УДК 537.8.029.6;621.37.029.6

С.А. Комаров, Ю.И. Лукин Учет влияния элементов волноводного тракта при измерениях диэлектрической проницаемости^{*}

Методы микроволнового зондирования приповерхностных слоев почвы основаны на знании ее диэлектрических характеристик [1]. Для восстановления физических параметров требуется изучить зависимость между комплексной диэлектрической проницаемостью почвы и искомыми параметрами. Наличие воды в почве определяет ее дисперсные свойства, поэтому целесообразно рассматривать в процессе изучения не конкретные частоты, а целый частотный диапазон. Для этого необходимо разрабатывать методики, позволяющие изучать частотную зависимость комплексной диэлектрической проницаемости образцов почвы. Наиболее современными и перспективными являются методы измерения, в основе которых лежит использование векторных анализаторов - приборов, позволяющих в широких частотных диапазонах с высокой точностью и малыми временными затратами на проведение эксперимента измерять частотную зависимость рассеивающих характеристик СВЧ-устройств. В настоящее время ведутся работы по совершенствованию методик измерений комплексной диэлектрической проницаемости влажных почвогрунтов с использованием векторных анализаторов [2].

Цель данной работы — развитие алгоритма восстановления комплексной диэлектрической проницаемости почвогрунтов из измеренных характеристик рассеяния волноводного контейнера в широком диапазоне частот, заполненного исследуемым веществом.

Описание измерительной установки. На рисунке 1 изображена блок-схема экспериментальной установки для измерений параметров рассеяния волноводного тракта, подключенного к входным портам векторного анализатора *A*.

Установка такого типа позволяет определить комплексные элементы S-параметров, которые связывают следующим соотношением напряженности электрического поля на входе порта 1 (E_{1}^{+}, E_{2}^{-}) и на входе порта 2 (E_{2}^{+}, E_{2}^{-}):

$$\begin{cases} E_1^- = E_1^+ S_{11} + E_N^- S_{21}, \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_N^+ = E_1^+ S_{12} + E_N^- S_{22}. \end{cases}$$
(1)

со знаком «плюс» указана напряженность электрического поля для волны, падающей со сторо-



Рис. 1. Блок-схема измерительной установки

ны порта 1, со знаком «минус» – для волны, падающей со стороны порта 2.

Образцы грунта помещаются в контейнер *К*, которым служит отрезок коаксиального волновода. Для уменьшения потерь контейнер имеет серебряное покрытие. Предполагается работа такой установки в частотном диапазоне измерений от 500 до 4000 МГц. Элементы волноводного тракта имеют волновое сопротивление 50 Ом. Для согласования контейнера с трактом векторного анализатора используются переходные устройства. Конструкция измерительного устройства обеспечивает реализацию одномодового режима волны основного типа ТЕМ и подавление высших мод.

Восстановление комплексной диэлектрической проницаемости из S-параметров. Предполагаем, что в измерительной линии распространяется волна вида $e^{-\gamma z}$, где γ – коэффициент распространения для ТЕМ волны, который выражается согласно формуле

$$\gamma = j(\omega/c_0)\sqrt{\varepsilon} , \qquad (2)$$

где *є* – величина комплексной диэлектрической проницаемости заполнения линии.

За основу метода восстановления величины комплексной диэлектрической проницаемости из измеренных *S*-параметров выбран метод, рассмотренный в [2] и [3], который представляет собой записанные в матричном виде соотношения для линии передачи. Особенность этого метода в том, что происходит учет параметров рассеяния переходов, в противном случае может быть внесена значительная погрешность в результат восстановления *ε*. Авторы статьи [3] предлагают учесть влияние переходов в экспе-

^{*} Работа выполнена в рамках научной тематики лаборатории радиофизики дистанционного зондирования Института физики СО РАН (г. Красноярск).

