УДК 519.862.8

А.В. Жариков

Применение принципа сжатых отображений в задаче управления игры двух лиц при разной информированности игроков

В данной статье рассматривается применение принципа сжатых отображений при решении задачи управления игры двух лиц при разной информированности игроков.

Рассмотрим оператор управления состояниями субъекта, который функционирует в динамической случайной среде. Управление проводится с использованием принципа осреднения входных переменных [2]. Предположим, что управление выбрано из условий максимизации некоторого критерия.

Пусть $x = (x_1, x_2,...,x_n)$ – случайный вектор с функцией распределения $\Phi = \Phi(x_1,...,x_n)$, а множество $S = \{1,2,...,n\}$ – индексы всех компонент вектора x; множество $S_i \subseteq S$ – совокупность индексов, определяющих информационную структуру i-й управляющей переменной, $i = 1,2,...,m$. Введём также вектор управления (стратегии игроков) $\nu = (\nu_1,\nu_2,...,\nu_m)$, где $\nu_i = \nu_i(d_i)$, $d_i = (x_j)_{j\in S_i}$, $i \in I = \{1,2,...,m\}$, I – множество игроков. Таким образом, задача примет вид:

$$J_i = \mathrm{M}[F_i(x, V(d_i))] \to \max_{v_i},\ i \in I, \qquad (1)$$

где символ M[·] означает операцию вычисления математического ожидания, функционал $F_i(x,\mathrm{n})$ – критерий максимизации, J_i – интегральный выигрыш i-го игрока. Формализация условий разной информированности приводит к равенству нулю частной производной по соответствующей переменной [7]:

$$\frac{\partial \nu_i(d_i)}{\partial x_i} = 0. \qquad (2)$$

Рассмотрим задачу (1) при $n = m = 2$. Тогда задача примет вид:

$$\mathrm{M}[F_1(x, y, u(y), v(x))] \to \max_u,$$
$$\mathrm{M}[F_2(x, y, u(y), v(x))] \to \max_v \qquad (3)$$

при условиях

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0, \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \qquad (4)$$

Возьмём конкретный вид функционалов $F_1 = \langle A(u,v,x,y),(u,v,x,y)\rangle$, $F_2 = \langle B(u,v,x,y),(u,v,x,y)\rangle$, где $A = A^T = (a_{ij})_{4\times4}$, $B = B^T = (b_{ij})_{4\times4}$, т.е. F_1, F_2 – квадратичные формы с переменными u, v, x, y. Пусть информационный вектор (x, y) распределён на квадрате $[a, b]\times[a, b]$ с плотностью $\Phi(x, y)$. Считаем, что $\Phi(x, y)$ обладает стандартными свойствами плотности распределения.

Задача (3) при условиях (4) примет вид

$$J_1 = \int_a^b\int_a^b (a_{11}u^2 + 2a_{12}uv + 2a_{13}ux + ... + a_{44}y^2)$$
$$\Phi(x, y)dxdy \to \max_{u\in U},$$
$$J_2 = \int_a^b\int_a^b (b_{11}u^2 + 2b_{12}uv + 2b_{13}ux + ... + b_{44}y^2) \qquad (5)$$
$$\Phi(x, y)dxdy \to \max_{v\in V}.$$

Задача (3) при условиях (4), по сути, является игрой двух лиц, где $J_1(u,v)$, $J_2(u,v)$ – функции выигрыша, а u, v – стратегии игроков. Множество допустимых стратегий U, V будут произведением пространств $C^1([a, b]\times[a, b]) \times C^1([a, b]\times[a, b])$. Нахождение решения игры зависит от понимания рациональности и оптимальности поведения игроков.

Предположим, что игроки имеют непротивоположные интересы. Одной из распространённых концепций решения некооперативных игр является *ситуация равновесия по Нэшу* [6, 7, 9], суть которой заключается в невозможности увеличения выигрыша игрока при его отклонении от данного равновесия.

