

УДК 537.8

А.В. Устюжанова

Применение метода дискретных источников к задачам дифракции на диэлектрическом объекте в полупространстве

Решение проблем, связанных с распространением электромагнитных волн, имеет большое практическое значение. В частности, широкое развитие получили задачи электромагнитной дифракции на локализованных неоднородностях в диэлектрическом полупространстве, представляющие интерес в связи с проблемами обнаружения и идентификации объектов, расположенных под поверхностью земли. Математическая постановка таких задач включает в себя уравнения Максвелла и условия сшивания тангенциальных компонент поля на границах раздела. При получении решения большое значение имеет информация о характеристиках рассеяния от подповерхностного объекта. Данная информация требуется для выявления характерных признаков, с помощью которых можно было бы судить о диэлектрических параметрах объекта, о его геометрии и глубине залегания. Один из эффективных способов численного решения задач электромагнитной дифракции – это метод дискретных источников, теоретические основы которого были развиты в [1]. В работе [2] рассматривается постановка задачи электромагнитной дифракции

в полупространстве, но решение получено только для тел вращения. Решение методом дискретных источников задачи дифракции на трехмерном теле произвольной формы, не обладающем осевой симметрией, разработано и обосновано в работе [3]. Но при этом наличие полупространства не рассматривалось. В настоящей статье предлагается применить метод дискретных источников [3] к задачам дифракции на телах произвольной формы в полупространстве.

1. Постановка задачи. Геометрия задачи в декартовой системе координат $Oxyz$ изображена на рисунке 1. Область $z > 0$ представляет собой свободное полупространство, диэлектрическая проницаемость которого равна ϵ_0 . Полупространство $z < 0$ является диэлектрическим, его свойства характеризуются комплексной диэлектрической проницаемостью $\epsilon_1 = (\epsilon'_1 + i\sigma_1/\omega)/\epsilon_0$. Граница раздела полупространств – плоскость $z = 0$. В полупространстве $z < 0$ на расстоянии d от плоскости $z = 0$ расположено диэлектрическое тело с гладкой поверхностью S , диэлектрическая про-

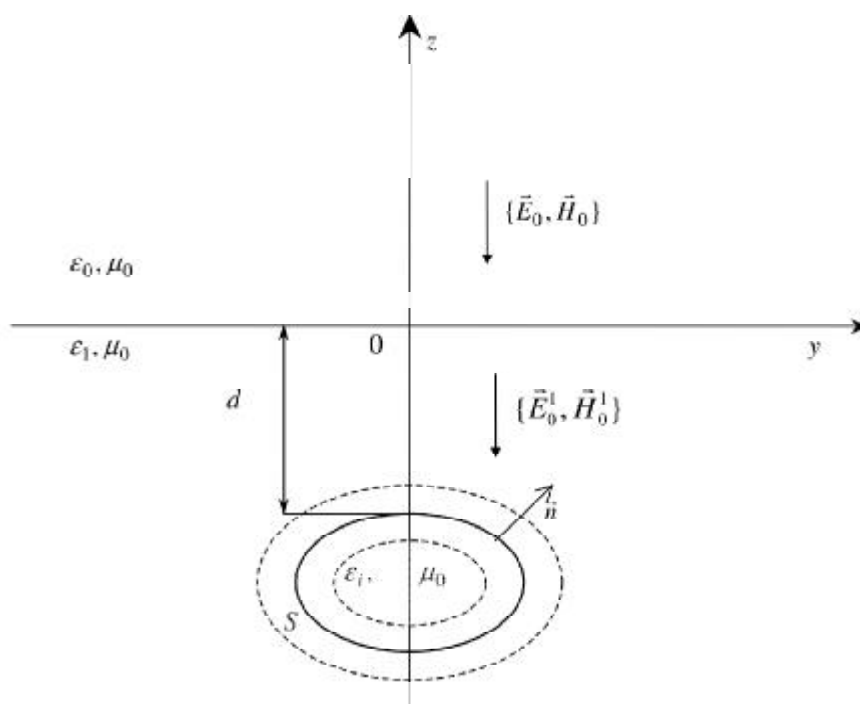


Рис. 1. Геометрия задачи

нищаемость тела равна $\varepsilon_i = (\varepsilon_i' + i\sigma_i / \omega) / \varepsilon_0$. Предполагаем, что рассмотренные области не обладают магнитными свойствами, т.е. для всех областей магнитная проницаемость равна μ_0 . Электромагнитное поле является гармоническим, зависимость от времени выбрана в виде $e^{-i\omega t}$.

На плоскость раздела полупространств $z = 0$ падает первичная линейно поляризованная плоская волна, распространяющаяся вдоль оси z ,

$$\vec{E}_0 = \vec{e}_x \exp\{-ik_0 z\}, \vec{H}_0 = -\vec{e}_y \exp\{-ik_0 z\} / \zeta_0,$$

где $k_0 = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = 2\pi/\lambda$ – волновое число свободного полупространства $z > 0$; $\zeta_0 = \sqrt{\mu_0 / \varepsilon_0} = 120\pi \text{ Ом}$ – волновое сопротивление вакуума.

