

А.А. Лагутин, А.В. Юшков

Валидация спектра мюонов на уровне моря по данным о потоках мюонов в грунте и воде

В работе представлен метод расчета характеристик мюонной компоненты на больших глубинах в поглотителе, заключающийся в численном решении сопряженного уравнения переноса. Проведен анализ сходимости метода, показано хорошее согласие полученных результатов с расчетами с использованием монте-карловских кодов MUM и MUSIC. На основании сопоставления полученных кривых поглощения мюонов в различных типах грунта и воде с экспериментальными данными сделан вывод о том, что дефицит потока мюонов на уровне моря, вычисленного с использованием данных прямых измерений спектров первичных ядер и современных, основанных на теории Грибова-Редже, моделей ядерных взаимодействий, составляет не менее 50% в диапазоне энергий 1–10 ТэВ.

Введение

Изучение характеристик мюонной компоненты космических лучей с помощью подземных и подводных детекторов является одним из наиболее важных косвенных методов установления поведения спектров первичного космического излучения (ПКИ) и сечений взаимодействий адрон-ядро, а с появлением данных прямых измерений потоков ПКИ на границе атмосферы, используется и для их валидации. Например, в работе коллаборации MACRO [1] с применением трех различных моделей взаимодействий — NEMAS, SYBILL и данных из [2] — было показано, что в рамках неопределенностей в указанных моделях восстановленный по кривой поглощения мюонов в грунте спектр первичных нуклонов не противоречит существовавшим в то время данным прямых измерений. Однако, в связи с непрерывным появлением новых данных баллонных и спутниковых экспериментов, и развитием микроскопических моделей адрон-ядерных взаимодействий необходимость в проведении такого анализа существует практически постоянно. Тем более что расчет, выполненный недавно в нашей работе [3], показал, что использование этих современных данных приводит к существенному > 25% дефициту расчетного вертикального потока мюонов на уровне моря для энергий $E_\mu > 100$ ГэВ. Большинство измерений в этом энергетическом диапазоне выполнено как раз на подземных установках, поэтому уточнение величины указанного разногласия можно произвести путем расчета кривой поглощения мюонов в различных типах грунта и воде и ее сопоставления с непосредственно измеренными в подземных экспериментах потоками мюонов, что позволит из-

бежать ошибок, вносимых процедурой пересчета от кривой “глубина-интенсивность” к спектру мюонов на поверхности земли. Для проведения такого анализа нами использован способ расчета вероятностей выживания мюонов, заключающийся в численном решении сопряженного уравнения переноса [4–8]. Данный метод позволяет учесть флуктуации потерь энергии мюонов во всех процессах, без приближений, и обеспечивает высокую точность (ошибка менее 1%) расчета интенсивности мюонов, поэтому дополнительный интерес представляет сопоставление наших результатов с результатами, полученными с помощью известных монте-карловских алгоритмов, таких как MUSIC [9] и MUM [10].

Структура работы следующая. В первой части мы кратко обсуждаем неопределенности во входных данных: спектре на уровне моря и потерях энергии мюонов. Вторая часть посвящена описанию численного метода решения сопряженных уравнений. В третьей части нами проведено сопоставление полученных вероятностей выживания и интенсивностей мюонов в пресной воде с данными кодов MUM [10] и MUSIC [9]. Результаты расчетов кривых поглощения мюонов в различных типах грунта и воде и их сопоставление с многочисленными данными подземных и подводных установок, а также выводы о поведении спектра мюонов на уровне моря и о величине дефицита расчетного потока мюонов, даны в части 4. Основные итоги работы приведены в заключении.

1. Спектр мюонов на уровне моря и потери энергии мюонов в веществе

Ввиду невозможности решения обратной задачи, установление формы спектра мюонов на

Работа поддержана грантами программы “Университеты России” № 02.01.001 и РФФИ № 04–02–16724.

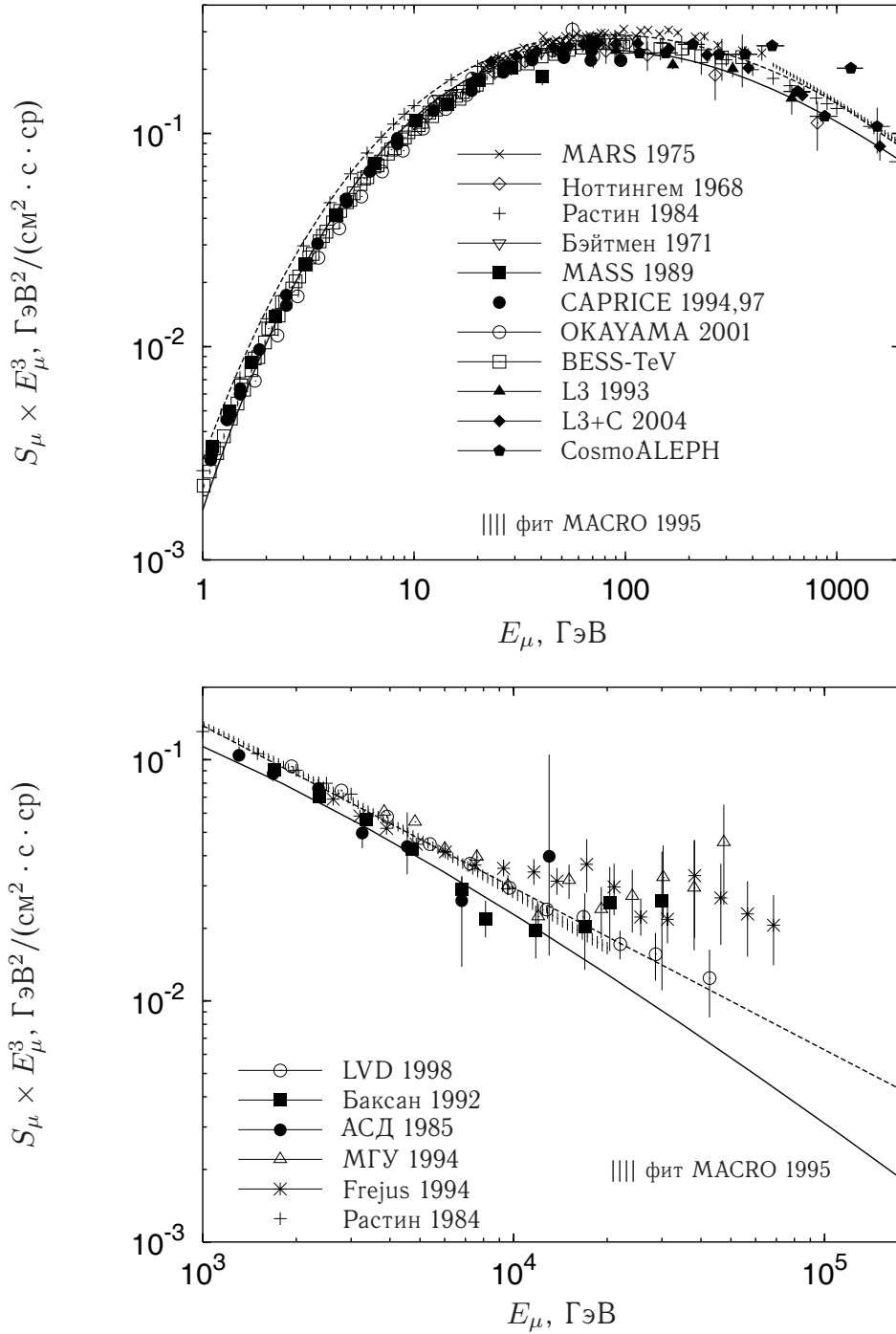


Рис. 1. Дифференциальный спектр мюонов на уровне моря. Экспериментальные данные: [11] MARS 1975, [12] Ноттингем 1968, [13] Растин 1984, [14] MASS 1989, [15] CAPRICE 1994,97, [16] OKAYAMA 2001, [17] BESS-TeV, [18] Бэйтмен 1971, [19] L3 1993, [20] L3+C 2004, [21] CosmoALEPH, [22] LVD 1998, [23] Баксан 1992, [24] АСД 1985, [25] МГУ 1994, [26] Frejus 1994, [1] фит MACRO 1995. Сплошная линия — расчет работы [3] с применением модели взаимодействий QGSJET (спектр НО), пунктирная линия — спектр из работы [27](БМН).