Определение 1. Ситуация $x^* = (x_1^*, x_2^*,...,x_n^*,)$ называется ситуацией равновесия по Нэшу, если для всех $x_i \in X_i, i \in \{1,...,n\}$ справедливо неравенство

$$K_i(x_1^*, x_2^*,...,x_n^*,) \ge K_i(x_1^*,...,x_{i-1}^*, x_i, x_{i+1}^*,...x_n^*).$$

Для задачи (5) определение 1 представится в виде неравенств

$$J_1(u,v^*) \le J_1(u^*,v^*),$$
$$J_2(u,v^*) \le J_2(u^*,v^*),$$

где u^*, v^* – ситуация равновесия по Нэшу.

В [3, 4] был найден конкретный вид решения задачи (5), (4) в концепции равновесии по *Нэшу*, когда входные переменные x и y являлись независимыми случайными величинами.

Наряду со случаем независимых x и y можно рассматривать и общий случай зависимости

x и y. Необходимые условия существования решений, согласно [1, 3, 4], при этом не изменятся. Тогда нахождение u^* и v^* будет зависеть от разрешимости системы интегральных уравнений

$$\begin{cases} a_{11}u\int_a^b \Phi(x,y)dx + a_{12}\int_a^b v(x)\Phi(x,y)dx + \\ + a_{13}\int_a^b x\Phi(x,y)dx + a_{14}y\int_a^b \Phi(x,y)dx = 0, \\ b_{22}v\int_a^b \Phi(x,y)dy + b_{12}\int_a^b u(y)\Phi(x,y)dy + \\ + b_{23}x\int_a^b \Phi(x,y)dy + b_{24}\int_a^b y\Phi(x,y)dy = 0. \end{cases} \tag{6}$$

Вопрос существования решения (6) не является очевидным и требует некоторых пояснений.

Для начала определим тип данной системы. Путём несложных преобразований система (6) сводится к виду

$$\begin{cases} u(y) + \lambda\int_a^b v(x)K_1(x,y)dx = f_1(y), \\ v(x) + \lambda\int_a^b u(y)K_2(x,y)dy = f_2(x), \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u(y) + \lambda\int_a^b v(x)K_1(x,y)dx = f_1(y), \\ v(y) + \lambda\int_a^b u(x)K_2(y,x)dx = f_2(y), \end{cases} \tag{6'}$$

где $K_1(x,y) = \dfrac{b_{22}\Phi(x,y)}{b_{21}\int_a^b \Phi(x,y)dx}$, $K_2(x,y) = \dfrac{a_{11}\Phi(x,y)}{a_{12}\int_a^b \Phi(x,y)dy}$,

$$f_1(y) = \frac{-a_{13}\int_a^b x\Phi(x,y)dx - a_{14}y\int_a^b \Phi(x,y)dx}{a_{11}\int_a^b \Phi(x,y)dx},$$

$$f_2(x) = \frac{-b_{23}x\int_a^b \Phi(x,y)dy - b_{24}\int_a^b y\Phi(x,y)dy}{b_{22}\int_a^b \Phi(x,y)dy}, \qquad \lambda = \frac{a_{12}}{a_{11}}\cdot\frac{b_{12}}{b_{22}}.$$

Данное преобразование допустимо в силу свойств $\Phi(x, y)$.

Введём обозначения: $K(x,y) = \begin{pmatrix} K_1(x,y) & 0 \\ 0 & K_2(y,x) \end{pmatrix}$,

$\vec{\varphi}(y) = \begin{pmatrix} u(y) \\ v(y) \end{pmatrix}$, $\vec{\psi}(y) = \begin{pmatrix} f_1(y) \\ f_2(y) \end{pmatrix}$, тогда система (6′) может быть записана в векторной форме

$$\varphi(y) - \lambda\int_a^b K(x,y)\varphi(x)dx = \psi(y). \tag{7}$$

Уравнение (7) является уравнением Фредгольма второго рода, записанное в векторной форме.