Плоская волна, прошедшая в диэлектрическое полупространство $z < 0$, с учетом отражения от границы раздела, имеет следующий вид

$$\vec{E}_1^0 = T \vec{e}_x \exp\{-ik_1 z\}, \vec{H}_1^0 = -T \vec{e}_y \exp\{-ik_1 z\} / \zeta_1, \quad (1)$$

где $T = \frac{2\zeta_1}{\zeta_1 + \zeta_0}$ – коэффициент прохождения

плоской волны; $k_1 = \omega\sqrt{\varepsilon_1\mu_0}$ – волновое число в полупространстве $z < 0$; $\zeta_1 = \sqrt{\mu_0 / \varepsilon_1}$ – волновое сопротивление полупространства $z < 0$.

Следовательно, на поверхность диэлектрического тела, расположенного в полупространстве $z < 0$, падает электромагнитное поле $\{\vec{E}_1^0, \vec{H}_1^0\}$. В полупространстве $z < 0$ вне и внутри диэлектрического тела выполняются уравнения Максвелла для вторичных полей $\{\vec{E}_1, \vec{H}_1\}$ [4]

$$\text{rot}\vec{E}_1 = i\omega\mu_0\vec{H}_1, \text{rot}\vec{H}_1 = -i\omega\varepsilon_1\vec{E}_1, \quad (2)$$

$$\text{rot}\vec{E}_i = i\omega\mu_0\vec{H}_i, \text{rot}\vec{H}_i = -i\omega\varepsilon_i\vec{E}_i. \quad (3)$$

Здесь индекс 1 соответствует полупространству $z < 0$ вне тела, а индекс i – диэлектрическому телу.

На поверхности диэлектрического тела S должны выполняться условия непрерывности тангенциальных компонент

$$\vec{n} \times (\vec{E}_i - \vec{E}_1) = \vec{n} \times \vec{E}_1^0, \vec{n} \times (\vec{H}_i - \vec{H}_1) = \vec{n} \times \vec{H}_1^0, \quad (4)$$

где \vec{n} – вектор внешней нормали к поверхности тела S .

В разделе 2 представлено решение поставленной задачи при следующих предположениях. Полупространство $z < 0$ представляет собой поглощающую среду. Глубина залегания подпо-

верхностного объекта достаточно велика, чтобы можно пренебречь влиянием переотраженных волн.

2. Численное решение. Для решения поставленной задачи будем использовать метод дискретных источников, подробно описанный в [3]. Вводятся две вспомогательные поверхности, подобные поверхности S : S_e – внутри тела и S_i – вне его с коэффициентами подобия K_e и K_i соответственно. На этих поверхностях выбираются множества дискретных источников $\{M_{n,e}\}$ и $\{M_{n,i}\}$, N_e – количество источников на внутренней поверхности, N_i – на внешней поверхности.

Приближенное решение представляет собой линейную комбинацию полей электрических и магнитных диполей, расположенных на вспомогательных поверхностях. Рассеянные поля вне и внутри тела будут иметь вид соответственно

$$\vec{E}_1(M) = \frac{i\omega}{k_1^2} \sum_{n=1}^{N_e} \text{rot} \text{rot} \left(\frac{e^{ik_1 R_{MM_{n,e}}}}{4\pi R_{MM_{n,e}}} \vec{p}_\tau^{n,e} \right),$$

$$\vec{H}_1(M) = \frac{1}{\mu_0} \sum_{n=1}^{N_e} \text{rot} \left(\frac{e^{ik_1 R_{MM_{n,e}}}}{4\pi R_{MM_{n,e}}} \vec{p}_\tau^{n,e} \right), \quad (5)$$

$$\vec{E}_i(M) = \frac{i\omega}{k_i^2} \sum_{n=1}^{N_i} \text{rot} \text{rot} \left(\frac{e^{ik_i R_{MM_{n,i}}}}{4\pi R_{MM_{n,i}}} \vec{p}_\tau^{n,i} \right),$$

$$\vec{H}_i(M) = \frac{1}{\mu_0} \sum_{n=1}^{N_i} \text{rot} \left(\frac{e^{ik_i R_{MM_{n,i}}}}{4\pi R_{MM_{n,i}}} \vec{p}_\tau^{n,i} \right), \quad (6)$$

$$\vec{p}_\tau^{n,e} = p_{\tau_1}^{n,e} \vec{e}_{\tau_1}^{n,e} + p_{\tau_2}^{n,e} \vec{e}_{\tau_2}^{n,e}, \vec{p}_\tau^{n,i} = p_{\tau_1}^{n,i} \vec{e}_{\tau_1}^{n,i} + p_{\tau_2}^{n,i} \vec{e}_{\tau_2}^{n,i},$$

$$k_1 = \omega\sqrt{\varepsilon_1\mu_0}, k_i = \omega\sqrt{\varepsilon_i\mu_0},$$

где $p_{\tau_1}^{n,e}$, $p_{\tau_2}^{n,e}$ и $p_{\tau_1}^{n,i}$, $p_{\tau_2}^{n,i}$ – неизвестные комплексные компоненты дипольных моментов вдоль тангенциальных направлений $\vec{e}_{\tau_1}^{n,e}$, $\vec{e}_{\tau_2}^{n,e}$ и

$\vec{e}_{\tau_1}^{n,i}$, $\vec{e}_{\tau_2}^{n,i}$ на S_e и S_i соответственно; $\frac{e^{ikR}}{4\pi R}$ функ-

ция Грина в безграничном пространстве; R – расстояние между точкой наблюдения и дискретным источником.