уровне моря по измеренной кривой поглощения в грунте в экспериментах MACRO и LVD [22] производилось подбором параметров A и γ в выражении вида

$$S_{\mu}(E_{\mu}, \cos \theta) = A \cdot E_{\mu}^{-\gamma} \times \left(\frac{1}{1 + \frac{1,1 E_{\mu} \cos \theta}{115 \text{ ТэВ}}} + \frac{0,054}{1 + \frac{1,1 E_{\mu} \cos \theta}{850 \text{ ТэВ}}} \right),$$

полученном для степенного спектра первичных нуклонов с постоянным показателем γ в предположении о справедливости фейнмановского скейлинга [2]. Поскольку наша задача состоит в установлении вида $S_{\mu}(E_{\mu})$ не по отдельному набору, а по всей совокупности имеющихся экспериментальных данных, использование такого подхода выглядит затруднительным. Поэтому мы решили использовать два пробных спектра на уровне моря. В качестве первого нами был выбран спектр, вычисленный в [3] и задающий нижнюю оценку имеющихся измерений (далее обозначаемый “НО”). Как показано в этой работе, для его расчета с применением QGSJET01 [28], VENUS [29] и других микроскопических моделей взаимодействий необходимо привлекать на $\gtrsim 25\%$ завышенный, по сравнению с данными прямых измерений, поток первичных нуклонов. На роль второго спектра, нами был выбран расчет работы [27] (далее “БМН”), хорошо согласующийся с экспериментальными данными на уровне моря для $E_{\mu} \gtrsim 100$ ТэВ. Как видно из рис. 1, он на $\sim 20\%$ превышает спектр НО в диапазоне энергий 1–10 ТэВ, следовательно для его получения необходимо использовать на $\sim 45\%$ завышенный поток первичных нуклонов в соответствующем интервале первичных энергий 10–1000 ТэВ.

Важным моментом, влияющим на точность расчета характеристик мюонов в грунте (воде), а следовательно и на процедуру восстановления спектра мюонов на уровне моря, являются существующие неопределенности в описании потерь энергии мюонов. Как показано в [9], введенная недавно в работе [30] поправка к сечению тормозного излучения на атомных электронах приводит к 7–8% уменьшению расчетной интенсивности мюонов в стандартном грунте для глубин 5–12 км в.э. Гораздо хуже, в сравнении с сечениями электромагнитных процессов, известно сечение фотоядерного взаимодействия мюонов. Существенные неопределенности сохраняются как в сечении поглощения реального фотона нуклоном $\sigma^{\gamma p}$, так и в описании структурной функции нуклона F_2 (см. [31]). Однако благодаря тому, что данное взаимодействие не является доминирующим, ошибка, вносимая этими обстоятельства-

ми в полные потери энергии мюонов, становится существенной лишь при $E_{\mu} \gtrsim 100$ ТэВ [31] и не оказывает влияния на точность расчета интенсивности мюонов для глубин ≤ 12 км в.э., где собрано подавляющее большинство экспериментальных данных. Поэтому в наших расчетах мы используем сечение фотоядерного взаимодействия мюонов из работы [32], сечения остальных процессов взяты из [30, 33–35].

В целом, как показывает обсуждение, проведенное в работе [31], даже в случае “идеальной” среды с полностью определенными характеристиками, потери энергии в настоящее время известны с точностью не лучшей, чем 1% для мюонов с $E_{\mu} < 1$ ТэВ. Для больших энергий и реальных сред эта погрешность только увеличивается [36, 37] и вносит доминирующую, по сравнению с внутренними погрешностями алгоритмов, и растущую с глубиной ошибку в расчеты характеристик мюонной компоненты. Как видно из таблицы 1, полные потери энергии мюонов в пресной воде, полученные нами с использованием сечений взаимодействий [30, 32–35], при $E_{\mu} \geq 1$ ТэВ приблизительно на 1% меньше потерь, используемых в коде MUM [38].

2. Численный метод решения уравнения переноса

Для расчета характеристик мюонов в грунте и воде мы используем подход, заключающийся в численном решении сопряженного уравнения переноса [4–8]. В одномерном случае, в пренебрежении рассеянием мюонов, данное уравнение имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \bar{q}(t, E)}{\partial t} + \sigma \bar{q}(t, E) - \sum_{\beta} \int_{E_{\text{th}}}^E dE' W_{\beta}(E \rightarrow E') \bar{q}(t, E') = D(t, E). \quad (1)$$

Здесь $\bar{q}(t, E)$ — линейная детерминированная ценность, т.е. средний вклад в показания детектора от мюона с энергией E , рожденного на расстоянии t от детектора, σ — полное сечение взаимодействия, $W_{\beta}(E \rightarrow E')$, $\beta = i, r, p, h$ — дифференциальные сечения для процессов ионизации, тормозного излучения, образования пар и фотоядерного взаимодействия соответственно, $D(t, E)$ — функция чувствительности детектора. Для детектора, измеряющего интенсивность мюонов на заданной глубине с $E \geq E_{\text{th}}$, она имеет вид: $D(t, E) = \delta(t - t_0)H(E - E_{\text{th}})$, а для детектора, измеряющего энергию: $D(t, E) =$

Таблица 1

Потери энергии мюона в пресной воде. Индексы i , r , p , h обозначают потери на ионизацию, тормозное излучение, образование пар и фотоядерное взаимодействие соответственно

Потери		Е, ГэВ			
		10^2	10^3	10^4	10^5
β_i , $\text{МэВ} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{г}^{-1}$	данная работа [38]	2,77	3,02	3,29	3,59
		2,79	3,05	3,32	3,63
$b_p \cdot 10^6$, $\text{см}^2 \cdot \text{г}^{-1}$	данная работа [38]	1,11	1,51	1,66	1,69
		1,10	1,49	1,65	1,69
$b_r \cdot 10^6$, $\text{см}^2 \cdot \text{г}^{-1}$	данная работа [38]	0,76	1,04	1,18	1,23
		0,85	1,08	1,20	1,25
$b_h \cdot 10^7$, $\text{см}^2 \cdot \text{г}^{-1}$	данная работа [38]	4,20	4,23	4,75	5,72
		4,04	4,28	4,86	5,86
Полные потери, $\text{МэВ} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{г}^{-1}$	данная работа [38]	3,00	5,99	36,44	352,8
		2,99	6,05	36,68	356,2

Таблица 2

Потери энергии мюона в стандартном грунте. Обозначения таблицы 1

Потери	Е, ГэВ			
	10^2	10^3	10^4	10^5
β_i , $\text{МэВ} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{г}^{-1}$	2,43	2,66	2,91	3,19
$b_p \cdot 10^6$, $\text{см}^2 \cdot \text{г}^{-1}$	1,56	2,10	2,29	2,34
$b_r \cdot 10^6$, $\text{см}^2 \cdot \text{г}^{-1}$	1,08	1,46	1,65	1,71
$b_h \cdot 10^7$, $\text{см}^2 \cdot \text{г}^{-1}$	4,10	4,13	4,63	5,54

$E\delta(t - t_0)H(E - E_{\text{th}})$, где

$$H(E - E_{\text{th}}) = \begin{cases} 1, & E \geq E_{\text{th}}, \\ 0, & E < E_{\text{th}}. \end{cases}$$

Уравнение для среднеквадратичного угла рассеяния мюонов также имеет вид, аналогичный (1), с правой частью равной $\langle \theta_s^2 \rangle \bar{q}(t, E)$ [39].

Таким образом, для расчета характеристик мюонной компоненты в поглотителе необходимо решать уравнение

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \sigma(t, E) \right] q(t, E) - \int_{E_{\text{th}}}^E dE' W(E \rightarrow E') q(t, E') = Q(t, E) \quad (2)$$

с известной правой частью и граничным условием в точке $t = 0$. Для этого мы используем численный метод, развитый в работах [4–8].

