

А. И. Гончаров, А. В. Пляшешников, Т. Л. Серебрякова

### Характеристики пространственного и углового распределений частиц в атмосферных ливнях, инициированных фотонами экстремально высоких энергий

Рассчитаны пространственно-угловые характеристики атмосферных ливней, образованных первичными фотонами сверхвысоких энергий ( $E_\gamma = 10^{18} - 10^{22}$  эВ). Расчеты проведены для вертикальных и наклонных ливней с учетом взаимодействия фотонов и электронов с дипольным магнитным полем Земли (образование электрон-позитронных пар, синхротронное излучение) и с учетом эффекта Ландау — Померанчука — Мигдала в процессах взаимодействия электронов и фотонов с веществом атмосферы.

#### Введение

В астрофизике сверхвысоких энергий все еще остается нерешенным вопрос о происхождении и природе космических лучей сверхвысоких энергий:  $E = 10^{18} \div 10^{22}$  эВ (КЛСВЭ). Существует множество моделей происхождения и эволюции потоков таких частиц: традиционный ускорительный подход («снизу-вверх») — радиогалактики, активные ядра галактик, галактические кластеры, так же как и скоротечные явления в виде блазаров и вспышек  $\gamma$ -лучей [1]; эволюционные модели («сверху-вниз») — распад высокоэнергетичных, массивных реликтовых частиц (Х-частиц), топологические дефекты [2, 3]. Каждый из таких сценариев предсказывает присутствие некоторой доли фотонов среди КЛ сверхвысоких энергий. Их поток и соотношение с потоком протонов такой же энергии  $\gamma/p$  сильно зависят от конкретной модели происхождения и дальнейшего распространения в межгалактическом пространстве. Можно ожидать, что измеренное отношение  $\gamma/p$  позволило бы сделать выбор в пользу одного из сценариев: «снизу-вверх» или «сверху-вниз». Поэтому важно при регистрации космических лучей СВЭ с помощью таких установок, как, например, Оже-обсерватория [4], распознавать фотоны среди остальных первичных частиц сверхвысоких энергий.

В экспериментах тип первичной частицы и ее энергию определяют, сравнивая пространственные и временные характеристики зарегистрированного ливня с результатами теоретических расчетов при разных первичных частицах, их энергиях и углах падения ливня. Дополнительную информацию дают угловые распределения электронов и фотонов в ливне.

Все практически важные характеристики

электронно-фотонных ливней в атмосфере, образованных первичными фотонами с энергиями  $E_\gamma \leq 10^{18}$  эВ, в настоящее время известны с достаточно высокой точностью. Что касается ливней сверхвысоких энергий, то они теоретически исследованы еще далеко не полностью. Дело в том, что при сверхвысоких энергиях вступают в действие новые факторы. Во-первых, сечения двух основных процессов, определяющих развитие ливня — рождение электрон-позитронных пар фотоном и тормозное излучение электронов — перестают подчиняться формулам Бете — Гайтлера. Начинает действовать эффект Ландау — Померанчука — Мигдала (ЛПМ) [5, 6]. Во-вторых, становятся существенными процессы образования электрон-позитронных пар фотонами в результате их взаимодействия с геомагнитным полем (ГМП) и магнитотормозное (синхротронное) излучение порожденных при этом электронов и позитронов. Последние два процесса приводят к тому, что развитие электронно-фотонного ливня начинается в магнитосфере, т.е. за пределами атмосферы [7–9]. В силу свойств сечений взаимодействия с учетом эффекта ЛПМ и сечений взаимодействий частиц с магнитным полем, задачи о развитии ливня в неоднородном магнитном поле и в неоднородной атмосфере никакими преобразованиями не сводятся к задачам о развитии ливня в однородном поле и однородном веществе. Это приводит к значительным вычислительным сложностям при решении обсуждаемых задач.

В настоящее время для ливней сверхвысоких энергий имеются детальные расчеты полного числа электронов [8–12], а также некоторые расчеты среднеквадратичных радиусов электронов [10, 11]. Цель данной работы — расчет и анализ функций пространственного распределе-

ния (ФПР) и угловых распределений электронов в ливнях от первичных фотонов сверхвысоких энергий. Расчеты проведены для географических условий Оже-обсерватории [4], предназначенной для экспериментального измерения КЛ сверхвысоких энергий.

Приведем краткое описание основных особенностей развития ливня с целью использования их при обсуждении каскадных уравнений и анализе результатов. Итак, с одной стороны, в области энергий  $E \gtrsim 10^{17}$  эВ в атмосфере начинает действовать ЛПМ-эффект, который ведет к уменьшению сечений взаимодействия частиц и менее интенсивному развитию ливня, что может привести к более узкому пространственному распределению частиц. С другой стороны, еще до вхождения в атмосферу фотон с энергией  $E \gtrsim 3 \cdot 10^{19}$  эВ может породить электронно-фотонный ливень в магнитном поле Земли. Фотон указанной энергии рождает электрон-позитронную пару в геомагнитном поле; в свою очередь, электроны и позитроны испытывают синхротронное излучение. Таким образом, в геомагнитном поле возникает поток синхротронных фотонов с малой угловой расходимостью и энергиями в пределах  $10^{15} \div 10^{19}$  эВ. Указанные фотоны, между которыми распределяется  $\gtrsim 99\%$  энергии первичного фотона, инициируют электромагнитные ливни в атмосфере. Их суперпозиция регистрируется экспериментальной установкой как единый ливень. Из-за относительно низких энергий синхротронных фотонов влияние эффекта ЛПМ будет гораздо более слабое, чем при отсутствии магнитного поля. Кроме того, развитие каскада в магнитосфере приведет к увеличению возраста ливня на уровне наблюдения и, следовательно, к уширению ливня. Каким окажется совместное влияние двух противоположно действующих факторов (ЛПМ и ГМП) на пространственные и угловые распределения электронов, может показать только численный расчет.