рименте путем разбиения области переходов на однородные подобласти, для каждой из которых считаются известными геометрические размеры и комплексная диэлектрическая проницаемость. Выражение напряженности электрического поля на входе порта 1 относительно поля на входе порта 2 записывается следующим образом:

 $E_1 = LPRE_N,$ (3) где

$$E_1 = \begin{bmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{bmatrix}, \ E_N = \begin{bmatrix} E_N^+ \\ E_N^- \end{bmatrix},$$

N – число разбиений на слои.

$$P = M_p^R (M_p^L)^{-1}, (4)$$

$$L = (M_1^L)^{-1} \begin{bmatrix} \prod_{n=2}^{n=p-1} M_n^R (M_n^L)^{-1} \\ \prod_{n=2}^{n=p-1} M_n^R (M_n^L)^{-1} \end{bmatrix},$$
(5)

$$R = \begin{bmatrix} n = N - 1 \\ \Pi \\ n = p + 1 \end{bmatrix} M_n^R (M_n^L)^{-1} \end{bmatrix} M_N^R,$$
(6)

индекс *п* указывает на позицию области разбиения, индекс *p* определяет номер позиции области, соответствующей контейнеру, M_n^R и M_n^L – матрицы, которые вычисляются по следующим формулам:

$$M_{n}^{L} = \begin{bmatrix} e^{-\gamma_{n}d_{n}} & 1\\ \frac{1}{Z_{n}}e^{-\gamma_{n}d_{n}} & -\frac{1}{Z_{n}} \end{bmatrix},$$
$$M_{n}^{R} = \begin{bmatrix} I & e^{-\gamma_{n}d_{n}}\\ \frac{I}{Z_{n}} & -\frac{I}{Z_{n}}e^{-\gamma_{n}d_{n}} \end{bmatrix}.$$
(7)

где $Z_{\scriptscriptstyle n}$ – волновое сопротивление, которое для коаксиального волновода определяется по формуле:

$$Z_n = \frac{Z_0}{\sqrt{\varepsilon}}, \ Z_0 = \frac{\ln(a/b)}{2\pi}$$

Из формулы (3) для волны, падающей из порта 1 векторного анализатора, запишем выражение:

$$\begin{bmatrix} 1\\S_{11} \end{bmatrix} = LPR \begin{bmatrix} S_{12}\\0 \end{bmatrix}.$$
 (8)

Для волны, падающей из порта 2, выражение запишется в следующем виде:

$$\begin{bmatrix} 0\\S_{21} \end{bmatrix} = LPR \begin{bmatrix} S_{22}\\1 \end{bmatrix}.$$
 (9)

Далее предлагается рассчитать матрицы L и R по формулам (5) и (6), затем скорректировать параметры переходов, входящие в формулы по методу калибровки, описанному в [3]. Комплексная диэлектрическая проницаемость образца вычисляется из элементов матрицы P, которые находятся путем решения уравнения (8) или (9) относительно *P*. Такой подход не всегда применим на практике, так как требует знания и учета в расчетах конструкции и точных значений параметров переходов. Это возможно лишь при небольшом их количестве и в простых конструкциях. Поэтому в данной работе предложен другой метод учета влияния переходов в эксперименте, он изложен ниже.

Методика калибровки измерительной секции. Из формул (8, 9) можно получить выражение для элементов матрицы

$$T = LPR \tag{10}$$

через S-параметры:

$$T = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{pmatrix},$$

$$t_{11} = \frac{1}{S_{12}}, \ t_{12} = -\frac{S_{22}}{S_{12}},$$

$$t_{21} = \frac{S_{11}}{S_{12}}, \ t_{22} = \frac{S_{12}S_{21} - S_{11}S_{22}}{S_{12}}.$$
(11)

Матрицы L и R зависят только от конструкции переходов и определяют их влияние в измерительном тракте. Чтобы определить эти матрицы, необходимо провести измерение S-параметров измерительной секции с известным заполнением контейнера, затем вычислить матрицы P и T и решить уравнение (10) относительно L и R. Это позволит восстановить комплексную диэлектрическую проницаемость из эксперимента с исследуемым веществом из решения уравнения (10) относительно P с известными матрицами R и L.