Выберем на оси возрастающую последовательность точек $E_0 (E_0 = E_{\text{th}})$, E_1, \dots, E_k, \dots . Полагая в (2) $E = E_k$, получим

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \sigma(t, E_k) \right] q(t, E_k) - \int_{E_{\text{th}}}^{E_k} dE' W(E_k \rightarrow E') q(t, E') = Q(t, E_k) \quad (3)$$

При $k = 0$ интеграл в (3) обращается в нуль и мы имеем

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \sigma(t, E_0) \right] q(t, E_0) = Q(t, E_0).$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$q(t, E_0) = q(0, E_0) \exp \left\{ - \int_0^t \sigma(t', E_0) dt' \right\} + \int_0^t Q(\tau, E_0) \exp \left\{ - \int_\tau^t \sigma(t', E_0) dt' \right\} d\tau$$

Решение уравнения в следующей точке,

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \sigma(t, E_1) \right] q(t, E_1) - \int_{E_{th}}^{E_1} dE' W(E_1 \rightarrow E') q(t, E') = Q(t, E_1),$$

можно найти лишь приближенно, воспользовавшись, например, линейной аппроксимацией $q(t, E')$ на отрезке $[E_0, E_1]$. Это приближенное значение $q(t, E_1)$ обозначим через $q_1(t)$. Следующее значение можно найти аналогичным образом, опираясь на полученные выше значения $q_0(t)$ и $q_1(t)$ и применив теперь уже квадратичную интерполяцию функции $q(t, E)$ в каждом из интервалов $[E_0, E_1]$ и $[E_1, E_2]$. При вычислении $q_3(t)$ можно использовать интерполяцию полиномом 3-й степени и т.д. Отметим, однако, что описать решение (2) с помощью одного полинома в широкой области изменения энергетической переменной практически невозможно. Более простым и устойчивым способом аппроксимации является кусочно-полиномиальная. Применение ее к уравнению (2) выглядит следующим образом [6]: назначается максимальная степень используемых полиномов N и при $k \geq N$ для вычисления используются только $N + 1$ узловые точки: E_{i-N}, \dots, E_N , если $i \geq N$ и E_0, \dots, E_N , если $i < N$. Если же $k < N$, то решение в точках $k + 1, \dots, N$ еще отсутствует и степень интерполяции полинома понижается до k , а в качестве узловых используются точки E_0, \dots, E_k . Таким образом, степень интерполяционного полинома, аппроксимирующего функцию $q(t, E)$ под интегралом

$$I_{ki} = \int_{E_{i-1}}^{E_i} dE' W(E_k \rightarrow E') q(t, E')$$

определяется формулой $n(k, i) = \min\{k, N\}$, а номер крайнего правого узла интерполяции

$$m(k, i) = \begin{cases} n(k, i), & i < N \\ i, & i \geq N. \end{cases}$$

Используя для интерполяции полиномы Лагранжа

$$L_{ij}^n(E) = \prod_{\substack{r=0 \\ r \neq m-j}}^n (E - E_{m-r}) / (E_j - E_{m-r}), \quad E \in \Delta E_i$$

представим решение $q(t, E)$ на i -том отрезке в виде

$$q(t, E) = \sum_{j=m-n}^m L_{ij}^n(E) q(t, E_j),$$

Интегральный член уравнения (3) примет вид

$$\begin{aligned} & \int_{E_0}^{E_k} dE' W(E_k \rightarrow E') q(t, E') = \\ & = \sum_{i=1}^k \int_{E_{i-1}}^{E_i} dE' W(E_k \rightarrow E') \times \\ & \times \left[\sum_{j=m-n}^m L_{ij}^n(E) q(t, E_j) \right] = \sum_{i=1}^k a_{ki} q(t, E_i), \end{aligned}$$

где коэффициенты a_{kj} , зависящие от инклюзивных операторов, определяются выражением

$$\begin{aligned} a_{kj} &= \sum_{i=1}^k \Delta_{kij} \sum_{s=m-n}^m \delta_{sj}, \\ \Delta_{kij} &= \int_{E_{i-1}}^{E_i} dE' W(E_k \rightarrow E') L_{ij}^n(E'). \end{aligned} \quad (4)$$

С учетом последнего равенства уравнение (3) примет вид:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + A_k \right] q_k(t) - \sum_{i=1}^{k-1} a_{ki} q_i(t) = Q_k(t), \quad (5)$$

где $A_k(t) = \sigma_k(t) - a_{kk}$, $q_k(t) \equiv q(t, E_k)$.

Вводя последовательность глубин t_l ($l = 0, 1, \dots; \Delta t = t_{l+1} - t_l$) и обозначения

$$q_{k,l} \equiv q_k(t_l), \quad Q'_k(t) = Q_k(t) + \sum_{i=1}^{k-1} a_{ki} q_i(t),$$

запишем решение уравнения (5), рассматривая значение $q_{k,l-1}$ в качестве граничного условия:

$$\begin{aligned} q_{k,l} &= q_{k,l-1} \exp \left\{ - \int_{t_{l-1}}^{t_l} A_k(t') dt' \right\} + \\ &+ \int_{t_{l-1}}^{t_l} Q'_k(\tau) \exp \left\{ - \int_\tau^{t_l} A_k(t') dt' \right\} d\tau \end{aligned} \quad (6)$$

Таким образом, мы приходим к следующей схеме решения уравнения (2). Используя граничное условие $q_{0,0}$ и правые части $Q'_0 = Q_0(t)$, по формуле (6) находим значение $q_{0,l}$ для l от 1 до некоторого значения L . Полагая затем в (6) $k = 1$ и используя найденные значения $q_{0,l}$, получаем $q_{1,l}$ для той же области изменения l . Повторим эту процедуру до $k = k_{max}$, вновь возвращаемся к $k = 0$ и строим аналогичным образом решения в области $L+1 < l < 2L$, используя $q_{k,L}$ в качестве граничных условий и т.д.

Участвующие в расчете коэффициенты (4) могут быть вычислены предварительно (численными методами), а выполнение интегрирования в (6) удобно провести, аппроксимируя подынтегральные функции подходящими полиномами степени L .

При проведении этих расчетов мы полагали $L = 1$, а в качестве аппроксимирующих полиномов использовали эрмитовы кубические сплайны $S_{3,2}(x)$ (кубические интерполяционные сплайны дефекта 2) [40].

Если в узлах сетки $\Delta : a = x_1 < x_2 < \dots < x_n = b$ заданы значения некоторой функции $y(x)$ и ее производной $y'(x)$, то эрмитовым кубическим сплайном называют функцию $S_{3,2}(x)$, удовлетворяющую условиям [40]:

1. на каждом промежутке $[x_i, x_{i+1}]$

$$S_{3,2}(x) = d_{i0} + d_{i1}(x - x_i) + d_{i2}(x - x_i)^2 + d_{i3}(x - x_i)^3; \quad (7)$$

- 2.

$$S_{3,2}(x_i) = y_i, \quad S'_{3,2}(x_i) = y'_i, \quad i = 0, \dots, n. \quad (8)$$

После вычисления коэффициентов d_{ij} исходя из условий интерполяции (8), нетрудно получить:

$$S_{3,2}(x) = \varphi_1(\xi)y_i + \varphi_2(\xi)y_{i+1} + \varphi_3(\xi)h_i y'_i + \varphi_4(\xi)h_i y'_{i+1}. \quad (9)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \xi &= (x - x_i)/h_i, \\ h_i &= x_{i+1} - x_i, \\ \varphi_1(\xi) &= (1 - \xi)^2(1 + 2\xi), \\ \varphi_2(\xi) &= \xi^2(3 - 2\xi), \\ \varphi_3(\xi) &= \xi(1 - \xi)^2, \\ \varphi_4(\xi) &= \xi^2(1 - \xi). \end{aligned}$$

Аппроксимируя подынтегральную функцию в (6) сплайном $S_{3,2}$ в соответствии (9) при $A_k = \text{const}$,

например, находим:

$$\begin{aligned} \int_{t_{l-1}}^{t_l} dx \exp\{-A_k(t_l - x)\} Q'_k(x) &= \\ &= \int_{t_{l-1}}^{t_l} dx S_{3,2}(x) = (t_l - t_{l-1})(f_l + f_{l-1})/2 + \\ &\quad + (t_l - t_{l-1})^2(f'_{l-1} - f'_l)/12, \quad (10) \end{aligned}$$