## 1. Система каскадных уравнений и метод ее решения

Для расчета развития электромагнитного каскада в атмосфере и магнитосфере Земли используется техника численного решения сопряженных каскадных уравнений [13].

Рассмотрим вертикальный ливень. Пусть ось  $OZ$  декартовой системы координат направлена вертикально вверх и совпадает с осью ливня, а детекторы расположены в плоскости  $XOY$ . Можно считать, что среда является плоско-симметричной (ее свойства зависят только от координаты  $z$ ).

Во введении было отмечено, что в результате развития каскада в магнитосфере, практически вся энергия каскада на входе в атмосферу принадлежит фотонам с энергией выше  $10^{15}$  эВ. На долю фотонов с меньшими энергиями приходится не более 1% энергии каскада; кроме того, ливни от фотонов таких энергий в атмосфере имеют на уровне наблюдения возраст  $s > 1,3$  и, следовательно, относительно небольшое число электронов. Таким образом, каскадные фотоны, дающие существенный вклад в фиксируемые характеристики на уровне наблюдения, имеют на входе в атмосферу энергии выше  $10^{15}$  эВ и, следовательно, движутся под очень малыми углами к оси ливня (по оценкам работы [8], порядка  $10^{-6}$  рад). Для электронов, которые возникают при дальнейшем развитии ливня в атмосфере, взаимодействие с магнитным полем несущественно по сравнению с взаимодействием с веществом. Можно пренебречь как синхротронным излучением электронов по сравнению с потерями на тормозное излучение и ионизацию, так и отклонением электронов низких энергий магнитным полем по сравнению с кулоновским рассеянием. Поэтому вертикальный ливень можно считать в среднем симметричным относительно направления движения первичного фотона (оси ливня).

Расчет характеристик наклонных ливней мы также проводим в приближении осевой симметрии, пренебрегая зависимостью плотности воздуха от высоты в пределах поперечного размера ливня ( $r < 2000$  м). При этом считается, что электроны регистрируются в плоскости, перпендикулярной оси ливня.

В ряде работ, например [14, 15], показано, что при расчете радиальных распределений электронов в атмосферных ливнях в области расстояний от оси  $r < 2000$  м и угловых распределений электронов в области углов  $\theta < 1$  рад можно применять малоугловое приближение.

Обозначим  $\Phi_\alpha(r, z, E)$  проинтегрированную по времени плотность потока электронов с энергией выше  $E_{th}$  на расстоянии  $r$  от оси ливня в плоскости  $z = 0$  в ливне от первичного электрона ( $\alpha = e$ ) или фотона ( $\alpha = \gamma$ ) с энергией  $E$ , появившегося на расстоянии  $z$  от плоскости наблюдения. Через  $\Psi_\alpha(\theta, z, E)$  обозначим плотность распределения полярного угла электронов в плоскости  $z = 0$ ; угол  $\theta$  отсчитывается от отрицательного направления оси  $OZ$ .

Каскадные уравнения для функций  $\Phi$ ,  $\Psi$  в приближении малых углов хорошо известны (см., например, [13, 16]). С целью численного решения к уравнениям применяют преобразование Фурье — Бесселя [13]. Система уравнений для трансфор-

мант имеет вид:

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\partial}{\partial z} + \sigma_e(z, E) + A(a(q, z), z, E) \right] f_e(q, z, E) = \\ = \int_{E_{th}}^E W_{ee}(z, E, E') f_e(q, z, E') dE' + \\ + \int_{E_{th}}^E W_{e\gamma}(z, E, E') f_\gamma(q, z, E') dE'; \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\partial}{\partial z} + \sigma_\gamma(z, E) \right] f_\gamma(q, z, E) = \\ = \int_{E_{th}}^E W_{\gamma e}(z, E, E') f_e(q, z, E') + \\ + \int_{E_{th}}^E \widetilde{W}_{\gamma\gamma}(a(q, z), z, E, E') f_\gamma(q, z, E') dE', \quad (2) \end{aligned}$$

где

$$f_\alpha(q, z, E) = 2\pi \int_0^\infty \Phi_\alpha(r, z, E) J_0(qr) r dr,$$

$$\begin{aligned} A(a(q, z), z, E) = \\ = 2\pi \int_0^\infty W_s(z, E, \theta) [1 - J_0(a(q, z)\theta)] \theta d\theta, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \widetilde{W}_{\gamma\gamma}(a(q, z), z, E, E') = \\ = 2\pi \int_0^\infty W_{\gamma\gamma}(z, E, E', \theta) J_0(a(q, z)\theta) \theta d\theta; \end{aligned}$$

$a(q, z) = qz$  или  $a(q, z) = q$  в случае трансформант соответственно радиального и углового распределений.

