения параметров: $T^* = -T_c = 10^0 C$, $\lambda_2 = \lambda_3 = 10^{-3}$ кал/(см град с), $c_2 = c_3 = 1$ кал/(см$^3$град), $L\rho_W(W - u_H) = 15$ кал/(см$^3$). Ошибка при упрощенном расчете глубины промерзания с использованием равенства (5) составила 7,68%, что вполне приемлемо в гидрологических расчетах. Таким образом, с учетом приведенных результатов можно полагать, что рассматриваемая модель (5) позволяет достаточно хорошо вести расчет глубины промерзания почвы в течение всего зимнего периода (рис.).




Расчетные и экспериментальные данные глубины промерзания почвы и оттаивания, 1993–1994 гг., Каменский район

В дальнейшем предполагается моделирование промерзания почвы с учетом миграции воды к границе промерзания и использование результатов расчетов для оценки процесса формирования урожая озимых культур.

## Библиографический список

1. Гусев, Е.М. Формирование режима и ресурсов почвенных вод в зимне-весенний период / Е.М. Гусев. – М., 1993.

2. Палагин, Э.Г. Математическое моделирование агрометеорологических условий перезимовки озимых культур / Э.Г. Палагин. – Л., 1981.