где

$$f_{l-1} = \exp\{-A_k(t_l - t_{l-1})\} Q'_k(t_{l-1}), \quad f_l = Q'_k(t_l),$$

$$\begin{aligned} f'_{l-1} &= A_k f_{l-1} + \exp\{-A_k(t_l - x)\} \times \\ &\quad \times \sum_{i=1}^{k-1} a_{ki} (\partial q_i / \partial x)|_{x=t_{l-1}}, \quad (11) \end{aligned}$$

$$f'_l = A_k f_l + \sum_{i=1}^{k-1} a_{ki} (\partial q_i / \partial x)|_{x=t_l},$$

Из (10-11) видно, что для вычисления интеграла необходимы производные $(\partial q_k / \partial x)|_{x=t_l, x=t_{l-1}}$. Они могут быть найдены по известным q_k с помощью уравнения (5):

$$\left(\frac{\partial q_k}{\partial x} \right) \Big|_{x=t_l} = Q'_k(t_l) - A_k q_{k,l},$$

$$\left(\frac{\partial q_k}{\partial x} \right) \Big|_{x=t_{l-1}} = Q'_k(t_{l-1}) - A_k q_{k,l-1}.$$

3. Анализ сходимости расчетной схемы и сопоставление с результатами монте-карловских программ

Исследование сходимости представленной схемы проводилось следующим образом. Вначале, для логарифмически равномерного разбиения по энергии $E_{i+1}/E_i = 10^{1/N_E}$ с заданным N_E , производилось вычисление коэффициентов a_{ki} . После этого, выполнялся ряд коротких тестовых расчетов вероятности выживания по формуле (6) для определения значения шага по глубине Δt . Как показали эти тесты, вероятности выживания $P_\mu(t, E)$ перестают изменяться при шаге $\Delta t \leq 2$ г/см² для $N_E = 50$, для $N_E = 800$ необходимо брать $\Delta t \leq 1$ г/см². Таким образом, результаты наших расчетов зависят только от числа разбиений на порядок по энергии. Мы последовательно удваивали N_E , начиная с $N_E = 50$ до значения $N_E = 800$, которое обеспечивает 1% точность

вычисления интенсивности мюонов. Результаты данного исследования представлены на рис. 2, 3.

Обсудим сначала поведение вероятностей выживания. Чтобы провести сопоставление с расчетами, выполненными с помощью кода MUM, на рис. 2 мы приводим вероятности выживания для тех же, что и в работе [10], начальных энергий мюонов и глубин в пресной воде. Сплошные линии на рисунке обозначают коридор, полученный в [10] путем $\pm 1\%$ варьирования полных потерь энергии мюонов, т.е. погрешность расчетов, обусловленную неопределенностью в сечениях взаимодействий. Точечной линией показан результат для ионизации, включенной в непрерывные потери энергии (НПЭ) и $\nu_{cut}=10^{-4}$ в остальных процессах. Чтобы оценить величину погрешности, вносимой использованием этого приближения с помощью нашего метода, необходимо произвести простое обобщение расчетной схемы с учетом того, что в уравнении (2) появится новое слагаемое $\beta_i(E)\partial\bar{q}(t, E)/\partial E$ и исчезнет соответствующий интеграл столкновений. Такие вычисления представлены на рис. 2, 3 пустыми кружками, а результаты, полученные с учетом флуктуаций во всех потерях энергии, показаны черными кружками. Из приведенных данных видно, что наш метод достаточно быстро сходится и, за исключением малых вероятностей выживания, разница между расчетами для 400 и 800 групп составляет десятые доли процента. Принимая во внимание $\sim 1\%$ отличие в потерях энергии, можно констатировать, что наш расчет находится в хорошем согласии с расчетом работы [10]. Как и следовало ожидать, неучет флуктуаций в ионизационных потерях наибольшим образом сказывается на $P_\mu(t, E)$ мюонов с энергиями < 10 ТэВ, для которых эти потери доминируют на значительной части пути, и приводит к занижению вероятностей выживания на последнем отрезке траектории. Интересно отметить полное совпадение описанной качественной картины влияния этого приближения на расчеты характеристик мюонов с полученной с помощью кода MUM [10].

Представленные на рис. 2 данные свидетельствуют о том, что наш метод не обеспечивает достаточную точность расчета малых вероятностей выживания при $N_E = 800$ и что приближение НПЭ также вносит существенную ошибку. Однако, как видно из рис. 3, эти погрешности оказывают лишь слабое влияние на точность вычисления интенсивности мюонов (расчет для спектра из работы [38]). Изменение результата при переходе от 400 к 800 разбиениям на порядок по энергии ведет к менее, чем 1% изменению I_μ для всех глубин, а приближение НПЭ на ионизацию

приводит, как и в [10], всего к 2–3% занижению интенсивности мюонов. Объясняется это двумя обстоятельствами. Первое, отмеченное в [10], то, что погрешности в расчете $P_\mu(t, E)$ имеют разные знаки для различных энергий мюонов на заданной глубине, т.е. и малое число групп, и приближение НПЭ приводят к завышению больших вероятностей выживания и занижению малых, поэтому данные погрешности частично компенсируются при интегрировании по спектру мюонов. Второе обстоятельство можно понять из рис. 4, где представлена зависимость вероятности выживания мюонов в пресной воде от энергии для глубин от 1 до 20 км. Точки на кривых соответствуют энергиям E_μ^* , определяемым соотношением

$$\alpha I_\mu = \int_{E_{th}}^{E_\mu^*} P_\mu(t, E) S_\mu(E) dE,$$

где $\alpha=0,05$, $0,5$ и $0,95$ для нижней, средней и верхней точек соответственно. Как видно из этого рисунка, мюоны с малыми вероятностями выживания на самом деле практически не дают вклада в интегральную интенсивность для глубин $\lesssim 12$ км в.э., лишь с этой глубины мюоны с $P_\mu(t, E) < 1\%$ начинают существенно влиять на расчет интенсивности мюонов.

На следующем рис. 5 представлено сопоставление наших расчетов для $N_E = 800$ с вероятностями выживания, полученными с помощью кода MUSIC (данные взяты из работы [10], в которой показано, что вероятности выживания, полученные с помощью MUM и MUSIC совпадают в пределах статистических погрешностей). Данное сопоставление также свидетельствует об удовлетворительном, с учетом 1% отличия в потерях энергии, согласии результатов.

Таким образом, проведенное рассмотрение показывает, что предложенный метод обеспечивает $\sim 1\%$ точность расчета интегральных характеристик мюонной компоненты на больших глубинах в поглотителе уже при $N_E = 400$. Зависимость результатов от шага по глубине при выборе $\Delta t \lesssim 1 - 2$ г/см² отсутствует. Из обсуждения, проведенного в части 1 и из рис. 3 видно, что достигнутая точность расчета интенсивности мюонов более чем достаточна, поскольку неопределенности в исходном спектре, потерях энергии мюонов и свойствах грунта над установками вносят на порядок большую ошибку. Предваряя следующее обсуждение, отметим, что наш расчет дает верхнюю, по сравнению с MUM и MUSIC, оценку расчетной интенсивности мюонов на заданной глубине (см. рис. 3), что обусловлено на $\sim 1\%$ меньшими потерями энергии.