Приближенное решение, построенное таким образом, автоматически удовлетворяет уравнениям Максвелла (2)–(3). Задача состоит в нахождении неизвестных амплитуд диполей $p_{\tau_1}^{n,e}$, $p_{\tau_2}^{n,e}$,

$P_{\tau_1}^{n,i}, P_{\tau_2}^{n,i}$. Для этого используем граничные условия (4). На поверхности S выберем множество точек коллокаций с координатами $x_j, y_j, z_j, j = 1, \dots, L$, L – количество точек коллокаций. Тогда из (4) получаем систему алгебраических уравнений размерности $4L \times 2(N_e + N_i)$:

$$\begin{aligned} E_{i,\tau_1}^j - E_{1,\tau_1}^j &= E_{1,\tau_1}^{0,j}, & E_{i,\tau_2}^j - E_{1,\tau_2}^j &= E_{1,\tau_2}^{0,j}, \\ H_{i,\tau_1}^j - H_{1,\tau_1}^j &= H_{1,\tau_1}^{0,j}, & H_{i,\tau_2}^j - H_{1,\tau_2}^j &= H_{1,\tau_2}^{0,j}, \end{aligned} \quad (7)$$

где $j = 1, \dots, L$. Здесь $E_{i,\tau_1}^j, E_{1,\tau_1}^j, H_{i,\tau_1}^j, H_{1,\tau_1}^j$ и $E_{i,\tau_2}^j, H_{i,\tau_2}^j, H_{1,\tau_2}^j$ – электрические и магнитные компоненты внутреннего и внешнего полей вдоль направлений $\bar{e}_{\tau_1}^j, \bar{e}_{\tau_2}^j$, касательных к поверхности S в точке коллокаций; $E_{1,\tau_1}^{0,j}, H_{1,\tau_1}^{0,j}$ и $E_{1,\tau_2}^{0,j}, H_{1,\tau_2}^{0,j}$ – компоненты падающего поля в этой же точке.

Преобразуем систему (7). Обозначим через $\cos \alpha_1^j, \cos \beta_1^j, \cos \gamma_1^j$ и $\cos \alpha_2^j, \cos \beta_2^j, \cos \gamma_2^j$ – направляющие косинусы тангенциальных направлений $\bar{e}_{\tau_1}^j$ и $\bar{e}_{\tau_2}^j$. Тогда векторы $\bar{e}_{\tau_1}^j, \bar{e}_{\tau_2}^j$ запишутся в виде

$$\begin{aligned} \bar{e}_{\tau_1}^j &= \cos \alpha_1^j \bar{e}_x + \cos \beta_1^j \bar{e}_y + \cos \gamma_1^j \bar{e}_z, \\ \bar{e}_{\tau_2}^j &= \cos \alpha_2^j \bar{e}_x + \cos \beta_2^j \bar{e}_y + \cos \gamma_2^j \bar{e}_z. \end{aligned}$$

где $\bar{e}_x, \bar{e}_y, \bar{e}_z$ – орты декартовой системы координат $Oxyz$. Аналогично для векторов $\bar{e}_{\tau_1}^{n,e}, \bar{e}_{\tau_2}^{n,e}$, $\bar{e}_{\tau_1}^{n,i}$ и $\bar{e}_{\tau_2}^{n,i}$. Выполняя дифференциальные операции в выражениях (5)–(6), получим выражения для тангенциальных компонент полей на поверхности диэлектрического тела S в точках коллокаций:

$$\begin{aligned} E_{1,\tau_1}^j &= \sum_{n=1}^{N_e} (S_{jn,e}^{11} P_{\tau_1}^{n,e} + S_{jn,e}^{12} P_{\tau_2}^{n,e}), \\ E_{1,\tau_2}^j &= \sum_{n=1}^{N_e} (S_{jn,e}^{21} P_{\tau_1}^{n,e} + S_{jn,e}^{22} P_{\tau_2}^{n,e}), \\ H_{1,\tau_1}^j &= \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_0}} \sum_{n=1}^{N_e} (T_{jn,e}^{11} P_{\tau_1}^{n,e} + T_{jn,e}^{12} P_{\tau_2}^{n,e}), \\ H_{1,\tau_2}^j &= \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_0}} \sum_{n=1}^{N_e} (T_{jn,e}^{21} P_{\tau_1}^{n,e} + T_{jn,e}^{22} P_{\tau_2}^{n,e}), \end{aligned}$$

$$E_{i,\tau_1}^j = \sum_{n=1}^{N_i} (S_{jn,i}^{11} P_{\tau_1}^{n,i} + S_{jn,i}^{12} P_{\tau_2}^{n,i}),$$

$$E_{i,\tau_2}^j = \sum_{n=1}^{N_i} (S_{jn,i}^{21} P_{\tau_1}^{n,i} + S_{jn,i}^{22} P_{\tau_2}^{n,i}),$$

$$H_{i,\tau_1}^j = \sqrt{\frac{\epsilon_i}{\mu_0}} \sum_{n=1}^{N_i} (T_{jn,i}^{11} P_{\tau_1}^{n,i} + T_{jn,i}^{12} P_{\tau_2}^{n,i}),$$

$$H_{i,\tau_2}^j = \sqrt{\frac{\epsilon_i}{\mu_0}} \sum_{n=1}^{N_i} (T_{jn,i}^{21} P_{\tau_1}^{n,i} + T_{jn,i}^{22} P_{\tau_2}^{n,i}).$$

