УДК 621.372.82

*В.В. Щербинин*

# Метод физической оптики в задаче о поле излучения волновода с импедансным фланцем

**Введение.** Невыступающие волноводные излучатели в виде открытого конца волновода с фланцем получили широкое практическое применение в технике СВЧ. Это делает актуальной разработку методов расчета их электродинамических характеристик. Для волноводных антенн с идеально проводящим фланцем такие методы развиты достаточно хорошо, однако приближение идеально проводящего фланца в ряде случаев неприменимо. Учет конечной проводимости фланца может быть произведен с использованием модели импедансного фланца.

Важнейшая характеристика любой антенны – это диаграмма направленности излучения. Расчет характеристик поля излучения волновода с импедансным фланцем методом моментов произведен в работах [1, 2]. Однако метод моментов во-первых, не является универсальным и для каждой конфигурации волновода решение необходимо проводить заново; во-вторых объемы математических выкладок и численных расчетов при его использовании довольно велики, что не всегда удобно на практике. Представляется актуальной разработка более универсального приближенного метода расчета характеристик поля излучения волноводной антенны с импедансным фланцем.

**Постановка задачи.** Геометрия задачи изображена на рисунке 1. В координатной области $z < 0$ расположен невыступающий полубесконечный цилиндрический волновод произвольного поперечного сечения, ось которого совпадает с осью $z$. Стенки волновода являются идеально проводящими. Волновод заполнен однородным диэлектриком без потерь с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon$ и магнитной проницаемостью $\mu$.

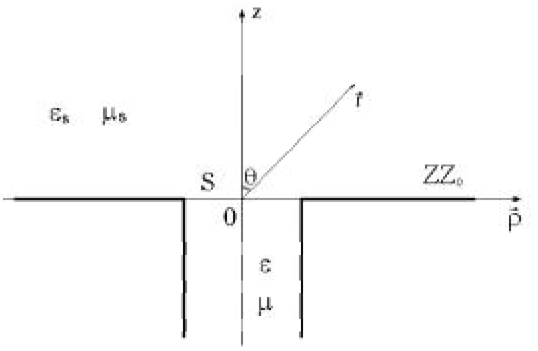


Рис. 1. Геометрия задачи

Раскрыв волновода $S$ расположен на бесконечном фланце в плоскости $z = 0$. Фланец характеризуется постоянным сторонним импедансом $ZZ_0$, где $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ – импеданс свободного пространства; $\varepsilon_0$ и $\mu_0$ – диэлектрическая и магнитная проницаемости свободного пространства соответственно.

Полупространство $z > 0$ заполнено однородным идеальным диэлектриком, характеризующимся диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_s$ и магнитной проницаемостью $\mu_s$.

Волновод возбуждается электромагнитной волной основного типа единичной амплитуды, набегающей на раскрыв $S$ вдоль оси $z$. Волновой процесс является гармоническим во времени с круговой частотой ω. Зависимость от времени определяется как $e^{-i\omega t}$. Решение задачи проводится в системе единиц СИ.

Требуется определить характеристики поля, излучаемого этой антенной в полупространство $z > 0$ – диаграмму направленности по полю для волн обеих поляризаций, а также мощность излучения антенны.

**Нахождение плотности потока энергии в дальней зоне.** Поля в верхнем полупространстве могут быть записаны с помощью двух скалярных компонент векторных электромагнитных потенциалов в форме интегралов Фурье:

$$A_z^{e,m}(\vec{\rho}, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} a^{e,m}(\vec{\xi}) e^{i\vec{\xi}\vec{\rho} + iW_s z} d\vec{\xi}, \qquad (1)$$

здесь $a^e(\vec{\xi})$ и $a^m(\vec{\xi})$ – неизвестные спектральные функции; $W_s = \sqrt{k_s^2 - \xi^2}$; $k_s = k_0\sqrt{\varepsilon_s \mu_s}$.

Решение поставленной задачи связано с удовлетворением в плоскости фланца $z = 0$ граничных условий сшивания касательных составляющих полей на раскрыве волновода и граничных условий импедансного типа вне раскрыва. В работе [1] предложено использовать граничные условия в виде линейной комбинации:

$$\begin{aligned} &\vec{E}_t(\vec{\rho}, +0) - ZZ_0 \vec{u} \times \vec{H}_t(\vec{\rho}, +0) = \vec{F}(\vec{\rho}), \ \forall \vec{\rho}; \\ &\vec{H}_t(\vec{\rho}, +0) = \vec{H}_t(\vec{\rho}, -0), \ \vec{\rho} \in S, \end{aligned} \qquad (2)$$