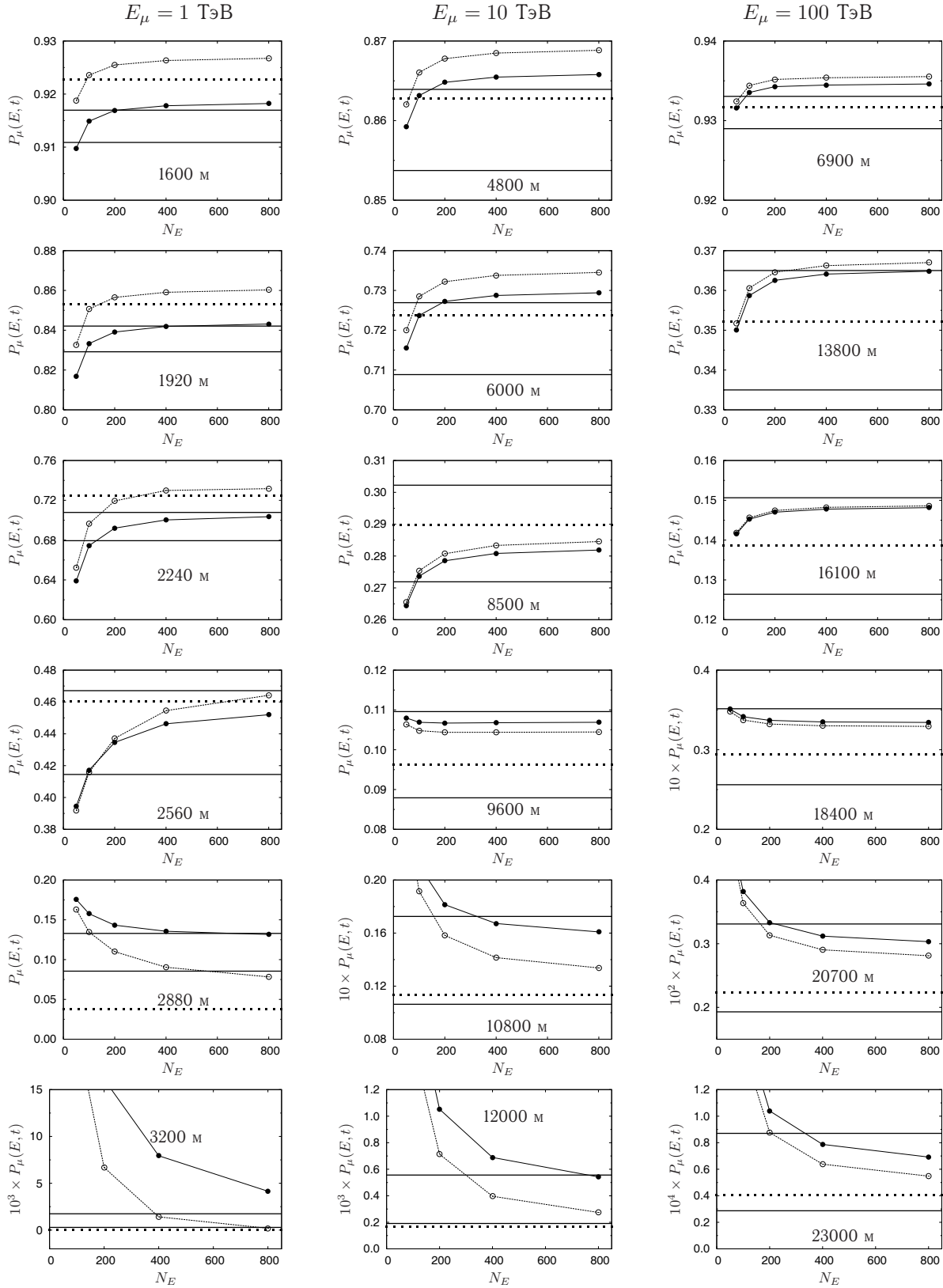


Рис. 2. Зависимость вероятности выживания мюонов в пресной воде от числа разбиений на порядок по энергии N_E : \bullet — учет флуктуаций во всех потерях энергии, \circ — расчет с непрерывными потерями на ионизацию. Сплошные и точечная линии — расчет с использованием кода MUM [10]. Подробности см. в тексте

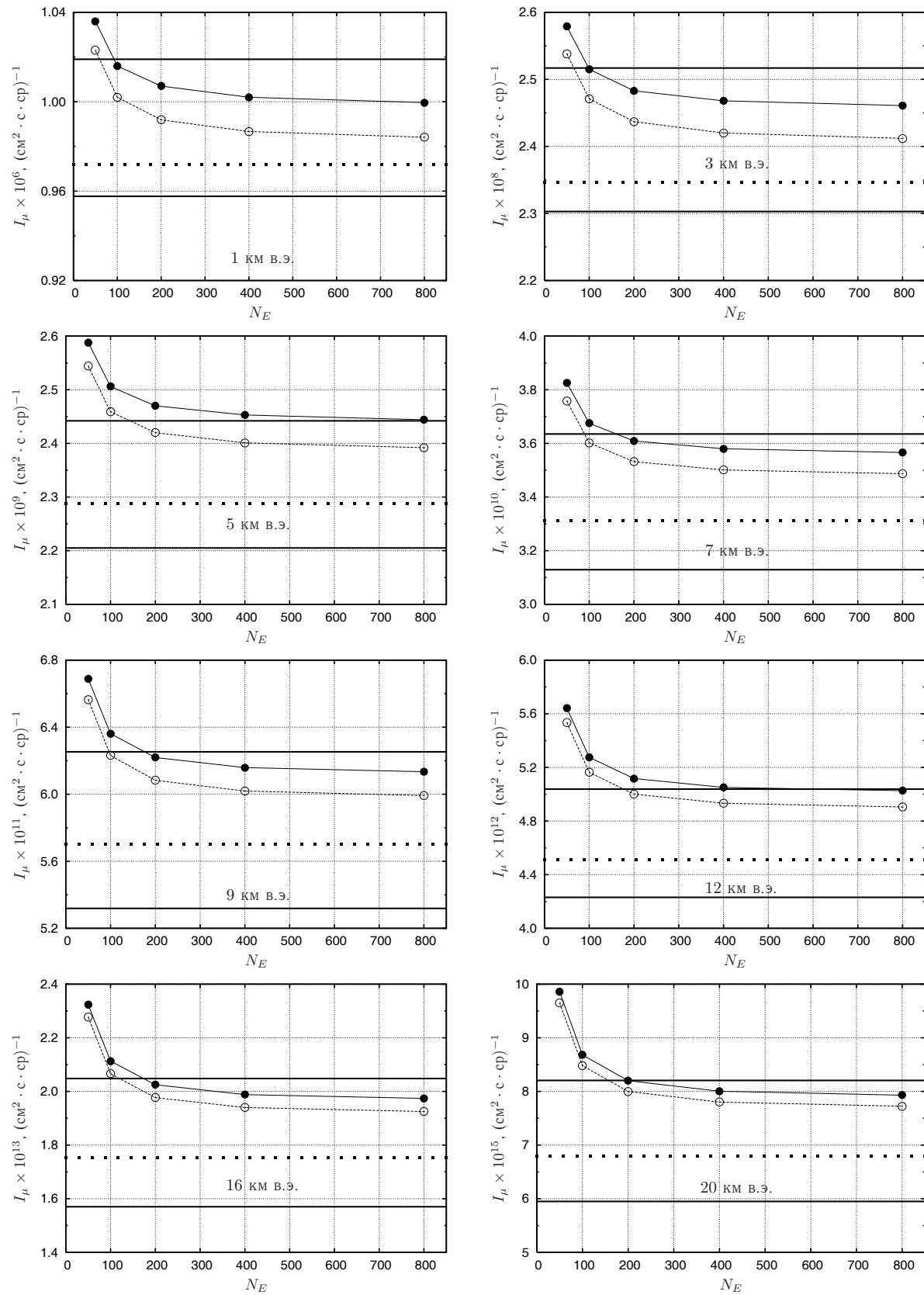


Рис. 3. Зависимость интенсивности мюонов на различных глубинах в пресной воде от числа разбиений на порядок по энергии N_E . Расчет для спектра из работы [38]. Остальные обозначения как на рис. 2

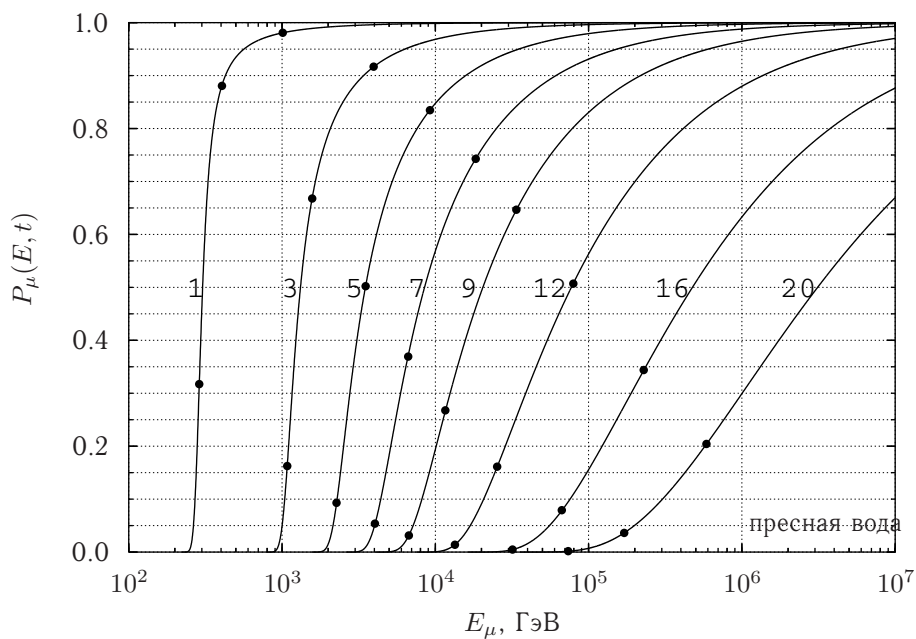


Рис. 4. Вероятности выживания мюонов в пресной воде. Цифры у кривых — глубина в километрах. Смысл точек на кривых следующий: нижняя и верхняя точки соответствуют энергиям, обеспечивающим 5% и 95% интенсивности мюонов на данной глубине, средняя точка — медианной энергии