В уравнениях (1), (2)  $\sigma_e(z, E)$ ,  $W_{ee}(z, E, E')$  — полное и дифференциальное по энергии  $E'$  вторичного электрона сечения, учитывающие ионизацию атомов вещества и тормозное излучение при взаимодействии электронов и позитронов с веществом и магнитным полем;  $W_{e\gamma}(z, E, E')$  — сечение тормозного излучения, дифференциальное по энергии фотона;  $\sigma_\gamma(z, E)$ ,  $W_{\gamma e}(z, E, E')$  — полное сечение и сечение, дифференциальное по энергии  $E'$  вторичного электрона, учитывающее комптоновское рассеяние, фотоэффект в веществе и образование  $e^-e^+$  пар при взаимодействии фотонов с веществом и магнитным полем;

$W_s(z, E, \theta)$  — дифференциальное по телесному углу сечение кулоновского рассеяния электрона с энергией  $E$ ;  $W_{\gamma\gamma}(z, E, E', \theta)$  — сечение комптоновского рассеяния, дифференциальное по энергии фотона  $E'$  и телесному углу.

Граничные условия имеют вид:  $f_e(q, 0, E) = U(E - E_{th})$ ,  $f_\gamma(q, 0, E) = 0$ , где  $U(x)$  — единичная функция Хевисайда.

Для численного решения системы уравнений (1) — (2) задается последовательность энергий  $E_0 = E_{th}, E_1, \dots, E_k, \dots$ . На каждом отрезке  $[E_{i-1}, E_i]$  искомые функции  $f_e(q, z, E)$ ,  $f_\gamma(q, z, E)$  представляются интерполяционными полиномами Лагранжа. Получается система обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными (зависящими от  $z$ ) коэффициентами. Эта система решается следующим методом. Выбирается некоторый малый отрезок  $\Delta z$ , на котором коэффициенты уравнений считаются постоянными; система уравнений с постоянными коэффициентами решается аналитически. Затем производятся разбиения этого отрезка до тех пор, пока относительное различие двух последовательных приближений для каждой из функций  $f_e$ ,  $f_\gamma$  на верхней границе первоначального отрезка не станет меньше некоторой заданной величины. Эта процедура выполняется для набора значений параметра преобразования  $q$ .

После этого выполняется обратное преобразование Фурье — Бесселя:

$$\Phi_\alpha(r, z, E) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty f_\alpha(q, z, E) J_0(qr) q dq;$$

аналогично записывается обратное преобразование для  $\Psi_\alpha(\theta, z, E)$ .

Нормированные ФПР электронов ( $2\pi \int_0^\infty \rho(r, z, E) r dr = 1$ ) в ливне от первичного фотона равны:

$$\rho(r, z, E) = \Phi_\gamma(r, z, E) / f_\gamma(0, z, E);$$

аналогично определяются нормированные угловые распределения электронов  $g(\theta, z, E)$ .

Система уравнений для вторых моментов (ненормированных) распределений, которые равны

$$f_{2,\alpha}(z, E) = -2 \frac{d^2 f_\alpha(0, z, E)}{dq^2},$$

легко может быть получена из системы (1) — (2).

Полные сечения образования электрон-позитронных пар фотонами и синхротронное излучение электронов в геомагнитном поле, а также спектры вторичных частиц определяются одним и тем же безразмерным параметром

[17, 18]:

$$\chi = \frac{|\vec{p} \times \vec{H}|}{H_0 m c} \approx \frac{H_{\perp}}{H_0} \frac{E}{m c^2}, \quad (3)$$

где  $\vec{p}$ ,  $E$  — импульс и энергия первичной частицы,  $H_0 = m_e c^2 / 2\mu_B = 4,41 \cdot 10^{13}$  Э.

Магнитное поле Земли считается дипольным. Действительно, на расстоянии от центра Земли  $r \leq 3R$  ( $R$  — радиус Земли) магнитное поле имеет дипольный характер [19]:

$$\vec{H} = \frac{\vec{M}r^2 - 3\vec{r}(\vec{M}\vec{r})}{r^5}, \quad (4)$$

где  $\vec{M}$  — дипольный магнитный момент Земли,  $M = 8,1 \cdot 10^{25}$  Э·см<sup>3</sup>. При вертикальном падении первичного фотона на геомагнитной широте  $\alpha$ , согласно (3), сечения взаимодействия частиц с полем зависят от

$$H_{\perp} = \frac{M \cos \alpha}{r^3} = \frac{M \cos \alpha}{(z + R)^3}. \quad (5)$$

Вследствие быстрого убывания  $H_{\perp}$ , при  $r \geq 3R$  и  $E_{\gamma} \leq 10^{22}$  эВ выполняется условие  $\chi \ll 1$ , поэтому точка образования пары первичным фотоном практически всегда находится в области  $r \leq 3R$  и усложнение структуры поля за пределами этой области не имеет значения.