где $\vec{F}(\vec{\rho})$ – вспомогательная финитная функция вида:

$$0, \quad \vec{\rho} \in S;$$
$$\vec{E}_t(\vec{\rho},-0) - ZZ_0\vec{u} \times \vec{H}_t(\vec{\rho},-0), \vec{\rho} \notin S. \quad (3)$$

Использование формулы связи касательных компонент электромагнитного поля с компонентами векторных потенциалов и первого из граничных условий (2) позволяет выразить спектральные функции $a^{e,m}(\vec{\xi})$ через $f_\xi$ и $f_\psi$ – проекции фурье-трансформанты вспомогательной функции $\vec{F}(\vec{\rho})$ на оси полярной системы координат пространства волновых чисел $\{\xi,\psi\}$:

$$a^e(\vec{\xi}) = \frac{1}{Z_0}\frac{ik_s}{W_sZ_s + k_sZ}\frac{f_\xi(\vec{\xi})}{\xi};$$
$$a^m(\vec{\xi}) = -\frac{ik_sZ_s}{k_sZ_s + W_sZ}\frac{f_\psi(\vec{\xi})}{\xi}, \quad (4)$$

где $Z_s = \sqrt{\mu_s/\varepsilon_s}$ – импеданс диэлектрического заполнения полупространства $z > 0$, нормированный на импеданс свободного пространства $Z_0$.

Подставляя найденные спектральные функции в формулы (1), можно преобразовать выражения для $z$-компонент векторных потенциалов к виду:

$$A_z^e(\rho,\varphi,z) = \frac{ik_s}{(2\pi)^2 Z_0}\int_0^\infty\int_0^{2\pi}\frac{f_\xi(\xi,\psi)}{W_sZ_s + k_sZ}e^{i\xi\rho\cos(\psi-\varphi)+iW_sz}d\xi d\psi;$$
$$A_z^m(\rho,\varphi,z) = -\frac{ik_sZ_s}{(2\pi)^2}\int_0^\infty\int_0^{2\pi}\frac{f_\psi(\xi,\psi)}{k_sZ_s + W_sZ}e^{i\xi\rho\cos(\psi-\varphi)+iW_sz}d\xi d\psi. \quad (5)$$

Функции $f_\xi(\xi,\psi)$ и $f_\psi(\xi,\psi)$ являются периодическими по углу $\Psi$ и могут быть разложены в ряды следующим образом:

$$f_\xi(\xi,\psi) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} b_n^{(1)}(\xi)e^{in\psi}; \; b_n^{(1)}(\xi) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f_\xi(\xi,\psi)e^{-in\psi}d\psi;$$
$$f_\psi(\xi,\psi) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} b_n^{(2)}(\xi)e^{in\psi}; \; b_n^{(2)}(\xi) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f_\psi(\xi,\psi)e^{-in\psi}d\psi. \quad (6)$$

Подставляя эти разложения в уравнения (5) и используя свойства цилиндрических функций, можно преобразовать интегралы (5) к симметричным пределам:

$$A_z^e(\rho,\varphi,z) = \frac{\pi ik_s}{(2\pi)^2 Z_0}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} i^n e^{in\varphi}\int_{-\infty}^{+\infty} b_n^{(1)}(\xi)H_n^{(1)}(\xi\rho)\frac{e^{iW_sz}}{W_sZ_s + k_sZ}d\xi;$$
$$A_z^m(\rho,\varphi,z) = -\frac{\pi ik_sZ_s}{(2\pi)^2}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} i^n e^{in\varphi}\int_{-\infty}^{+\infty} b_n^{(2)}(\xi)H_n^{(1)}(\xi\rho)\frac{e^{iW_sz}}{k_sZ_s + W_sZ}d\xi. \quad (7)$$

Поскольку в рамках поставленной задачи интерес представляет только поле излучения в дальней зоне ($\rho \to \infty$), то функции Ханкеля можно заменить их асимптотическими представлениями. Сворачивая ряды по формулам (6), можно преобразовать выражения для скалярных компонент потенциалов к виду:

$$A_z^e(\rho,\varphi,z) = \frac{\pi ik_s}{(2\pi)^2 Z_0}e^{-\frac{i\pi}{4}}\sqrt{\frac{2}{\pi\rho}}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{f_\xi(\xi,\psi)}{W_sZ_s + k_sZ}e^{i\xi\rho+iW_sz}\frac{d\xi}{\sqrt{\xi}};$$
$$A_z^m(\rho,\varphi,z) = -\frac{\pi ik_sZ_s}{(2\pi)^2}e^{-\frac{i\pi}{4}}\sqrt{\frac{2}{\pi\rho}}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{f_\psi(\xi,\psi)}{W_sZ_s + k_sZ}e^{i\xi\rho+iW_sz}\frac{d\xi}{\sqrt{\xi}}. \quad (8)$$