Выражения для $S_{jn,e}^{11}, S_{jn,e}^{12}, S_{jn,e}^{21}, S_{jn,e}^{22}, T_{jn,e}^{11}, T_{jn,e}^{12}, T_{jn,e}^{21}, T_{jn,e}^{22}$ и $S_{jn,i}^{11}, S_{jn,i}^{12}, S_{jn,i}^{21}, S_{jn,i}^{22}, T_{jn,i}^{11}, T_{jn,i}^{12}, T_{jn,i}^{21}, T_{jn,i}^{22}$ введены в [3]. Таким образом, из системы (7) получаем следующую систему алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} &\sum_{n=1}^{N_i} (S_{jn,i}^{11} P_{\tau_1}^{n,i} + S_{jn,i}^{12} P_{\tau_2}^{n,i}) - \\ &- \sum_{n=1}^{N_e} (S_{jn,e}^{11} P_{\tau_1}^{n,e} + S_{jn,e}^{12} P_{\tau_2}^{n,e}) = E_{1,\tau_1}^{0,j}, \\ &\sum_{n=1}^{N_i} (S_{jn,i}^{21} P_{\tau_1}^{n,i} + S_{jn,i}^{22} P_{\tau_2}^{n,i}) - \\ &- \sum_{n=1}^{N_e} (S_{jn,e}^{21} P_{\tau_1}^{n,e} + S_{jn,e}^{22} P_{\tau_2}^{n,e}) = E_{1,\tau_2}^{0,j}, \\ &\sqrt{\frac{\epsilon_i}{\mu_0}} \sum_{n=1}^{N_i} (T_{jn,i}^{11} P_{\tau_1}^{n,i} + T_{jn,i}^{12} P_{\tau_2}^{n,i}) - \\ &- \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_0}} \sum_{n=1}^{N_e} (T_{jn,e}^{11} P_{\tau_1}^{n,e} + T_{jn,e}^{12} P_{\tau_2}^{n,e}) = H_{1,\tau_1}^{0,j}, \\ &\sqrt{\frac{\epsilon_i}{\mu_0}} \sum_{n=1}^{N_i} (T_{jn,i}^{21} P_{\tau_1}^{n,i} + T_{jn,i}^{22} P_{\tau_2}^{n,i}) - \\ &- \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_0}} \sum_{n=1}^{N_e} (T_{jn,e}^{21} P_{\tau_1}^{n,e} + T_{jn,e}^{22} P_{\tau_2}^{n,e}) = H_{1,\tau_2}^{0,j}, \quad j = 1, \dots, L. \end{aligned} \quad (8)$$

Систему (8) можно записать в виде $Ap = B$, где $B = \{E_{1,\tau_1}^{0,j}, E_{1,\tau_2}^{0,j}, H_{1,\tau_1}^{0,j}, H_{1,\tau_2}^{0,j}\}$ состоит из тангенциальных компонент падающего поля, $p = \{P_{\tau_1}^{n,i}, P_{\tau_2}^{n,i} (n = 1, \dots, N_i), P_{\tau_1}^{n,e}, P_{\tau_2}^{n,e} (n = 1, \dots, N_e)\}$ –

это множество неизвестных амплитуд диполей. Особенностью такой системы является то, что она имеет в общем случае прямоугольную комплексную матрицу размерности $4L \times 2(N_e + N_i)$. Решение системы понимается как псевдорешение, т.е. решение, которое доставляет наименьшее значение невязки поля на границе тела

$$\Delta = \frac{\|Ap - B\|_{L_2(S)}}{\|B\|_{L_2(S)}}.$$

Для контроля решения значе-

ние нормы невязки граничных условий D вычисляется в точках, промежуточных по отношению к точкам коллокаций.

3. Алгоритм численных расчетов. В качестве объекта для исследований был рассмотрен диэлектрический эллипсоид с полуосями a, b, c и с центром в точке $(0, 0 - (c + d))$, d – расстояние от плоскости раздела $z = 0$ до эллипсоида: $x = a \cos \varphi \sin \theta$, $y = b \cos \varphi \sin \theta$, $z = c \cos \theta - (c + d)$, где φ, θ – сферические координаты. Тангенциальные направления $\vec{e}_{\tau_1}^j, \vec{e}_{\tau_2}^j$ в точках коллокаций

выбирались следующим образом: направление $\vec{e}_{\tau_1}^j$ касательно к линии пересечения поверхности S и полусечения $\varphi = const$, направление $\vec{e}_{\tau_2}^j$ ортогонально к $\vec{e}_{\tau_1}^j$ в касательной плоскости к S .