Геомагнитная широта  $\alpha$  может быть найдена, если известны географическая широта  $\lambda$  и долгота  $\varphi$  места расположения экспериментальной установки:  $\cos \alpha = \sqrt{1 - (\vec{\omega}\vec{\Omega})^2}$ , где  $\vec{\omega} = \{0,0734; -0,184; 0,980\}$  — вектор, задающий направление магнитного момента Земли;  $\vec{\Omega} = \{\sin(\frac{\pi}{2} - \lambda) \cos \varphi, \sin(\frac{\pi}{2} - \lambda) \sin \varphi, \cos(\frac{\pi}{2} - \lambda)\}$ . Координаты Оже-обсерватории:  $\lambda = 35,2^{\circ}$  ю. ш.,  $\varphi = 69,2^{\circ}$  з. д. [4]; тогда  $\alpha = 37,8^{\circ}$ .

## 2. Анализ результатов

В данной работе представлены функции пространственного распределения электронов и их среднеквадратичные радиусы, угловые распределения электронов и их среднеквадратичные углы в области энергий  $E = 10^{18} \div 10^{22}$  эВ для вертикальных и наклонных ливней с учетом и без учета ЛПМ- и ГМП-эффектов. Была использована стандартная модель атмосферы. Напряженность магнитного поля и уровень наблюдения ( $890$  г/см<sup>2</sup>) соответствуют условиям Оже-обсерватории (Мендоза, Аргентина) [4]. Расчеты наклонных ливней проведены для первичного фотона, пришедшего из космоса и движущегося в плоскости, проходящей через вертикаль и магнитный меридиан; угол наклона ливня  $\Theta$  отсчитывается от направления вертикально вниз в

сторону магнитного экватора. Охватывается следующий диапазон параметров атмосферного ливня: пороговые энергии  $E_{th} = 0,1 \div 25$  МэВ, направления прихода ливней  $\Theta = 0 \div 60^{\circ}$ .

### 2.1. Радиальные распределения и среднеквадратичные радиусы

Анализ результатов проведенных нами расчетов показал, что ЛПМ- и ГМП-эффекты, учтенные по отдельности, в значительной степени изменяют пространственное развитие атмосферного ливня. Наоборот, будучи учтенными одновременно, эти два эффекта существенно компенсируют друг друга.

Это свойство иллюстрируется двумя характеристиками, описывающими пространственное развитие ливня: радиальными распределениями (рис. 1) и среднеквадратичными радиусами (рис. 2). Остановимся подробнее на среднеквадратичных радиусах электронов. Как можно видеть из рис. 2, при энергии  $E_{\gamma} = 10^{20}$  эВ ЛПМ-эффект уменьшает среднеквадратичный радиус по сравнению с величиной, полученной в приближении Бете — Гайтлера, примерно на 18 %, в то время как эффект ГМП увеличивает  $r_{msq}$  на 12 %. Одновременное влияние обоих эффектов составляет  $\sim 4$  % при данной энергии. Подобный эффект «компенсации» в продольном развитии СВЭ атмосферных ливней впервые обсуждался в работе [8].

Расчеты показали, что влияние эффекта ЛПМ на среднеквадратичный радиус усиливается с увеличением угла прихода ливня  $\Theta$ ; воздействие же эффекта ГМП почти не зависит от  $\Theta$ . Вместе с тем, эффект взаимной «компенсации» ЛПМ- и ГМП-эффектов становится сильнее с ростом  $\Theta$ . Например, при энергии  $E_{\gamma} = 3 \cdot 10^{20}$  эВ различие между среднеквадратичными радиусами, рассчитанными с сечениями Бете — Гайтлера и при учете ЛПМ- и ГМП-эффектов, уменьшается с 12 % (вертикальный ливень) до 4 % ( $\Theta = 60^{\circ}$ ). Аналогичным примером могут служить и ненормированные ФПР электронов от атмосферных ливней разного наклона ( $\Theta = 0^{\circ}, 45^{\circ}$ ) при различном предположении об учете исследуемых эффектов, приведенные на рис.1.

На рис. 3 приведены вычисленные нами нормированные ФПР, для которых выполнено масштабное преобразование:

$$xF(x, E, \Theta) = r_{msq} r \rho(r, E, \Theta), \quad x = r/r_{msq}. \quad (6)$$

Можно видеть, что в интервале «скейлинговой переменной»  $3 \cdot 10^{-2} \lesssim x \lesssim 15$  форма функции  $F$  почти не подвержена влиянию ни ЛПМ-, ни

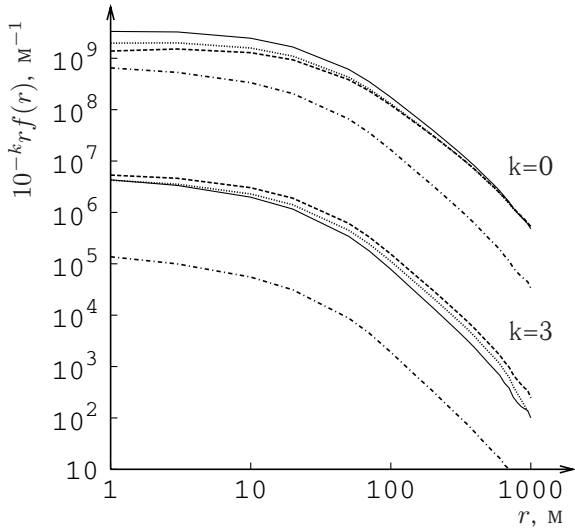


Рис. 1. Ненормированные ФПР электронов с энергией выше 0,1 МэВ в атмосферном ливне ( $k = 3$  при  $\Theta = 0^\circ$ ,  $k = 0$  при  $\Theta = 45^\circ$ ) с энергией  $E_\gamma = 10^{21}$  эВ при различных предположениях об ЛПМ- и ГМП-эффектах: (—) без эффектов; (---) только ЛПМ; (- · -) только ГМП; (···) ЛПМ+ГМП