Согласно существующей теории, можно выделить несколько путей для доказательства условий существования и единственности решения интегральных уравнений.

Принцип сжатых отображений. Большое достоинство этого принципа состоит в том, что он не только гарантирует при определённых условиях однозначную разрешимость уравнения, но и может служить для получения приближённых решений [5, 6, 10].

Пусть Ξ есть пространство $C([a, b], R^2)$. Предположим, что ядро $K(x, y)$ непрерывно в замкнутом квадрате $D = \{(x,y):(x,y)\in[a,b]\times\times[a,b], a,b\in R\}$ и, следовательно, ограничено на нём, т.е. $\|K(x,y)f\| \le M\|f\|_\Xi\ \forall f\in\Xi$, где M – норма оператора $K(x, y)$. Тогда $\|K\| = \sup_{\|x\|_\Xi=1}\|Kx\|_\Xi =$

$= \sup_{\|x\|_\Xi=1}\|K_1x_1, K_2x_2\|_\Xi$, где x – непрерывная на квадрате D вектор-функция. Напомним, что $\|x\|_\Xi = \max_{x,y}\sqrt{x_1^2(x,y)+x_2^2(x,y)}$. Зафиксируем x_1 и x_2, в силу непрерывности x на прямоугольнике D. Тогда условие $\|x\|_\Xi = 1$ примет вид $x_1^2 + x_2^2 = 1$. Таким образом,

$$\|K\| = \sup_{x_1^2+x_2^2=1}\|(K_1x_1, K_2x_2)\|_\Xi =$$

$$= \sup_{x_1^2+x_2^2=1}\left(\max_{x,y}\sqrt{K_1^2(x,y)x_1^2 + K_2^2(y,x)x_2^2}\right) =$$

$$= \sup_{x_1^2+x_2^2=1}\left(\max_{x,y}\sqrt{K_1^2(x,y)x_1^2 + K_2^2(y,x)(1-x_1^2)}\right) =$$

$$= \max_{x,y}\{|K_1(x,y)|, |K_2(y,x)|\} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \|K\| = \max_{x,y}\{|K_1(x,y)|, |K_2(y,x)|\}. \tag{8}$$

Полученное выражение (8) опирается на следующую лемму.

Лемма 1. Пусть $f(x, y)$ определена на множествах $x = (x_1, x_2)\in K_1$, $y = (y_1, y_2)\in K_2$, где K_1, K_2 –

компакты в R^2. Тогда $\sup\limits_{x\in K_1}\sup\limits_{y\in K_2} f(x,y) = \sup\limits_{y\in K_2}\sup\limits_{x\in K_1} f(x,y)$.

Доказательство. Рассмотрим функцию $g(y)=\sup\limits_{x\in K_1} f(x,y)$. Очевидно, что $f(x, y)$ является равномерно непрерывной функцией, т.к. K_1, K_2 – компакты в R^2. Покажем, что $g(y)$ является непрерывной функцией по y. Запишем условие равномерной непрерывности $f(x, y)$:

$\forall\varepsilon>0,\exists\delta>0:|x'-x''|<\delta,|y'-y''|<\delta\Rightarrow|f(x',y')-f(x'',y'')|<\varepsilon/2$ для любых x', x'', y', y''. Пусть, $x = x'' = x'$, тогда неравенство перепишется в виде $|f(x,y')-f(x,y'')|<\varepsilon/2 \Leftrightarrow f(x,y'')-\varepsilon/2<f(x,y')< f(x,y'')+\varepsilon/2$. Возьмем от обеих частей $\sup\limits_{x\in K_1}$, имеем $g(y'')-\varepsilon/2\le g(y')\le g(y'')+\varepsilon/2 \Leftrightarrow |g(y')-g(y'')|\le \le\varepsilon/2<\varepsilon$. Из последнего неравенства следует непрерывность функции g, значит $\exists\sup\limits_{y} g(y) = \sup\limits_{y\in K_2}\sup\limits_{x\in K_1} f(x,y) = N$. Обозначим через $M=\sup\limits_{x,y\in K_1\times K_2} f(x,y)$. Ясно, что $M\ge f(x,y)\Rightarrow M\ge N$. По определению $M-\varepsilon<f(x,y)$, следовательно, $M-\varepsilon<f(x,y)\le \le\sup\limits_{x\in K_1} f(x,y)\le\sup\limits_{y\in K_2}\sup\limits_{x\in K_1} f(x,y)=N\Rightarrow M\le N$. Из последнего неравенства следует, что $M = N$. Аналогично показывается, что $\sup\limits_{x,y\in K_1\times K_2} f(x,y) = \sup\limits_{x\in K_1}\sup\limits_{y\in K_2} f(x,y)$. Лемма доказана.

Пусть $\psi(x)\in\Xi$. Тогда решение (7) будем искать среди элементов пространства Ξ. При этом, как и в одномерном случае, решением интегрального уравнения (7) будем называть произвольную функцию $\varphi_0(y)\in\Xi$, подстановка которой в уравнение (7) обращает его в истинное тождество для любого $y\in[a,b]$:

$$\varphi_0(y)=\lambda\int_a^b K(x,y)\varphi_0(x)dx+\psi(y). \qquad (9)$$

Ясно, что при $\lambda = 0$ уравнение (9) имеет единственное непрерывное решение $\varphi_0(y)= \psi(y)$.

Покажем, что уравнение (7) однозначно разрешимо и при всех λ, достаточно малых по абсолютной величине. Введём следующий оператор $\mathcal{A}\varphi$, определённый в пространстве Ξ,

$$\mathcal{A}\varphi\equiv\lambda\int_a^b K(x,y)\varphi(x)dx+\psi(y). \qquad (10)$$

Оператор (10) переводит функцию $\varphi(y)\in\Xi$ в некоторую функцию $\tilde{\varphi}(y)$, определённую на том же отрезке $[a, b]$. Тогда существование решения $\varphi_0(y)$ уравнения (7) сводится к вопросу о наличии у оператора $\mathcal{A}$ неподвижной точки, т.е. такой функции $\varphi_0(y)$, которая при действии оператором переходит в саму себя: $\mathcal{A}\varphi_0=\varphi_0$.

Покажем, что оператор $\mathcal{A}$ действует из полного пространства Ξ опять в Ξ, т.е. если $g(y)=\mathcal{A}\varphi(y)$, где $\varphi(y)\in\Xi$, то и $g(y)\in\Xi$. Для этого возьмём произвольную точку $y\in[a,b]$, и пусть Δy – любое, лишь бы выполнялось $y + \Delta y \in [a, b]$. Имеем

$$\|g(y+\Delta y)-g(y)\|_\Xi=\Big\|\lambda\int_a^b K(x,y+\Delta y)\varphi(x)dx+ +\psi(y+\Delta y)-\lambda\int_a^b K(x,y)\varphi(x)dx- -\psi(y)\Big\|_\Xi\le|\lambda|\int_a^b\|K(x,y+\Delta y)-K(x,y)\|_\Delta\|\varphi(x)\|_\Xi dx+ +\|\psi(y+\Delta y)-\psi(y)\|_\Xi. \qquad (11)$$

Из условия $\psi(x)\in C([a,b],R^2)$ следует, что для любого $\varepsilon<0$, $\exists\delta_1>0$ такое, что

$$\|\psi(y+\Delta y)-\psi(y)\|_\Xi<\frac{\varepsilon}{2} \text{ при } \forall\Delta y:|\Delta y|<\delta_1. \quad (12)$$

Ядро $K(x, y)$ непрерывно в замкнутом квадрате D и, значит, равномерно непрерывно в D. Следовательно, по выбранному $\varepsilon > 0$ найдем $\delta_2 > 0$ такое, что

$$\|K(x,y+\Delta y)-K(x,y)\|_\Delta<\frac{\varepsilon}{2\|\varphi(y)\|_\Xi(b-a)|\lambda|} \qquad (13)$$

при $|\Delta y|<\delta_2$ и любом $x\in[a,b]$.