Направления $\vec{e}_{\tau_1}^{n,e}, \vec{e}_{\tau_2}^{n,e}$ и $\vec{e}_{\tau_1}^{n,i}, \vec{e}_{\tau_2}^{n,i}$ выбирались аналогично.

Дискретные источники выбирались равномерно на полусечениях $\varphi = const$ вспомогательных поверхностей S_e и S_i следующим образом:

$$\varphi_{n_1} = 2\pi(n_1 - 1)/N_\varphi, n_1 = 1..N_\varphi, \theta_{n_2} = \pi/2N_\theta + \pi(n_2 - 1)/N_\theta,$$

$n_2 = 1..N_\theta$. При этом количества дискретных источников, распределенных на вспомогательных поверхностях, равны между собой $N_e = N_i = N_\varphi N_\theta$. Точки коллокаций на поверхности тела S распределялись на тех же самых полусечениях $\varphi = const$, а также на промежуточных к ним:

$$\varphi_l = 2\pi(l_1 - 1)/L_\varphi, l_1 = 1..L_\varphi, \theta_{l_2} = \pi/2L_\theta + \pi(l_2 - 1)/L_\theta,$$

$l_2 = 1..L_\theta, L = L_\varphi L_\theta = 2N_\varphi N_\theta$. Норма невязки граничных условий вычислялась в точках, промежуточных по отношению к точкам коллокаций: $\varphi_l = \pi/L_\varphi + 2\pi(l_1 - 1)/L_\varphi, l_1 = 1..L_\varphi$. Разбиение по θ такое же, как для точек коллокаций.

Алгоритм численного решения реализован с помощью математического пакета MATLAB ([5]) и имеет следующую структуру:

1. Введение параметров задачи: диэлектрические проницаемости $\epsilon_0 = 10^{-9}/36\pi$ фарад/м, ϵ_1, ϵ_i ; магнитная проницаемость $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ генри/м; размеры тела a, b, c ; глубина залегания d . Вычисление поля (1) в полупространстве $z < 0$ с учетом отражения от границы раздела.

2. Задание множества дискретных источников, множества точек коллокаций, промежуточных точек для вычисления нормы невязки граничных условий.

3. Определение матрицы системы алгебраических уравнений (8), полученных из условий на границе тела. Решение системы с помощью встроенной функции MATLAB. Вычисление нормы невязки граничных условий в промежуточных точках.

4. Вычисление напряженности электромагнитного поля в точке наблюдения. Построение графика полученных характеристик рассеяния.

4. Результаты численных расчетов.

1. *Исследование нормы невязки граничных условий.* В этом пункте исследуется норма невязки граничных условий в зависимости от количества точек коллокаций L , выбранных на поверхности тела. Следуя рекомендациям [3], количество диполей на внутренней и внешней вспомогательных поверхностях выбиралось $L/2$. В таблице 1 представлены результаты для шара $a = b = c = \lambda/3, \epsilon_i/\epsilon_0 = 3.15 + 0.03i$, расположенного в свободном пространстве. В таблице 2 представлены результаты для шара, расположенного на глубине $d = 6c = 2\lambda$ в полупространстве $\epsilon_i/\epsilon_0 = 2.6 + 0.005i$. В первом столбце указано количество точек коллокаций; во втором – норма невязки граничных условий в точках, промежуточных по отношению к точкам коллокаций; в третьем – значения модуля напряженности

Таблица 1

Шар в свободном пространстве

L	Δ	$ E $
8	0.71202	0.084374
18	0.48206	0.2495
32	0.40164	0.2209
50	0.24455	0.21741
72	0.11965	0.20302
98	0.046736	0.20395
128	0.018661	0.20195
162	0.007309	0.20173
200	0.0028104	0.20171
242	0.0011346	0.20171
288	0.00048292	0.20171
338	0.00020821	0.20171
392	8.9269e-005	0.20171
450	3.8009e-005	0.20171

Таблица 2

Шар в полупространстве

L	Δ	$ E $
8	0.66206	0.0077318
18	0.25598	0.023408
32	0.16124	0.023539
50	0.049845	0.0089546
72	0.015039	0.0033493
98	0.0040903	0.0020731
128	0.0014597	0.0019133
162	0.00063474	0.0019805
200	0.00026748	0.0019834
242	0.00011012	0.0019819
288	4.6803e-005	0.0019816
338	2.0366e-005	0.0019816
392	8.8769e-006	0.0019816
450	3.8462e-006	0.0019816

электрического поля $|E|$ (В/м), рассеянного телом. На рисунке 2 представлены графики значений нормы невязки граничных условий для шара, расположенного в свободном пространстве. Кривая 1 соответствует $\epsilon_1/\epsilon_0 = 3.15+0.03i$, 2 - $\epsilon_1/\epsilon_0 = 5+0.055i$. На рисунках 3 и 4 показаны результаты в случае присутствия полупространства: кривая 1 $\epsilon_1/\epsilon_0 = 2.6+0.005i$, 2 - $\epsilon_1/\epsilon_0 = 5.8+0.03i$. Рисунок 3 соответствует шару $a = b = c = \lambda/3$, рисунок 4 - эллипсоиду с полуосями $a = c = \lambda/3$, $b = 2c$. При этом $\epsilon_1/\epsilon_0 = 3.15+0.03i$, а глубина залегания $d = 6c = 2\lambda$.