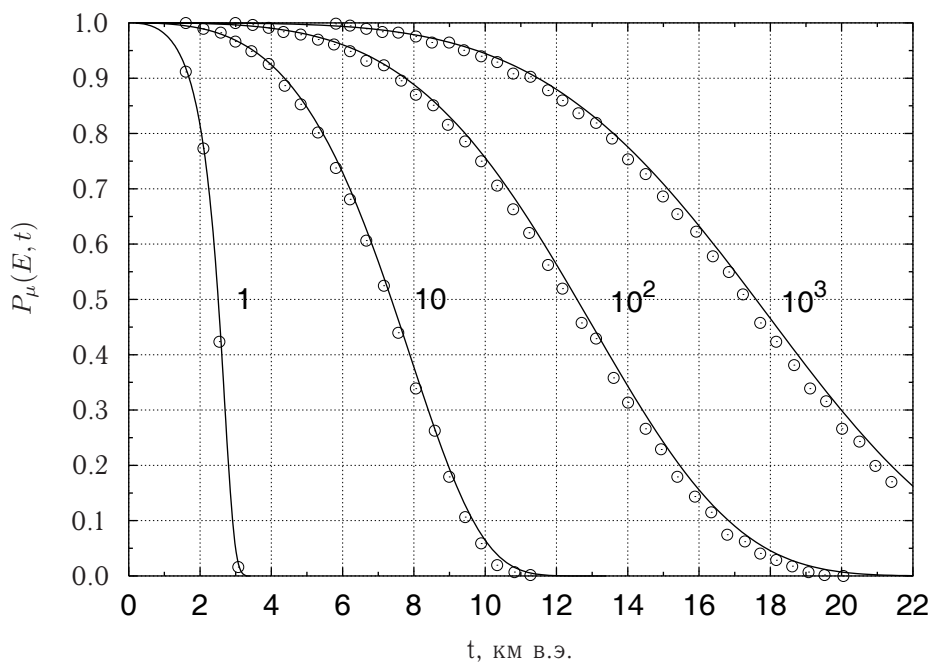


Рис. 5. Вероятности выживания мюонов в пресной воде. Сплошная линия — наш расчет, \circ — данные кода MUSIC [9]. Цифры у кривых — энергии мюонов в ТэВ

Все приведенные далее результаты расчетов интенсивности мюонов в различных типах грунта и пресной воде получены при $N_E = 800$ и $\Delta t = 1$ г/см².

4. Сопоставление с данными подземных экспериментов

Основной целью сопоставления расчетных кривых поглощения мюонов с данными подземных и подводных экспериментов является выяснение поведения спектра первичных нуклонов и спектров пионов и каонов в атмосфере. В работе [27] с применением данного подхода также проведено подробное рассмотрение предсказаний различных моделей генерации чарма и показано, что неопределенности в этих моделях и в экспериментальных данных настолько велики, что не позволяют отдать предпочтение какому либо из механизмов образования прямых мюонов. К сказанному следует добавить и неопределенность в спектрах ПКИ, поскольку результаты нашей работы [3] говорят о том, что сейчас практически нет данных, которые могли рассматриваться в качестве опорных даже при расчетах потоков мюонов начиная с энергий 100 ГэВ, а для энергий > 10 ТэВ, где становится существенен вклад чармированных частиц, соответствующие данные прямых измерений спектров ПКИ отсутствуют. В связи с этим, в данной работе мы будем рассматривать поведение спектров мюонов только в той области энергий, в которой экспериментальные данные достаточно однозначны для того, чтобы восстановить спектр первичных нуклонов. Сопоставление расчетной и измеренных кривых “глубина-интенсивность” позволит уточнить выводы относительно величины дефицита мюонов, полученные в [3], так как результаты некоторых подземных экспериментов либо не переведены к уровню моря, либо переведены не вполне корректно.

Анализ данных, представленных на рис. 6–9 позволяет сделать следующие выводы:

- а) хотя данные подводных (подледных) экспериментов не содержат методической ошибки, связанной с неточным знанием характеристик поглотителя над установкой и поэтому исследования спектра мюонов с их помощью считаются наиболее перспективными, неопределенность, существующая в них в настоящее время, не позволяет отдать предпочтение какому либо из используемых нами спектру мюонов;
- б) до глубин ~ 8 км в.э. спектр БМН хорошо описывает экспериментальные данные

установок KGF, LVD и данные, приведенные к стандартному грунту, хотя последнее и имеют достаточно большой разброс. Для больших глубин, соответствующих медианной энергии мюонов на уровне моря > 10 ТэВ, несогласованность измерений слишком велика, что не позволяет извлечь какую-либо определенную информацию о поведении спектра мюонов на уровне моря;

- в) спектр НО противоречит практически всем данным подземных экспериментов;
- г) хорошее согласие спектра БМН с данными LVD и KGF как в грунте, так и на уровне моря, свидетельствует о корректности применяемой в этих экспериментах процедуры пересчета от кривой “глубина-интенсивность” к спектру мюонов на поверхности. В то же время в эксперименте MACRO данная операция была выполнена неверно. Такой вывод следует из факта, что с использованием спектра мюонов на уровне моря [1] невозможно воспроизвести полученную в эксперименте MACRO кривую поглощения мюонов. Для этого необходимо привлекать больший поток мюонов на уровне моря, а это в свою очередь означает, что данные установки MACRO существенно противоречат прямым измерениям интенсивности мюонов установки L3+C в перекрывающемся диапазоне энергий, что лишний раз указывает на необходимость дальнейшего уточнения поведения спектра мюонов для энергий, больших нескольких сотен ГэВ.

Таким образом, проведенное рассмотрение показывает, что наилучшим образом экспериментальные данные подземных установок до глубин < 8 км в.э. описываются спектром БМН. Как отмечено в п. 1, этот спектр может быть получен только исходя из завышенного на $\sim 45\%$ потока первичных нуклонов. Принимая во внимание то, что наш расчет, ввиду заложенных более низких потерь энергии, дает верхнюю оценку интенсивности мюонов на заданной глубине по сравнению с кодами MUM и MUSIC, можно сделать вывод о том, что недооценка потока атмосферных мюонов, вычисленного с применением современных моделей адрон-ядерных взаимодействий и данных прямых измерений спектров первичных ядер, составляет величину порядка 50% в диапазоне энергий 1–10 ТэВ. Возможные причины, обуславливающие данное разногласие, подробно обсуждались нами в работах [3, 41].