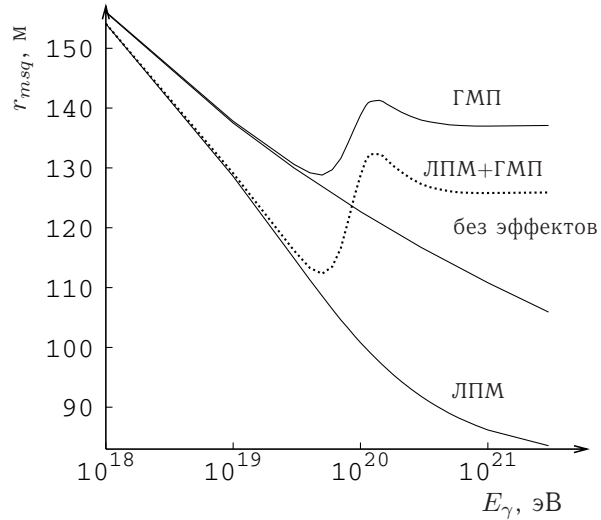


Рис. 2. Среднеквадратичные радиусы электронов с энергией выше 0,1 МэВ в наклонных атмосферных ливнях ( $\Theta = 45^\circ$ ) в зависимости от первичной энергии  $E_\gamma$  при различных предположениях об ЛПМ и ГМП-эффектах

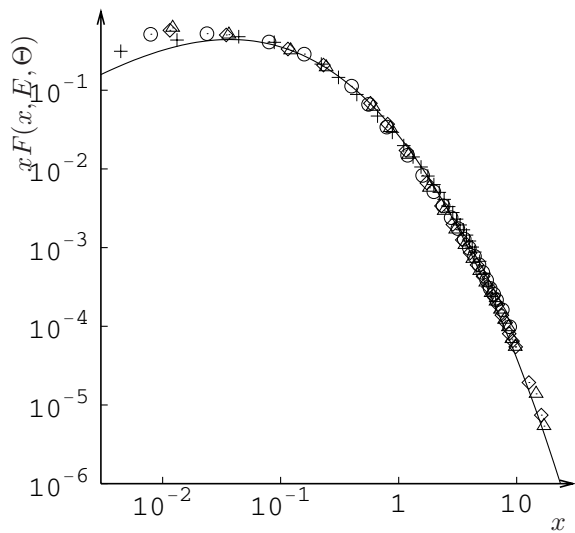


Рис. 3. ФПР электронов с энергией выше 0,1 МэВ для вертикальных и наклонных атмосферных ливней:  $\diamond$  —  $E_\gamma = 10^{19}$  эВ,  $\Theta = 0^\circ$ , без эффектов;  $\circ$  —  $E_\gamma = 10^{21}$  эВ,  $\Theta = 45^\circ$ , ЛПМ+ГМП; + —  $E_\gamma = 3 \cdot 10^{20}$  эВ,  $\Theta = 60^\circ$ , только ГМП;  $\Delta$  —  $E_\gamma = 10^{20}$  эВ,  $\Theta = 30^\circ$ , только ЛПМ; линия — инвариантная ФПР (8) для вертикального атмосферного ливня при  $E_\gamma \leq 10^{18}$  эВ [20]

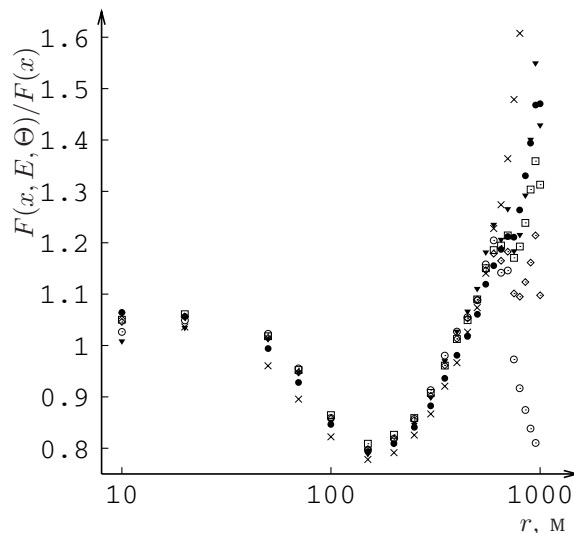


Рис. 4. Отношение рассчитанных ФПР к аппроксимации (8), предложенной в работе [20]:  $\blacktriangledown$  —  $E_\gamma = 10^{19}$  эВ,  $\Theta = 0^\circ$ , без эффектов;  $\square$  —  $E_\gamma = 10^{21}$  эВ,  $\Theta = 45^\circ$ , без эффектов;  $\bullet$  —  $E_\gamma = 10^{20}$  эВ,  $\Theta = 45^\circ$ , ЛПМ+ГМП;  $\diamond$  —  $E_\gamma = 3 \cdot 10^{20}$  эВ,  $\Theta = 30^\circ$ , ЛПМ+ГМП;  $\circ$  —  $E_\gamma = 10^{21}$  эВ,  $\Theta = 0^\circ$ , ЛПМ+ГМП;  $\times$  —  $E_\gamma = 3 \cdot 10^{21}$  эВ,  $\Theta = 55^\circ$ , ЛПМ+ГМП