На основании полученных результатов можно сделать вывод, что при увеличении количества точек коллокаций значение нормы невязки граничных условий уменьшается. В дальнейших расчетах используется $L = 200$ и $N_e = N_i = 100$.

2. Напряженность электрического поля в зависимости от расположения точки наблюдения. В этом пункте построены графики напряженности электрического поля $|E|$ в зависимости от расположения точки наблюдения. Точка

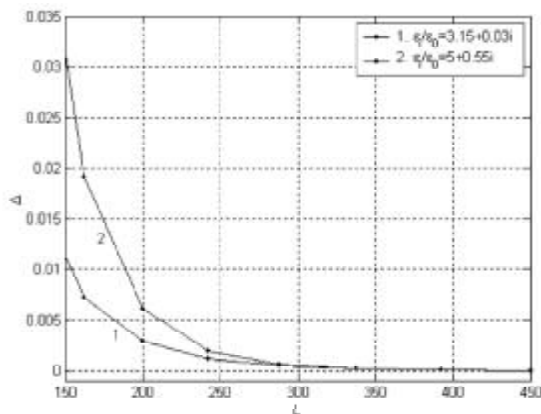


Рис. 2. Шар в свободном пространстве: 1 - $\epsilon_1/\epsilon_0 = 3.15+0.03i$; 2 - $\epsilon_1/\epsilon_0 = 5+0.055i$

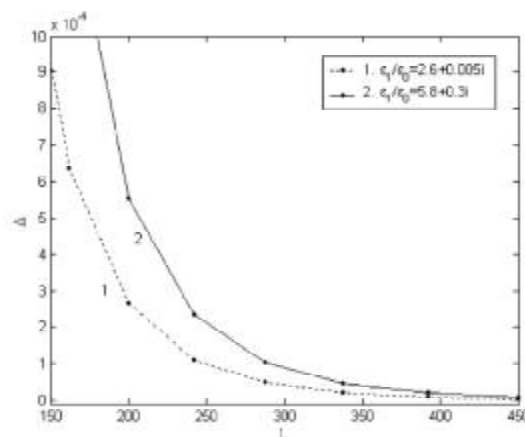


Рис. 3. Шар в полупространстве: 1 - $\epsilon_1/\epsilon_0 = 2.6+0.005i$; 2 - $\epsilon_1/\epsilon_0 = 5.8+0.03i$

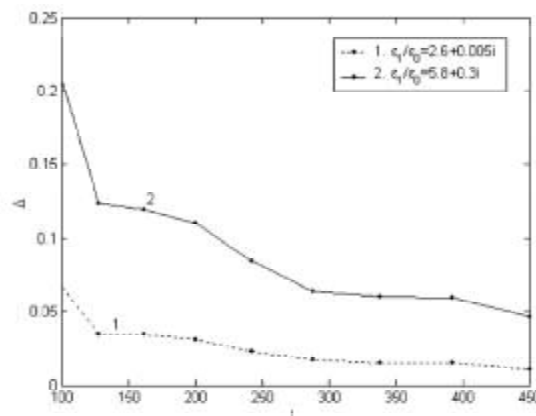


Рис. 4. Эллипсоид в полупространстве: 1 - $\epsilon_1/\epsilon_0 = 2.6+0.005i$; 2 - $\epsilon_1/\epsilon_0 = 5.8+0.03i$

наблюдения находится в плоскости Оху, т.е. $x = z = 0$, а координата у изменяется. На рисунке 5 представлены результаты для диэлектрического шара $a = b = c = \lambda/4$, $\epsilon_1/\epsilon_0 = 3.15+0.03i$, расположенного в полупространстве $\epsilon_1/\epsilon_0 = 2.6+0.005i$. Кривая 1 соответствует глубине погружения шара $d = 4c = \lambda$, 2 - $d = 6c = 3\lambda/2$, 3 - $d = 8c = 2\lambda$, 4 - $d = 10c = 5\lambda/2$. Рисунок 6 отражает результаты для эллипсоида $a = c = \lambda/4$, $b = 2c$. На рисунке 7 кривая 1 соответствует эллипсоиду $a = c = \lambda/4$, $b = 0.5c$, кривая 2 - шару $a = b = c = \lambda/4$, кривая 3 - эллипсоиду $a = c = \lambda/4$, $b = 1.5c$, кривая 4 - эллипсоиду $a = c = \lambda/4$, $b = 2c$; глубина погружения $d = 6c$.