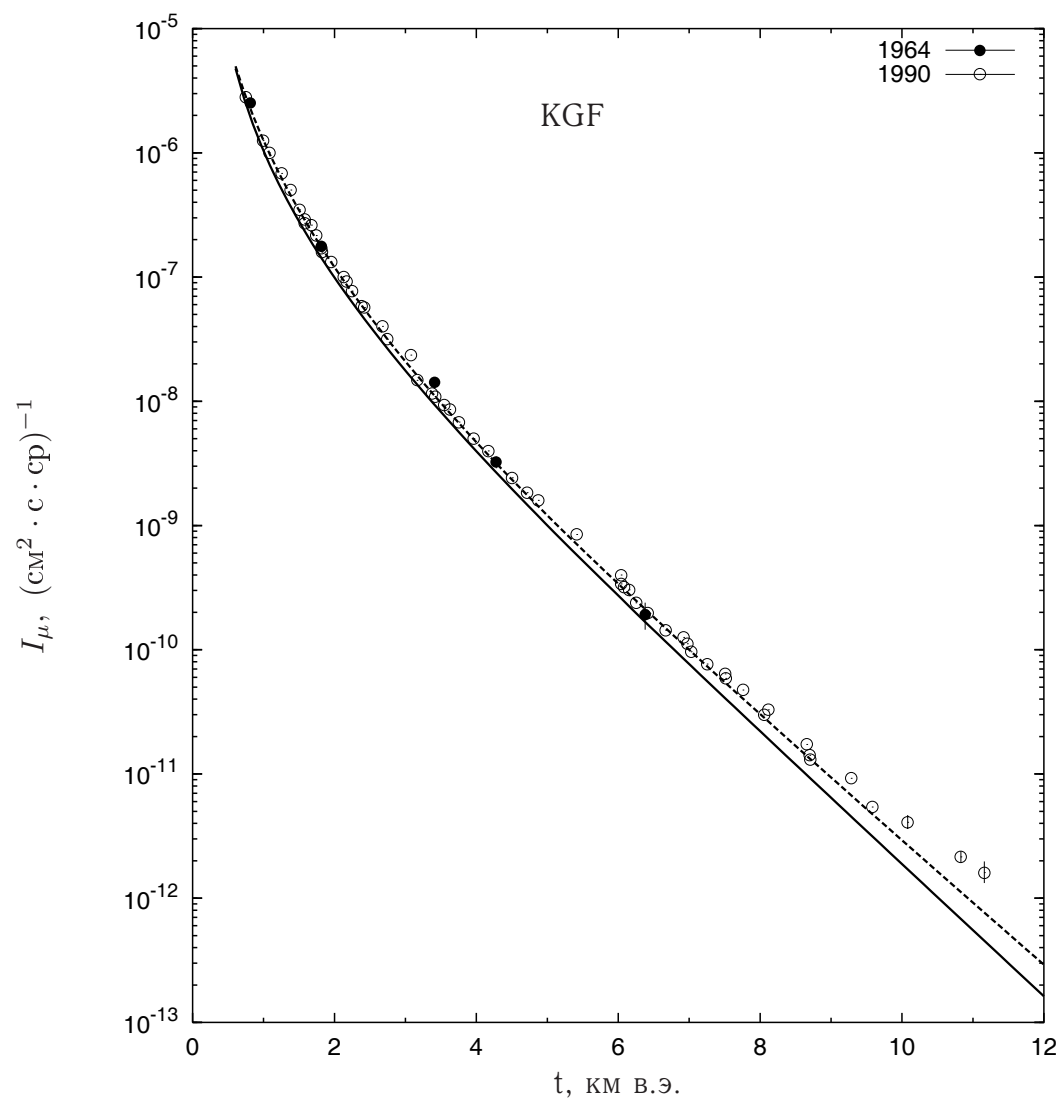


Рис. 6. Вертикальная интенсивность мюонов в грунте КГФ. Экспериментальные данные: 1964 — [42], 1990 — [43]. Кривые поглощения: пунктир — для спектра из [27], сплошная линия — для спектра работы [3]

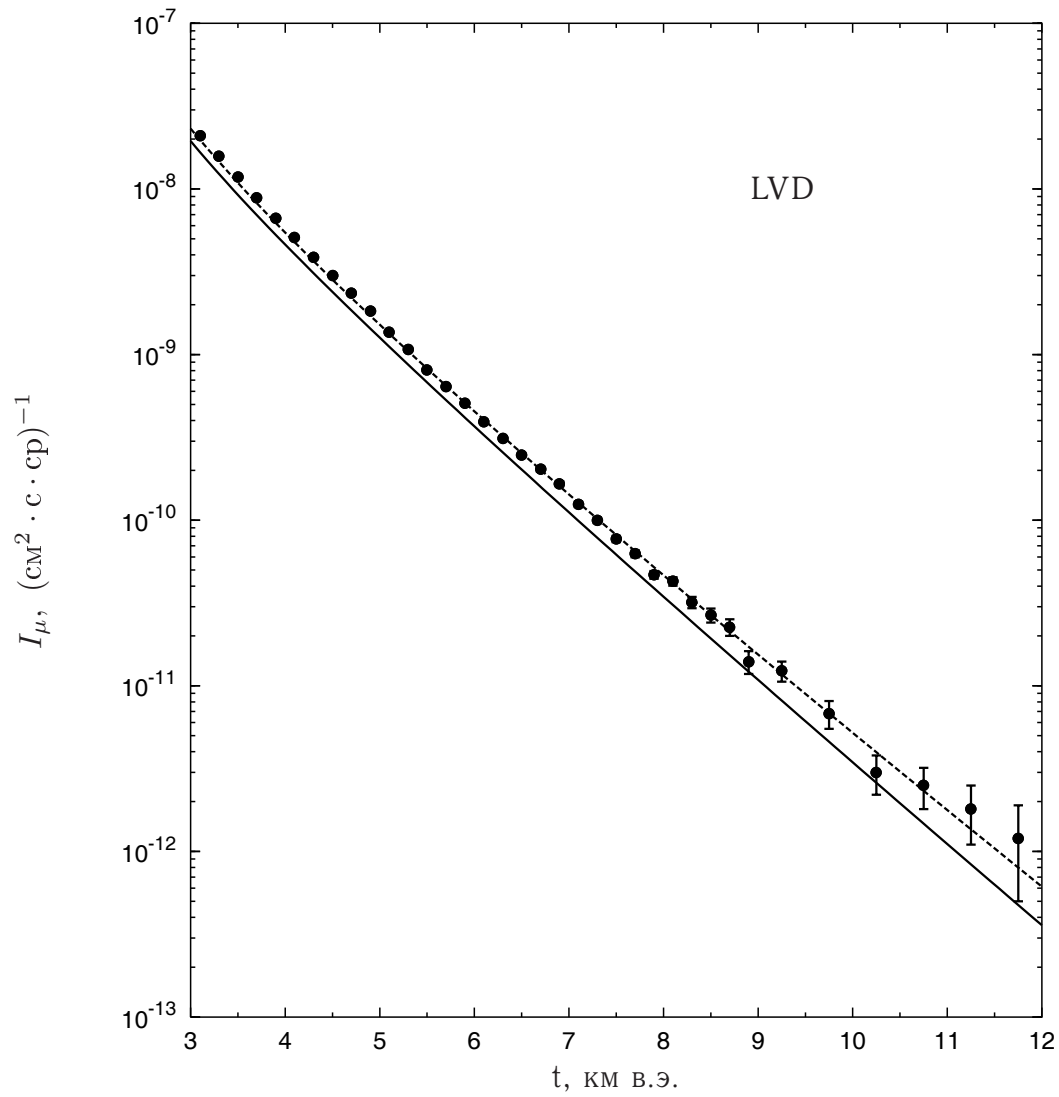


Рис. 7. Вертикальная интенсивность мюонов в грунте Гран Сассо. Экспериментальные данные из работы [22]. Остальные обозначения как на рис. 6