Поскольку угловые зависимости поля излучения удобно рассматривать в сферической системе координат, необходимо в выражениях (8) перейти к ней, выполнив замену переменных $\xi = k_s\sin\alpha$; $W_s = k_s\cos\alpha$; $d\xi = k_s\cos\alpha\, d\alpha$. Применяя к оценке полученных интегралов метод перевала [4] и пренебрегая в дальней зоне слагаемыми малости выше $1/r$, можно найти компоненты поля в виде сферических волн. Для вертикальной поляризации ненулевой компонентой электрического поля является:

$$E_\theta^e = -\frac{ik_sZ_s}{2\pi}\frac{f_\xi(k_s\sin\theta,\varphi)}{Z_s\cos\theta + Z}\cos\theta\frac{e^{ik_sr}}{r}, \quad (9)$$

а для горизонтальной:

$$E_\varphi^e = -\frac{ik_sZ_s}{2\pi}\frac{f_\psi(k_s\sin\theta,\varphi)}{Z_s + Z\cos\theta}\cos\theta\frac{e^{ik_sr}}{r}. \quad (10)$$

Полученные выражения для компонент поля являются строгими и позволяют найти точное решение поставленной задачи в том случае, если известен вид функции $\vec{f}(\xi,\psi)$.

**Нахождение приближенного решения.** Как показано в работах [1, 4], нахождение явного вида функции $\vec{F}(\vec{\rho})$ представляет собой сложную са-

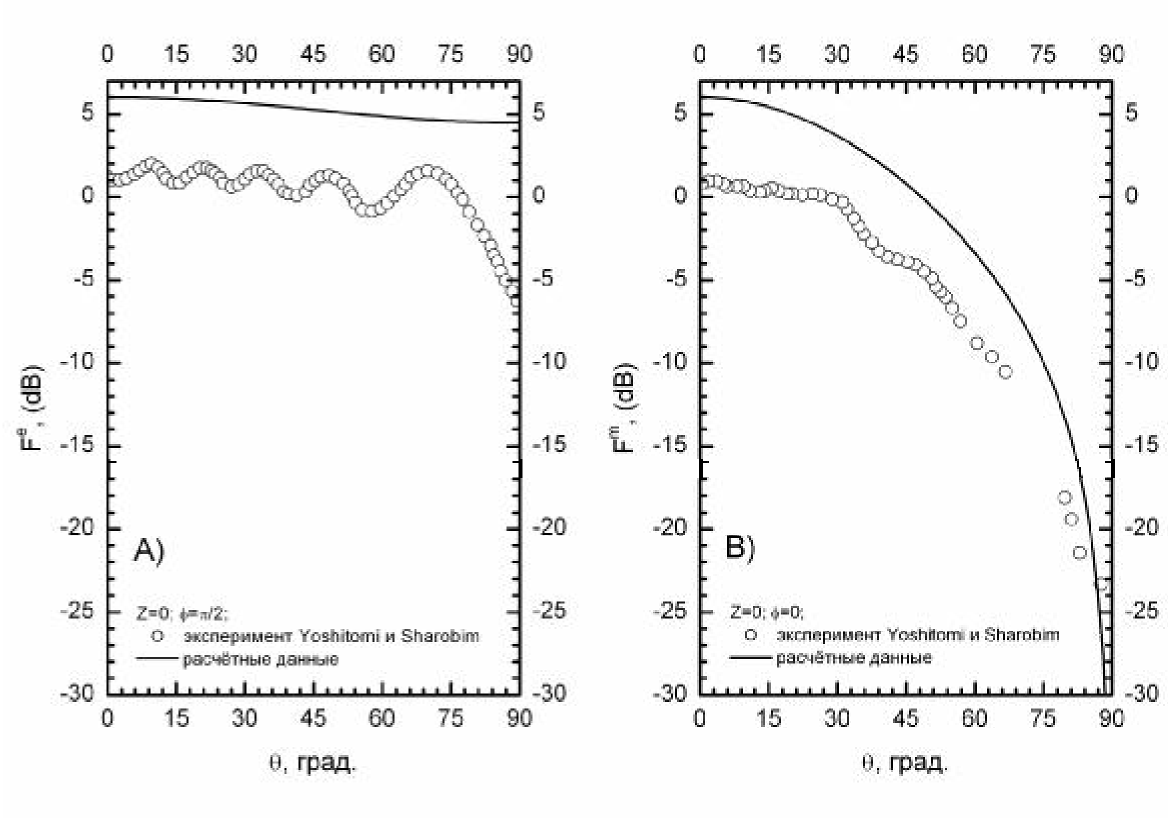


Рис. 2. Диаграмма направленности излучения прямоугольного волновода с идеально проводящим фланцем: *A* – вертикальная поляризация; *B* – горизонтальная поляризация

мостоятельную задачу, решение которой в замкнутой форме до настоящего времени не найдено. Это обстоятельство вынуждает использовать для нахождения вида функции различные приближенные методы.