Таблица 1  
**Среднеквадратичные радиусы (в метрах) и полное число электронов ( $\times 10^{-9}$ ), полученные с учетом эффектов ЛПМ и ГМП**

| Энергия первичного фотона $E_\gamma$ , эВ | $\Theta$ , градусы |        |        |        |        |
|---|--------------------|--------|--------|--------|--------|
|   | 0                  | 15     | 30     | 45     | 60     |
| $10^{18}$                                 | 95,88              | 100,3  | 116,0  | 154,1  | 260,6  |
|   | 0,8918             | 0,877  | 0,7306 | 0,2868 | 0,0059 |
| $10^{19}$                                 | 82,7               | 86,31  | 99,05  | 129,1  | 210,9  |
|   | 7,225              | 7,656  | 8,075  | 4,991  | 0,2311 |
| $4 \cdot 10^{19}$                         | 75,51              | 78,73  | 89,57  | 113,3  | 169,3  |
|   | 18,12              | 20,57  | 26,58  | 24,56  | 2,873  |
| $5 \cdot 10^{19}$                         | 74,7               | 78,37  | 89,4   | 112,3  | 163,2  |
|   | 20,21              | 23,51  | 31,34  | 30,02  | 4,028  |
| $6 \cdot 10^{19}$                         | 74,55              | 79,22  | 90,85  | 113,5  | 160,0  |
|   | 22,24              | 26,86  | 36,3   | 34,1   | 4,731  |
| $7 \cdot 10^{19}$                         | 75,2               | 81,12  | 93,52  | 116,6  | 159,7  |
|   | 24,65              | 31,28  | 42,06  | 36,91  | 4,779  |
| $8 \cdot 10^{19}$                         | 76,62              | 83,56  | 96,66  | 121,1  | 163,7  |
|   | 27,93              | 37,31  | 66,03  | 38,97  | 4,188  |
| $10^{20}$                                 | 80,29              | 87,55  | 101,3  | 128,7  | 181,3  |
|   | 38,22              | 53,82  | 109,7  | 65,06  | 3,021  |
| $1,2 \cdot 10^{20}$                       | 83,15              | 89,67  | 103,4  | 132,3  | 198,5  |
|   | 53,26              | 73,56  | 84,21  | 50,97  | 2,662  |
| $1,5 \cdot 10^{20}$                       | 85,3               | 90,73  | 103,9  | 132,0  | 196,9  |
|   | 81,14              | 102,9  | 109,7  | 65,06  | 3,663  |
| $2,1 \cdot 10^{20}$                       | 86,13              | 90,51  | 102,8  | 129,3  | 189,4  |
|   | 133,0              | 148,5  | 153,6  | 95,49  | 6,269  |
| $3 \cdot 10^{20}$                         | 85,74              | 89,67  | 101,5  | 127,3  | 184,8  |
|   | 189,6              | 205,1  | 216,5  | 141,1  | 10,22  |
| $5 \cdot 10^{20}$                         | 84,88              | 88,81  | 100,6  | 126,1  | 181,9  |
|   | 297,7              | 328,9  | 356,4  | 239,8  | 18,46  |
| $10^{21}$                                 | 84,36              | 88,46  | 100,3  | 125,8  | 181,2  |
|   | 574,3              | 646,7  | 701,0  | 480,9  | 37,52  |
| $3 \cdot 10^{21}$                         | 84,33              | 88,5   | 100,4  | 125,9  | 181,4  |
|   | 1716,0             | 1941,0 | 2127,0 | 1439,0 | 111,7  |
| $10^{22}$                                 | 84,4               | 88,52  | 100,4  | 125,9  | 183,3  |
|   | 5748,0             | 6477,0 | 7093,0 | 4797,0 | 373,5  |

ГМП-эффектов. Кроме того, функция  $F$  достаточно слабо зависит от первичной энергии фотона  $E$  и направления прихода ливня (при  $\Theta \lesssim 60^\circ$ ):

$$xF(x, E, \Theta) \approx xF(x). \quad (7)$$

Следует отметить также, что функции  $F(x, E, \Theta)$  имеют практически одинаковую форму при разных пороговых энергиях:  $E_{th} = 0,1; 1,0; 25$  МэВ.

Для вертикальных атмосферных ливней разных возрастов с энергией до  $10^{18}$  эВ свойство (7) было описано в работах [20, 21]. В нашем случае форма инвариантных ФПР электронов близка к той, что была найдена в [20]:

$$xF(x) = \exp(-3,63 - 1,89 \ln x - 0,37 \ln^2 x - 0,0168 \ln^3 x). \quad (8)$$

На рис. 4 приведено более детальное сравнение вычисленных нами функций  $F(x, E, \Theta)$  с функцией  $F(x)$ , определяемой выражением (8). Отношение  $\delta = F(x, E, \Theta)/F(x)$  при заданном расстоянии от оси  $r \lesssim 800$  м практически не зависит от  $E, \Theta$  (если фиксируется не  $r$ , а  $x$ , то зависимость  $\delta$  от  $E, \Theta$  оказывается более значительной). Представленные на рис. 4 значения  $\delta$  могут быть использованы также для внесения поправок к инвариантной ФПР  $F(x)$ .