Возьмём $\delta=\min\{\delta_1,\delta_2\}$. Тогда при $\forall\Delta y$ таких, что $|\Delta y|>\delta$, будут одновременно выполняться неравенства (12) и (13) и, учитывая неравенство (11), получим,

$$\|g(y+\Delta y)-g(y)\|_\Xi<\varepsilon\,\forall\Delta y:|\Delta y|<\delta,$$

которое и доказывает непрерывность функции $g(y)$ в любой точке $y \in [a, b]$.

Итак,

$$C([a,b],R^2)\xrightarrow{\mathcal{A}}C([a,b],R^2).$$

Выясним теперь, при каких условиях оператор $\mathcal{A}$ будет сжимающим. Для этого определим расстояние между двумя элементами Ξ, как норму разности данных элементов, т.е. $\forall x, y \in \Xi = C([a,b], R^2)$, $\rho(x,y) = \|x-y\|_\Xi$. Данное определение уместно в силу нормированности пространства $C([a, b], \mathrm{R}^2)$. Имеем

$$\rho(\mathcal{A}\varphi_1, \mathcal{A}\varphi_2) = \|\mathcal{A}\varphi_1 - \mathcal{A}\varphi_2\|_\Xi =$$

$$= \left\| \lambda \int_a^b K(x,y)\varphi_1(x)dx - \lambda \int_a^b K(x,y)\varphi_2(x)dx \right\|_\Xi =$$

$$= \left\| \lambda \int_a^b K(x,y)(\varphi_1(x) - \varphi_2(x))dx \right\|_\Xi \le$$

$$\le |\lambda| M(b-a) \|\varphi_1(x) - \varphi_2(x)\|_\Xi = |\lambda| M(b-a)\rho(\varphi_1, \varphi_2).$$

Перепишем данное неравенство в следующем виде:

$$\rho(\mathcal{A}\varphi_1, \mathcal{A}\varphi_2) \le |\lambda| M(b-a)\rho(\varphi_1, \varphi_2), \qquad (14)$$

откуда видно, что при $|\lambda| < \dfrac{1}{M(b-a)}$ оператор $\mathcal{A}$ будет сжимающим.

Из принципа сжатых отображений заключаем, что для любого λ такого, что

$$|\lambda| M(b-a) < 1, \qquad (15)$$

уравнение Фредгольма в векторной форме (7) с непрерывным ядром $K(x, y)$ и непрерывным свободным членом $\psi(y)$ имеет единственное решение. С другой стороны, из уравнения (9) следует, что

$$|\lambda| M(b-a) < 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (b-a)\max_{x,y}\left(\left| \frac{a_{12}\Phi(x,y)}{a_{11}\int_a^b \Phi(x,y)dx} \right|, \left| \frac{b_{12}\Phi(x,y)}{b_{22}\int_a^b \Phi(x,y)dy} \right| \right) < 1. \qquad (15')$$

Последовательные приближения $\varphi_0(y), \ldots, \varphi_n(y), \ldots$ к этому решению определяются из соотношений

$$\varphi_{n+1}(y) = \lambda \int_a^b K(x,y)\varphi_n(x)dx + \psi(y), n = 0, 1, \ldots,$$

где в качестве $\varphi_0(y)$ можно взять любую непрерывную вектор-функцию на $[a, b]$. Данный итерационный процесс является сходящимся к некоторой функции, которая и будет являться решением уравнения (9).

Также можно найти решение, используя резольвенту ядра. Для этого приведём вспомогательные сведения.