Наиболее простым является приближение физической оптики. Это приближение состоит в пренебрежении дифракционными эффектами на границах волноводной апертуры. Функция $\vec{F}(\vec{\rho})$ в этом случае может быть приближенно задана в виде распределения касательных компонент электромагнитного поля в поперечном сечении бесконечного волновода. Поскольку возбуждение волновода производится волной основного типа, можно воспользоваться одномодовым приближением:

$$\vec{F}(\vec{\rho}) = A_0 \vec{\varphi}_0(\vec{\rho}). \qquad (11)$$

Здесь $\vec{\varphi}_0(\vec{\rho})$ – волновая функция основной моды; $A_0$ – неизвестная комплексная амплитуда, которая может быть найдена с помощью вариационного метода, развитого в работах [4, 5].

Таким образом, приближенные выражения для нахождения проекций функции $\vec{f}(\xi,\psi)$ на оси полярной системы координат пространства волновых чисел примут вид:

$$f_\xi(\xi,\psi) = A_0 \Phi_{0\xi}(\xi,\psi); \quad f_\psi(\xi,\psi) = A_0 \Phi_{0\psi}(\xi,\psi),$$

где $\vec{\Phi}_0(\xi,\psi)$ – фурье-трансформанта волновой функции $\vec{\varphi}_0(\vec{\rho})$.

Методическая погрешность полученного приближения может быть оценена только путем сравнения численных результатов с экспериментальными данными. Экспериментальные результаты для диаграммы направленности излучения прямоугольного волновода с идеально проводящим и импедансным фланцем опубликованы в работе [2].

Была составлена расчетная программа на алгоритмическом языке FORTRAN 95, вычисляющая функции направленности излучения вертикальной $F^e(\theta,\varphi)$ и горизонтальной $F^m(\theta,\varphi)$ поляризаций прямоугольного волновода с фланцем. Компоненты электрического поля в дальней зоне рассчитываются по формулам (9) и (10). Нормировка осуществляется на постоянное значение

$$E_0 = \left| ik_s \frac{\sqrt{ab}}{\pi^2} \frac{e^{ik_s r}}{r} \right|,$$

где $a$ и $b$ – ширина широкой и узкой стенок волновода соответственно.

Расчет значений комплексной амплитуды $A_0$ производился по формулам, заимствованным из

работы [5]. Размеры сторон волновода $a = 2.286$ см, $b = 1.016$ см. Волновод не имеет заполнения и излучает в свободное пространство.

Результаты расчетов для случая идеально проводящего фланца представлены на рисунках 2 и 3. Можно заметить, что предложенный метод дает завышенные (на 5 дБ) значения амплитуды поля, хотя форма диаграммы направленности практически соответствует экспериментально найденной. Осцилляции экспериментальной зависимости, хорошо заметные на рисунках, объясняются конечными размерами фланца в реальном эксперименте.

Для импедансного фланца результаты сравнения предложенного теоретического метода с экспериментальными данными работы [2] в целом аналогичны, только расхождение несколько меньше и не превышает 2 дБ.

Таким образом, можно сделать вывод, что предложенный метод может быть использован для расчета диаграммы направленности одиночного волновода с импедансным фланцем в случае нормировки на амплитуду поля в направлении максимума излучения. Расчет мощности излучения требует использования либо более строгих методов расчета, либо многомодового приближения.

## Литература

1. Комаров С.А. Излучение из полубесконечного волновода с импедансным фланцем // Известия вузов. Радиоэлектроника. 1976. Т. 16.

2. Yoshitomi K. Radiation from a rectangular waveguide with a lossy flange / K. Yoshitomi, H.R. Sharobim // IEEE Transaction on Antennas and Propagation. 1994. Vol. 42, №10.

3. Комаров С.А. Вариационный принцип в задачах излучения из полубесконечного волновода с импедансным фланцем // Известия вузов. Радиоэлектроника. 1985. Т. 28, №3.

4. Федорюк М.В. Метод перевала. М., 1977.

5. Комаров С.А. Входной адмитанс волновода с импедансным фланцем при излучении в плоскослоистую среду / С.А. Комаров, В.В. Щербинин // Известия АГУ. 1997. №1.