Нетрудно видеть, что решение (10) относительно L и R приводит к незамкнутой системе нелинейных алгебраических уравнений. Расписывая систему (10) покомпонентно с учетом

$$L = \begin{pmatrix} l_{11} & l_{12} \\ l_{21} & l_{22} \end{pmatrix}, \ R = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{pmatrix},$$
(12)

получим:

$$\begin{cases} l_{11}p_{11}r_{11} + l_{12}p_{21}r_{11} + l_{11}p_{12}r_{21} + l_{12}p_{22}r_{21} = t_{11}, \\ l_{11}p_{11}r_{12} + l_{12}p_{21}r_{12} + l_{11}p_{12}r_{22} + l_{12}p_{22}r_{22} = t_{12}, \\ l_{21}p_{11}r_{11} + l_{22}p_{21}r_{11} + l_{21}p_{12}r_{21} + l_{22}p_{22}r_{21} = t_{21}, \\ l_{21}p_{11}r_{12} + l_{22}p_{21}r_{12} + l_{21}p_{12}r_{22} + l_{22}p_{22}r_{22} = t_{22}. \end{cases}$$

$$(13)$$

В системе (13) видно, что коэффициент при p_{ii} в [(r-1)2+s]-м уравнении равен

$$l_{ri}r_{js} = g_{lm}$$
, (14)
rme $l = (r-1)2 + s$, $m = (i-1)2 + j$.

Таким образом, ясно, что для нахождения матрицы Р нет необходимости решать (13) относительно компонент L и R, достаточно решить систему относительно комбинаций $l_{ri}r_{js}$, т.е. найти g_{lm} , при этом (13) сведется к линейной системе. В литературе выражение (14) называется прямым произведением матриц [4] и записывается следующим образом: $G = L \otimes R$.

где G – матрица, составленная из элементов g_{lm} .

Уравнения (13) можно переписать в следующем виде:

GP = T, (15)где *P* и *T* записываются в виде матриц-столбцов:

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} \\ p_{21} \\ p_{12} \\ p_{22} \end{pmatrix}, \ T = \begin{pmatrix} t_{11} \\ t_{12} \\ t_{21} \\ t_{22} \end{pmatrix}.$$
(16)

Система (15) является линейной алгебраической системой относительно G из четырех уравнений с 16 неизвестными.

Если расписать матрицу Р по формуле (4), получим:

$$P = \begin{pmatrix} \frac{e^{\gamma p d p} + e^{-\gamma p d p}}{2} & Z_p \frac{e^{\gamma p d p} - e^{-\gamma p d p}}{2} \\ \frac{1}{Z_p} \frac{e^{\gamma p d p} - e^{-\gamma p d p}}{2} & \frac{e^{\gamma p d p} + e^{-\gamma p d p}}{2} \end{pmatrix}.$$
 (17)

Из (17) видно, что $p_{11} = p_{22}$, поэтому в (15) можно объединить коэффициенты при $p_{_{11}}$ и $p_{_{22}}$ и преобразовать систему (15) в систему уравнений третьего порядка относительно G с 9 неизвестными.

Чтобы дополнить преобразованную систему (15), можно провести дополнительные измерения с известным заполнением контейнера. Для составления замкнутой системы требуются три измерения, в результате чего получим

$$GP_i = T_i, (18)$$

где *i* = 1..3.

Систему (18) можно переписать в виде:

$$G\widetilde{P} = \widetilde{T}$$
, (19)

где
$$\widetilde{P} = \begin{pmatrix} p_{11}^1 & p_{11}^2 & p_{11}^3 \\ p_{21}^1 & p_{21}^2 & p_{21}^3 \\ p_{12}^1 & p_{12}^2 & p_{12}^3 \end{pmatrix}, \ \widetilde{T} = \begin{pmatrix} t_{11}^1 & t_{11}^2 & t_{11}^3 \\ t_{12}^1 & t_{12}^2 & t_{12}^3 \\ t_{21}^1 & t_{21}^2 & t_{21}^3 \end{pmatrix}.$$

Система (18) имеет единственное решение, если определители матриц \widetilde{P} и \widetilde{T} не равны

нулю. Такое возможно в том случае, если контейнеры имеют различную длину и, по крайней мере, один эксперимент проводится с заполнением, которое имеет диэлектрические свойства, отличные от предыдущих экспериментов.