Построенные зависимости позволяют сделать следующие выводы. Во-первых, при приближении точки наблюдения к началу координат значение модуля напряженности электрического поля возрастает, достигая максимума в точке, соответствующей центру диэлектрического тела. Во-вторых, значение этого максимума уменьшается при увеличении глубины погружения тела в полупространство. В-третьих, при увеличении

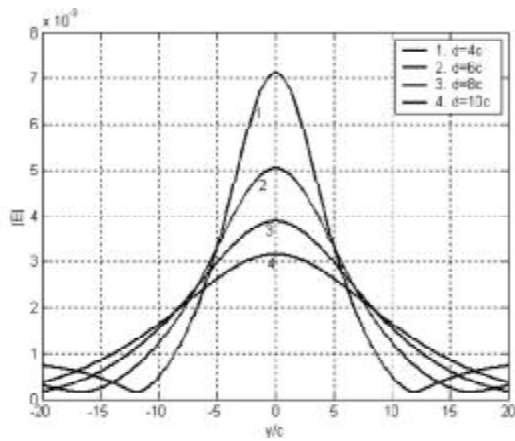


Рис. 5. Шар в полупространстве:
1 - $d = 4c$; 2 - $d = 6c$; 3 - $d = 8c$; 4 - $d = 10c$

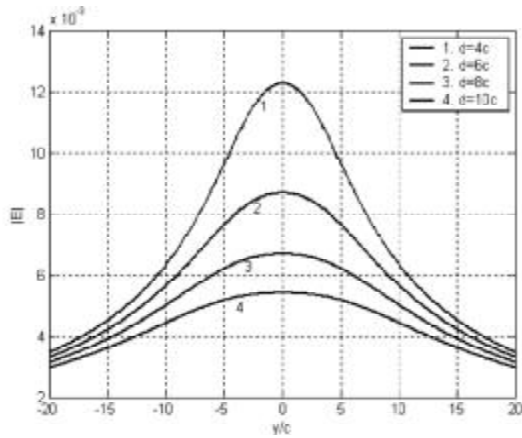


Рис. 6. Эллипсоид в полупространстве:
1 - $d = 4c$; 2 - $d = 6c$; 3 - $d = 8c$; 4 - $d = 10c$

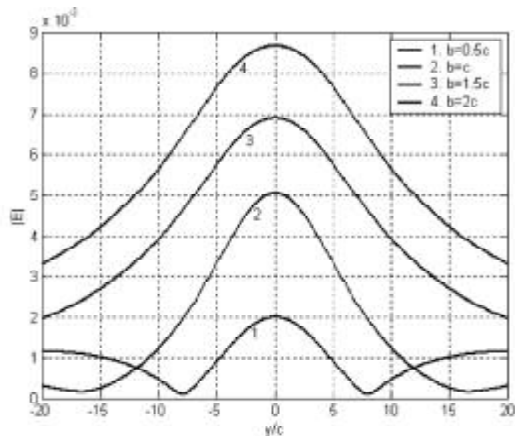


Рис. 7. 1 - эллипсоид с полуосями $a = c \lambda/4$, $b = 0.5c$;
2 - шар радиуса $a = b = c \lambda/4$;
3 - эллипсоид с полуосями $a = c \lambda/4$, $b = 1.5c$;
4 - эллипсоид с полуосями $a = c \lambda/4$, $b = 2c$

размера одной из полуосей эллипсоида значение напряженности электрического поля в точке максимума возрастает.

3. Зависимость модуля напряженности электрического поля от длины волны. На рисунках 8–9 построены графики модуля напряженности

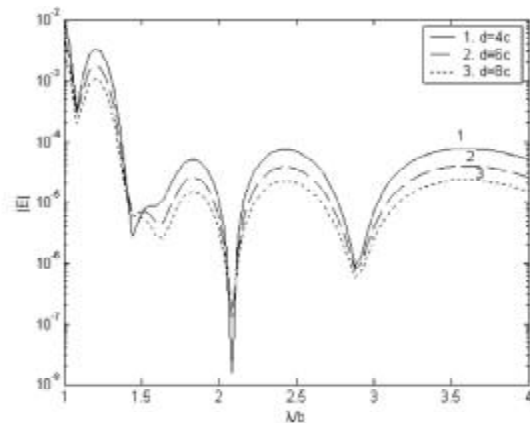


Рис. 8. Шар $a = b = c$

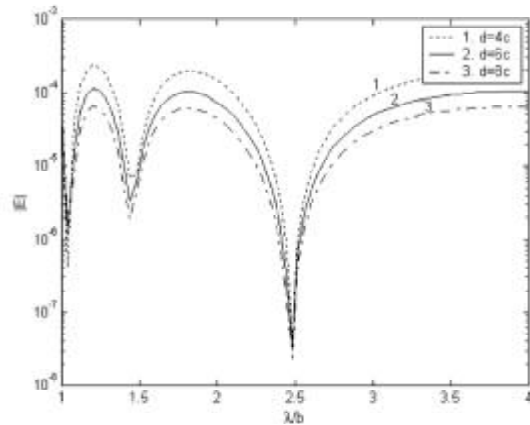


Рис. 9. Эллипсоид $a = c$, $b = 2c$

электрического поля $|E|$, рассеянного телом, в зависимости от длины падающей волны. Диэлектрическая проницаемость рассматриваемого тела $\epsilon_1/\epsilon_0 = 3.15 + 0.03i$; диэлектрическая проницаемость полупространства, в которое погружено тело, $\epsilon_2/\epsilon_0 = 2.6 + 0.005i$; изменение длины волны $\lambda/b = 1, \dots, 4$ с шагом 0.04. Рисунок 8 соответствует шару $a = b = c$, рисунок 9 – эллипсоиду $a = c$, $b = 2c$. Для обоих случаев точка наблюдения, в которой вычисляется модуль напряженности электрического поля, имела координаты $x = z = 0$, $y = b/2$. Кривые 1–3 построены для различных глубин погружения.