Теорема 1. Пусть A – линейный ограниченный оператор, отображающий банахово пространство E в себя, и $\|A\| \le q < 1$. Тогда оператор $(I + A)$, где I – единичный оператор, имеет обратный линейный ограниченный оператор.

Доказательство теоремы можно найти, например в работе [6]. В результате получим, что $(I + A)^{-1}$ – линейный ограниченный оператор. При этом

$$(I + A)^{-1} = I - A + A^2 - A^3 + \ldots + (-1)^n A^n + \ldots \qquad (16)$$

Применим результат теоремы к интегральному уравнению (9). Положим

$$\mathcal{A}\varphi \equiv \lambda \int_a^b K(x,y)\varphi(x)dx.$$

Тогда уравнение (9) перепишем в виде

$$\varphi = \lambda\mathcal{A}\varphi + \psi \Leftrightarrow (I - \lambda\mathcal{A})\varphi = \psi. \qquad (17)$$

Используя приведённую теорему, получаем, что если $\lambda\|\mathcal{A}\| < 1$, то уравнение (9) имеет единственное решение, которое определяется равенством

$$\varphi = (I - \lambda\mathcal{A})^{-1}\psi = \psi + \lambda\mathcal{A}\psi + \lambda^2\mathcal{A}^2\psi +$$
$$+ \lambda^3\mathcal{A}^3\psi + \ldots + \lambda^n\mathcal{A}^n\psi + \ldots \qquad (18)$$

Полученный нами ряд называется *рядом Неймана.*

Выясним, при каких значениях λ ряд (18) сходится. Для этого рассмотрим неравенство $\lambda\|\mathcal{A}\| < 1$. Учитывая изложенный выше результат (8) оценки нормы ядра K, получим условие (15). Далее, будем считать, что выполняется условие (15) для λ. Выясним, что представляют в рассматриваем случае степени оператора A.

Имеем $\mathcal{A}^2\psi = \mathcal{A}(\mathcal{A}\psi) = \int_a^b K(t,s)\left[\int_a^b K(s,\tau)\psi(\tau)d\tau\right]ds =$

$$= \int_a^b \left[\int_a^b K(t,s)K(s,\tau)d\tau\right]\psi(\tau)ds.$$

Обозначим $\int_a^b K(t,s)K(s,\tau)\vec{h}ds = K_2(t,\tau)\vec{h}$, где вектор h является *пробным вектором* из $C([a,b], \mathrm{R}^2)$. Оператор $K_2(t, \tau)$ называется *повторным ядром, или второй итерацией ядра* $K(t, \mathbf{s})$.

Следовательно, $\mathcal{A}^2\psi \equiv \int_a^b K_2(x,y)\psi(x)dx$. Аналогично проделывая процедуру для произвольной степени оператора, имеем

$$\mathcal{A}^n\psi \equiv \int_a^b K_n(x,y)\psi(x)dx, \qquad (19)$$

где $K_n(x, y)$ – n-я итерация ядра $K(x, y)$, определяемая формулой $K_n(x,y)\vec{h} = \int_a^b K(x,\tau)K_{n-1}(\tau,y)\vec{h}d\tau$.

Заметим, что все итерированные ядра непрерывного ядра $K(x, y)$ также непрерывны.

Решение уравнения (7) запишем в следующем виде:

$$\varphi(y) = \psi(y) + \lambda\int_a^b K_1(x,y)\psi(x)dx + ... +$$

$$+\lambda^n\int_a^b K_n(x,y)\psi(x)dx + ... \qquad (20)$$

Причём, данный ряд сходится равномерно при выполнении условия

$$|\lambda|M(b-a) < 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (b-a)\max_{x,y}\left(\left|\frac{a_{12}\Phi(x,y)}{a_{11}\int_a^b\Phi(x,y)dx}\right|, \left|\frac{b_{12}\Phi(x,y)}{b_{22}\int_a^b\Phi(x,y)dy}\right|\right) < 1.$$

Запишем полученное решение в более компактной форме. Рассмотрим ряд

$$K_1(x,y) + \lambda K_2(x,y) + ... + \lambda^{n-1}K_n(x,y) + ... \quad (21)$$

Этот ряд также равномерно сходится при условии $|\lambda|M(b-a) < 1$.