Определитель матрицы \tilde{P} имеет следующий вил:

$$\det(\widetilde{P}) = \left(\frac{Z'}{Z} - \frac{Z}{Z'}\right) \left[X^1 Y^2 Y^3 - X^2 Y^1 Y^3 + X^3 Y^1 Y^2\right], (20)$$

где
$$X^n = \frac{e^{\gamma p d p} + e^{-\gamma p d p}}{2}, \quad Y^n = \frac{e^{\gamma p d p} - e^{-\gamma p d p}}{2}$$

для *п*-того измерения.

Требуется выбрать такое заполнение контейнера, чтобы

$$\left(\frac{Z'}{Z} - \frac{Z}{Z'}\right) \neq 0, \tag{21}$$

кроме того, накладывается ограничение на ε образца и длину контейнера, обусловленное неравенством:

$$\left[X^{1}Y^{2}Y^{3} - X^{2}Y^{1}Y^{3} + X^{3}Y^{1}Y^{2}\right] \neq 0.$$
 (22)

Если условия (21) и (22) выполняются, то можно найти матрицу G:

$$G = \widetilde{T}\left(\widetilde{P}\right)^{-1}.$$
(23)

Восстановление комплексной диэлектрической проницаемости образца. Будем использовать уравнение (15) и поставим задачу нахождения неизвестного ε заполнения контейнера. Пусть матрица G определена с помощью калибровочной процедуры, описанной в п. 3, а матрица Т вычисляется по формулам (11) через измеренные *S*-параметры:

$$P = G^{-l}T {.} (24)$$

Используя формулу (17), находим коэффициент распространения волны:

$$\gamma_p = \frac{\operatorname{arch}(p_{11})}{d_p}.$$
(25)

После этого комплексная диэлектрическая проницаемость заполнения образца выражается по формуле:

$$\sqrt{\varepsilon} = \frac{c_0 \gamma_p}{j\omega}.$$
(26)

Выводы. Разработан метод калибровки лабораторной установки, предназначенной для измерений комплексной диэлектрической проницаемости дисперсных сред в микроволновом диапазоне. Используя метод матриц распространения, производится учет влияния в СВЧ-тракте рассеивающих характеристик переходов контейнера при решении задачи восстановления комплексной диэлектрической проницаемости вещества. Данный метод позволяет использовать переходы произвольной конструкции. Единственным ограничением является выполнение в тракте одномодового режима и согласование волновых сопротивлений элементов линии передачи. При реализации подхода в широком диапазоне частот возможно появление неоднозначности решения на некоторых частотах. В таком случае требуется вводить дополнительные условия, ограничивающие область допустимых решений. Эту трудность следует также учитывать при проектировании контейнеров и выборе их геометрических размеров.

Подход предполагается использовать при измерениях частотной зависимости вещественной и мнимой частей диэлектрической проницаемости влажных грунтов в дециметровом и сантиметровом диапазонах.

Литература

1. Комаров С.А. Микроволновое зондирование почв / С.А. Комаров, В.Л. Миронов. Новосибирск, 2000.

2. Ainhoa G. Slob Comparison of the Different Reconstruction Techniques of Permittivity From S-Parameters / G. Ainhoa, Gorriti, C. Evert // IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. 2005. Vol. 43. №9. 3. Ainhoa G. Gorriti, Evert C. Slob A New Tool for Accurate S-Parameters Measurements and Permittivity Reconstruction / G. Ainhoa, Gorriti, C. Evert // IEEE Trans. Geosci. Remote Sens. 2005.Vol. 43. №8.

4. Ланкастер П. Теория матриц. М., 1973.