Численные данные по среднеквадратичным радиусам и полному числу электронов, необходимых для вычисления ненормированных ФПР электронов с использованием аппроксимации (8), представлены в табл. 1.

## 2.2. Угловые распределения и среднеквадратичные углы

Хотя в целом поведение среднеквадратичных углов  $\theta_{msq}$  и схоже с поведением среднеквадратичных радиусов, их зависимость от первичной энергии фотона гораздо слабее (см. рис. 5). Например, при энергии  $E_\gamma = 10^{20}$  эВ учет одного только ЛПМ-эффекта приводит к уменьшению среднеквадратичных углов на 3 %, а учет одного только ГМП-эффекта — к увеличению на 2 %.

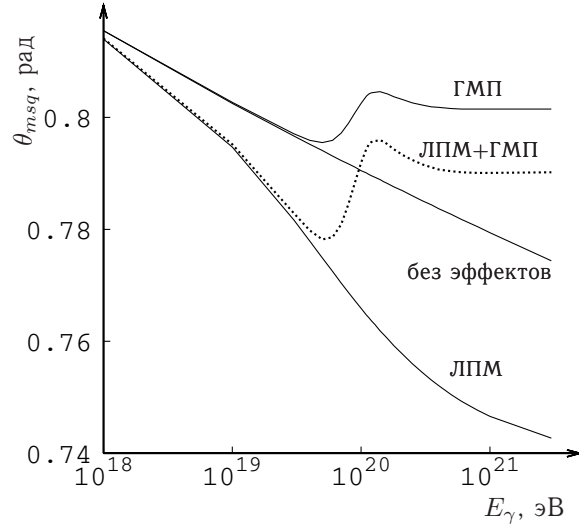


Рис. 5. Среднеквадратичные углы электронов с энергией выше  $E_{th} = 1$  МэВ для наклонных ливней ( $\Theta = 45^\circ$ ) в зависимости от первичной энергии  $E_\gamma$ . Рассмотрены разные предположения об учете ЛПМ- и ГМП-эффектов

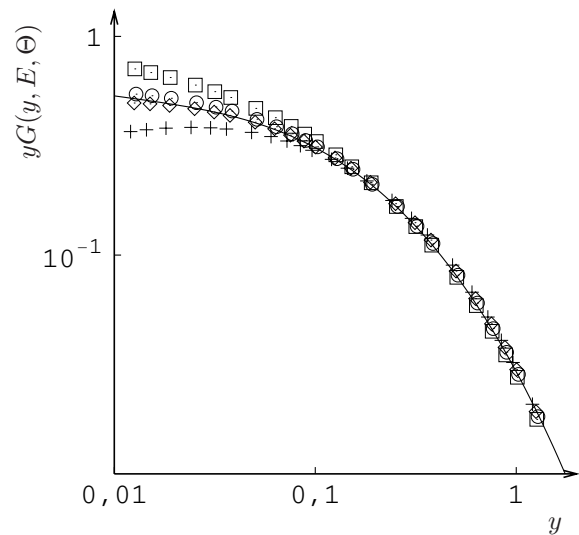


Рис. 6. Угловые распределения электронов,  $E_{th} = 1$  МэВ:  $\circ$  —  $E_\gamma = 10^{21}$  эВ,  $\Theta = 0^\circ$ , без эффектов;  $\diamond$  —  $E_\gamma = 10^{20}$  эВ,  $\Theta = 60^\circ$ , только ЛПМ;  $\square$  —  $E_\gamma = 10^{21}$  эВ,  $\Theta = 0^\circ$ , ЛПМ+ГМП;  $+$  —  $E_\gamma = 3 \cdot 10^{21}$  эВ,  $\Theta = 55^\circ$ , только ГМП; линия — инвариантная аппроксимация (9)

При заданной пороговой энергии электронов функции  $G(y, E, \Theta)$ , найденные в результате масштабного преобразования нормированных угловых распределений  $g(\theta, E, \Theta)$ , не подвержены ЛПМ- и ГМП-эффектам в области  $3 \cdot 10^{-2} \lesssim y \lesssim 2$  и зависят только от  $y = \theta/\theta_{msq}$ :

$$\theta\theta_{msq}g(\theta, E, \Theta) = yG(y, E, \Theta) \approx yG(y).$$

В качестве примера на рис. 6 приводятся функции углового распределения  $G(y, E, \Theta)$  при пороговой энергии  $E_{th} = 1$  МэВ.

Мы предлагаем следующие аппроксимации инвариантных частей угловых распределений для разных пороговых энергий:

$$E_{th} = 0,1 \text{ МэВ:}$$

$$yG(y) = \exp(-3,78 - 1,647 \ln y - 0,235 \ln^2 y - 0,0126 \ln^3 y);$$

$$E_{th} = 1,0 \text{ МэВ:}$$

$$yG(y) = \exp(-3,517 - 1,619 \ln y - 0,30 \ln^2 y - 0,0179 \ln^3 y);$$

$$E_{th} = 25 \text{ МэВ:}$$

$$yG(y) = \exp(-3,156 - 1,802 \ln y - 0,682 \ln^2 y - 0,0953 \ln^3 y). \quad (9)$$

Ранее свойство  $\theta\theta_{msq}g(\theta, E, s) \simeq yG(y, s)$ , где  $s$  — возраст ливня, было отмечено в [22].