Действительно, предположим, что $\left\|\vec{h}\right\|_\Xi = 1$, получим

$$\|K_2(x,y)\| \le \int_a^b \|K(x,\tau)\|\|K(\tau,y)\|d\tau \le M^2(b-a),$$

$\|K_3(x,y)\| \le \int_a^b \|K(x,\tau)\|\|K_2(\tau,y)\|d\tau \le M^3(b-a)^2$, и вообще,

$$\|K_n(x,y)\| \le \int_a^b \|K(x,\tau)\|\|K_{n-1}(\tau,y)\|d\tau \le M^n(b-a)^{n-1}.$$

Отсюда $\left\|\lambda^{n-1}K_n(x,y)\right\| \le \left|\lambda^{n-1}\right|M^n(b-a)^{n-1} = Mq^{n-1}$, где $q = |\lambda|M(b-a) < 1$.

Таким образом, члены ряда (21) по абсолютной величине не превосходят членов сходящегося числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} q^n$, откуда следует сходимость ряда (21). Введём новый оператор $R(x, y, \lambda)$:

$$R(x,y,\lambda) = K_1(x,y) + \lambda K_2(x,y) + ... + \lambda^{n-1}K_n(x,y) + ... \quad (22)$$

Умножим обе части на ψ и, интегрируя ряд почленно, получим

$$\varphi(x) = \psi(x) + \lambda\int_a^b R(x,y,\lambda)\psi(y)dy. \qquad (23)$$

В результате приведённых выкладок пришли к существованию решения задачи (5), при условии $(b-a)\max_{x,y}\left(\left|\frac{a_{12}\Phi(x,y)}{a_{11}\int_a^b\Phi(x,y)dx}\right|, \left|\frac{b_{12}\Phi(x,y)}{b_{22}\int_a^b\Phi(x,y)dy}\right|\right) < 1.$

Сформулируем данный результат в виде утверждения.

Утверждение 1. Решение задачи (5) при условиях (4) в концепции равновесия Нэша существует и единственно, если выполняются условия:

1. $a_{11}, b_{22} \le 0$.

2. $(b-a)\max_{x,y}\left(\left|\frac{a_{12}\Phi(x,y)}{a_{11}\int_a^b\Phi(x,y)dx}\right|, \left|\frac{b_{12}\Phi(x,y)}{b_{22}\int_a^b\Phi(x,y)dy}\right|\right) < 1.$

Литература

1. Гельфанд И.М. Вариационное исчисление / И.М. Гельфанд, С.В. Фомин. – М., 1961.
2. Гермейер Ю.Б. Введение в теорию исследования операций. – М., 1973.
3. Жариков А.В. О решении задачи управления в концепции теории игр при разной информированности игроков // Материалы девятой региональной конференции по математике «МАК–2006». – Барнаул, 2006.
4. Жариков А.В. О решении частной задачи управления в случае разной информированности субъектов / А.В. Жариков, А.В. Максимов // Известия АлтГУ. – 2006. – №4.
5. Колмогоров А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. – М., 1968.
6. Краснов М.Л. Интегральные уравнения. (Введение в теорию). – М., 1975.
7. Максимов А.В. Многопользовательские информационные системы: основы теории и методы исследования / А.В. Максимов, Н.М. Оскорбин. – Барнаул, 2005.
8. Оуэн Г. Теория игр. – М., 1971.
9. Петросян Л.А. Теория игр / Л.А. Петросян, Н.А. Зенкович, Е.А. Семина. – М., 1998.
10. Полянин А.Д. Справочник по интегральным уравнениям / А.Д. Полянин, А.В. Манжиров. – М., 2003.