Следует отметить, что значение нормы невязки граничных условий D при фиксированном числе точек коллокаций и дискретных источников уменьшается при увеличении значения $\lambda/b \geq 1$ (рис. 10). При значении $\lambda/b < 1$ для уменьшения D необходимо увеличивать число точек коллокаций и дискретных источников, а это вле-

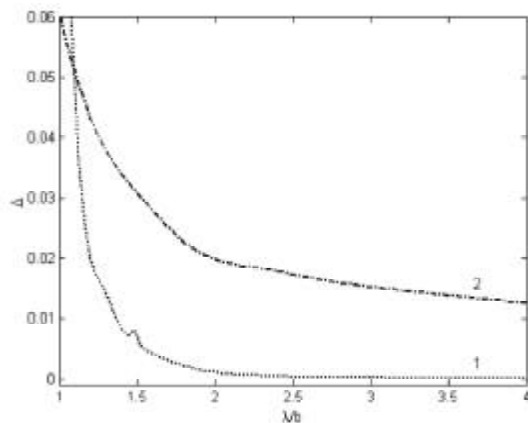


Рис. 10. Норма невязки граничных условий:
1 – шар; 2 – эллипсоид

чет увеличение размерности системы алгебраических уравнений (8) и времени вычисления решения такой системы. В данной статье ограничались рассмотрением $1 \leq \lambda/b \leq 4$.

На рисунке 11 представлены результаты для идеально проводящего шара $a = b = c$, расположенного в полупространстве $\epsilon_1/\epsilon_0 = 2.6 + 0.005i$. Точка наблюдения, в которой вычисляется модуль напряженности электрического поля, имела те же координаты, что и в случае диэлектрического шара. Полученные результаты показывают, что характер зависимости модуля напряженности электрического поля от длины волны отличается от случая диэлектрического тела; на графиках отсутствуют хорошо выраженные экстремумы.

Таким образом, можно сделать вывод, что для диэлектрических тел существуют характерные признаки в виде хорошо выраженных экстремумов для зависимостей модуля от длины волны, которые не наблюдаются у идеально проводя-

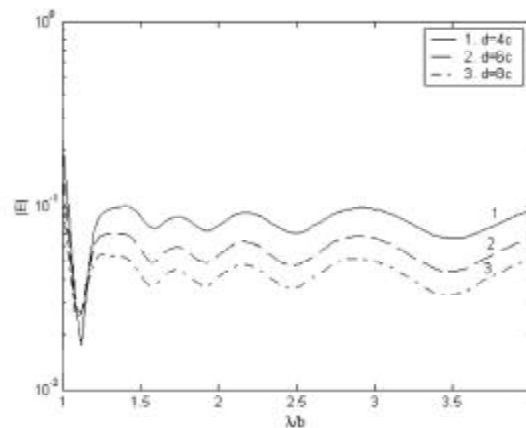


Рис. 11. Идеально проводящий шар $a = b = c$, расположенный в полупространстве $\epsilon_1/\epsilon_0 = 2.6 + 0.005i$: 1 – $d = 4c$; 2 – $d = 6c$; 3 – $d = 8c$

щих тел. Кроме того, при изменении глубины погружения тела в полупространство значение экстремума соответствует одинаковым значениям длины волны λ/b .

Заключение. В данной статье был рассмотрен вариант метода дискретных источников [3] к задачам электромагнитной дифракции в поглощающем полупространстве в предположении, что глубина залегания подповерхностного объекта достаточно велика. Полученные результаты согласуются с результатами [2]. Преимущество рассмотренного метода состоит в том, что его можно применять для трехмерных тел, не обладающих симметрией. Получены характеристики рассеяния для диэлектрического шара и эллипсоида в зависимости от длины падающей волны, от глубины погружения тела, от расположения точки наблюдения. Данные результаты можно использовать в задаче моделирования георадара.

Литература

1. Ерёмин Ю.А. Метод дискретных источников в задачах электромагнитной дифракции / Ю.А. Еремин, А.Г. Свешников. М., 1992.
2. Еремин Ю.А. Метод дискретных источников в задачах дифракции на теле вращения в полупространстве / Ю.А. Еремин, Н.В. Орлов // Радиотехника и электроника. 1988. Т. 33. №12.
3. Дмитриенко А.Г. Численный метод решения за-

- дач электромагнитного рассеяния на трехмерном магнитодиэлектрическом теле произвольной формы / А.Г. Дмитриенко, А.И. Мукомолов // Радиотехника и электроника. 1995. Т. 40. №6.
4. Петров Б.М. Электродинамика и распространение радиоволн: Учебник для вузов. М., 2003.
5. Потемкин В.Г. Вычисления в среде MATLAB. М., 2004.