## Заключение

При расчете пространственных и уловых характеристик атмосферных ливней от первичного

фотона сверхвысокой энергии необходимо учитывать эффекты ЛПМ и ГМП; влияние геомагнитного поля на развитие электромагнитного каскада частично компенсирует ЛПМ-эффект. Степень влияния эффектов на пространственные характеристики зависит от угла наклона ливня.

ФПР электронов в вертикальных и наклонных ливнях, образованных фотонами сверхвысоких энергий, обладают скейлинговым свойством. Параметризация инвариантной части ФПР практически совпадает с предложенной в работе [20] для вертикального ШАЛ, образованного первичным протоном энергии  $E \leq 10^{18}$  эВ. Поправочные коэффициенты к инвариантной ФПР приведены на рис. 4. Форма инвариантных функций одинакова для разных порогов из диапазона  $E_{th} = 0,1 \div 25$  МэВ.

Скейлинговое свойство также присуще функциям углового распределения электронов при фиксированной пороговой энергии как в вертикальных, так и в наклонных атмосферных ливнях. Приводятся аппроксимации инвариантных частей угловых распределений для разных пороговых энергий.

Выше перечисленные особенности электронно-фотонного каскада, порожденного  $\gamma$ -квантом сверхвысокой энергии, могут быть использованы при восстановлении параметров первичной частицы, инициировавшей широкий атмосферный ливень.

## Список литературы

1. *Rachen J. P., Biermann P. L.* // *Astron. Astrophys.* — 1993. — V. 272. — P. 161–175.
2. *Berezinsky V., Kachelriess M., Vilenkin A.* // *A. Phys. Rev. Lett.* — 1997. — V. 79. — P. 4302–4305.
3. *Bhattacharjee P., Hill C. T., Schramm D. N.* // *Phys. Rev. Lett.* — 1992. — V. 69. — P. 567–570.
4. *The Auger Collaboration.* The Pierre Auger Project. Design report. — 1995 (unpublished) — P. 252.
5. *Ландау Л. Д., Померанчук И. Е.* // *Докл. Акад. наук СССР.* — 1953. — Т. 92. — С. 535.
6. *Migdal A. B.* // *Phys. Rev.* — 1956. — V. 103. — P. 1811.
7. *McBreen B. and Lambert C. J.* // *Phys. Rev. D.* — 1981. — V. 24. — P. 2536–2538.
8. *Гончаров А. И., Каневский Б. Л.* / Ред. журн. «Изв. вузов. Физика». — Томск. — 1988. — Деп. в ВИНТИ 04.11.88, № 7785-B88. — С. 17.
9. *Aharonian F. A., Kanevsky B. L., Sahakian V. A.* // *J. Phys. G.: Nucl. Part. Phys.* — 1991. — V. 17. — P. 1909–1924.
10. *Гончаров А. И.* Дис. ... канд.ф.-м.н. — Томск. — 1991.
11. *Гончаров А. И., Лагутин А. А., Мусаки А.* // *Известия АГУ.* — Барнаул: Изд-во АГУ. — спец. выпуск. — 1998. — С. 59–66.
12. *Plyasheshnikov A. V., Aharonian F. A.* // *J. Phys. G.: Nucl. Part. Phys.* — 2002. — V. 28. — P. 267–288.
13. *Лагутин А. А., Пляшешников А. В., Учайкин В. В.* / Ред. журн. «Изв. вузов МВ и ССО



- СССР. Физика». — Томск. — 1979. — Деп. в ВИНТИ № 3375-79. — С. 58.
14. *Беленький С. З.* Лавинные процессы в космических лучах. — М.; Л: Гостехиздат. — 1948. — С. 247.
15. *Беляев А. А., Иваненко И. П., Каневский Б. Л. и др.* Электронно-фотонные каскады в космических лучах при сверхвысоких энергиях. — М.: Наука. — 1980. — С. 306.
16. *Гончаров А. И.* / Алт. ун-т. — Барнаул. — 1990. — Деп. в ВИНТИ 08.02.90. — № 726-В90. — С. 25.
17. *Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Потаевский Л. П.* Квантовая электродинамика. — М.: Наука. — 1989. — С. 727.
18. *Байер В. Н., Катков В. М. Фадин В. С.* Излучение релятивистских электронов. — М.: Атомиздат. — 1973. — С. 376.
19. *Яновский Б. М.* Земной магнетизм. — Л.: Изд-во ЛГУ. — 1978. — С. 591.
20. *Lagutin A. A. et al.* // Nucl. Phys. B. (Proc. Suppl.) — 1998. — V. 60. — P. 161–167.
21. *Lagutin A. A. et al.* // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. — 2002. — V. 28. — P. 1259–1274.
22. *Lagutin A. A., Pljasheshnikov A. V., Uchaikin V. V. et al.* Proc. 17 ICRC (Paris). — 1981. — V. 5. — P. 202–205.