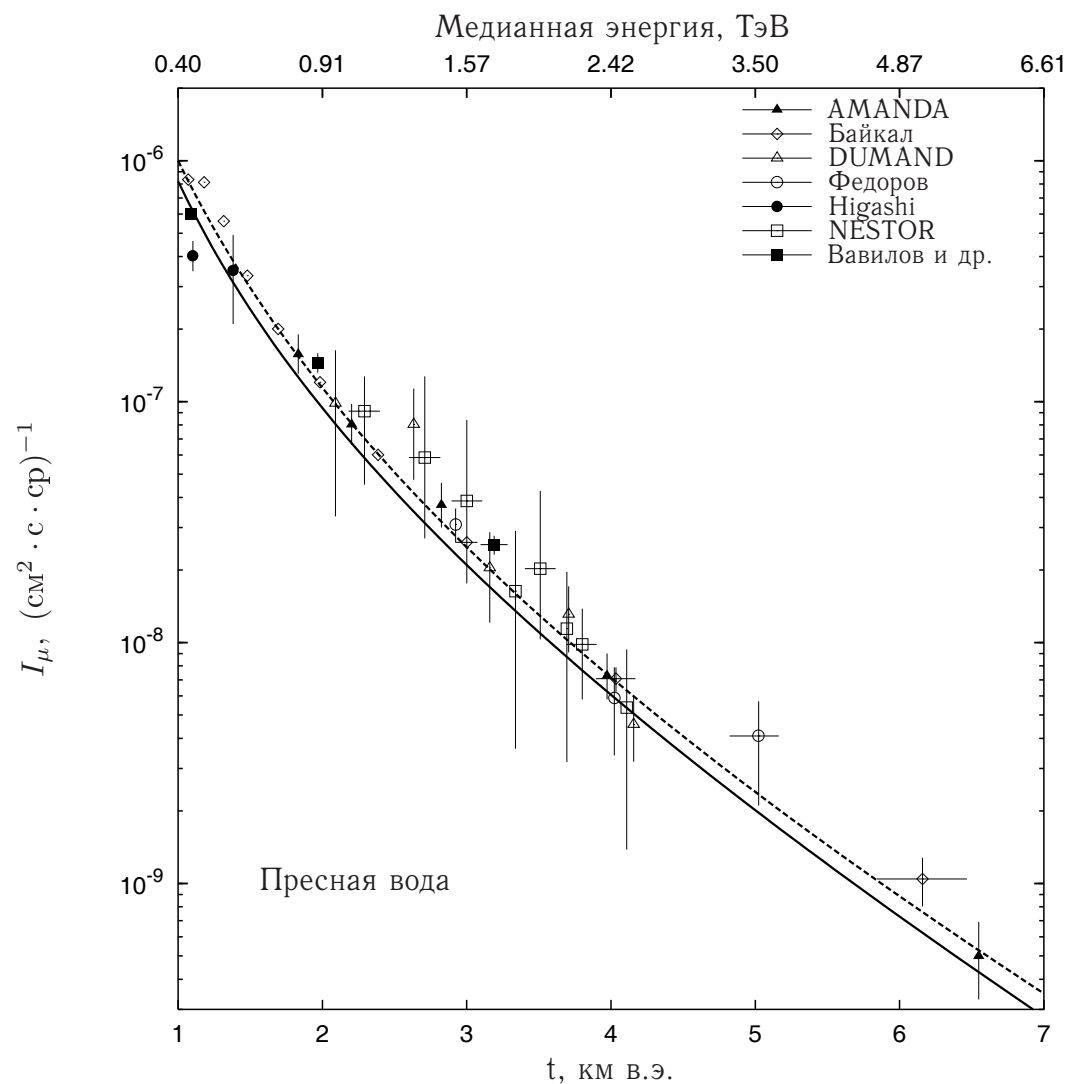


Рис. 8. Вертикальная интенсивность мюонов в воде. Экспериментальные данные: [44] AMANDA, [45] Baikal, [46] DUMAND, [47] Федоров, [48] Higashi, [49] NESTOR, [50] Вавилов и др. Медианная энергия приведена для спектра [27]. Остальные обозначения как на рис. 6

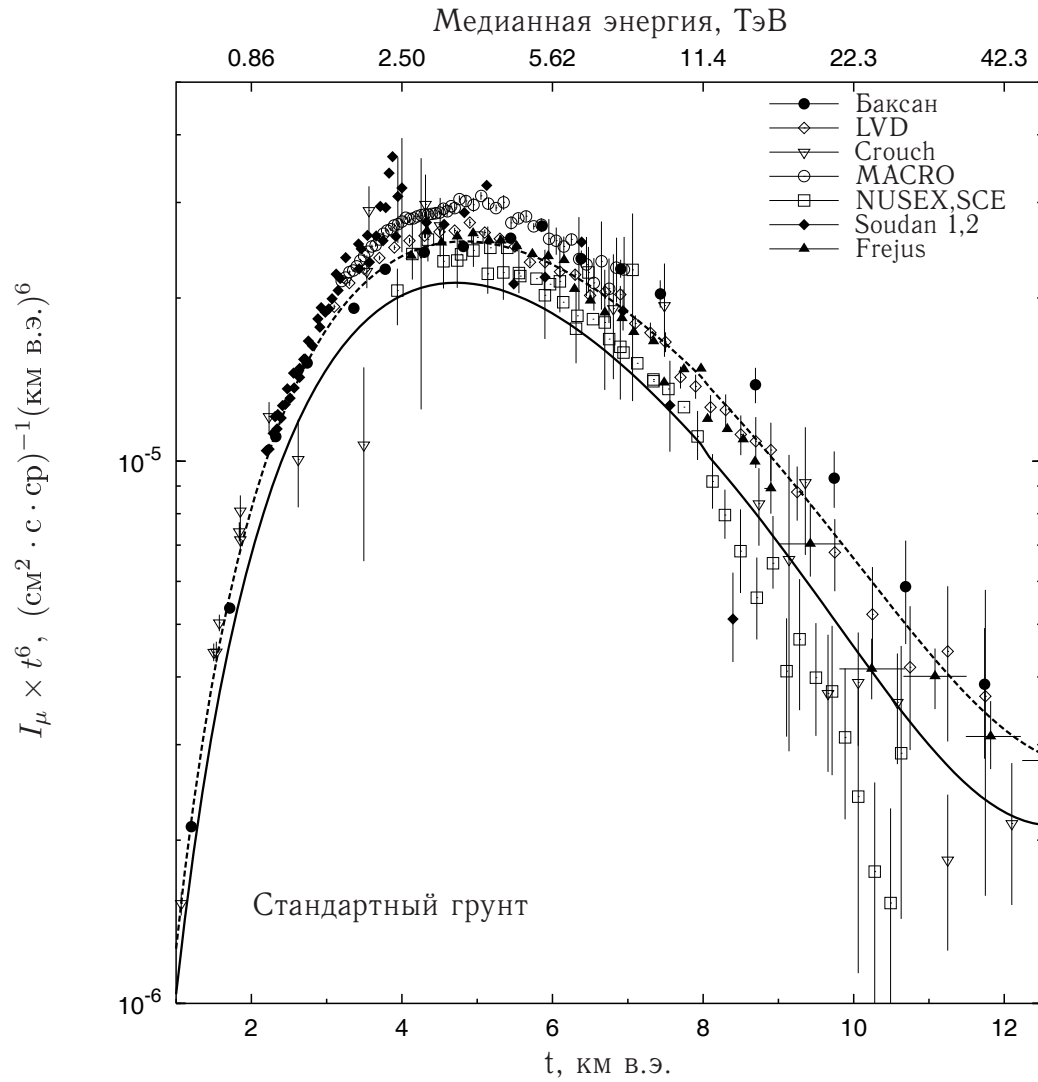


Рис. 9. Вертикальная интенсивность мюонов в стандартном грунте. Экспериментальные данные: [51] Баксан, [22] LVD, [52] Crouch, [1] MACRO, [53, 54] NUSEX, SCE, [55, 56] Soudan 1,2, [26, 57] Frejus. Медианная энергия приведена для спектра [27]. Остальные обозначения как на рис. 6

Заключение

Представленный в работе метод расчета характеристик мюонной компоненты на больших глубинах в поглотителе, заключающийся в численном решении сопряженного уравнения переноса, обладает двумя достоинствами: полный учет флуктуаций потерь энергии во всех процессах взаимодействий и высокая скорость счета. Проведенное сопоставление с результатами, полученными с помощью монте-карловских программ MUM и MUSIC еще раз продемонстрировало, что данная задача является одной из наиболее точно решаемых задач в физике космических лучей. Даже приближение непрерывного замедления при описании ионизационных потерь мюонов, применявшееся в ряде более ранних работ (см. библиографию в [8, 27, 58]), вносит лишь 2–3% погрешность в вычисления интенсивности мюонов. Таким образом, основной проблемой при восстановлении спектра мюонов на уровне моря является значительный разброс в существующих данных подземных и подводных установок, поэтому необходимо проведение новых, более точных наблюдений. Наиболее перспективны с этой точки зрения подводные и подледные эксперименты, лишенные существенной методической ошибки, связанной с неполным знанием свойств поглотителя. Тем не менее, несмотря на

указанную несогласованность, из сопоставления расчетных кривых поглощения с экспериментом можно сделать вывод о том, что использованный нами в качестве нижней оценки потока мюонов на уровне моря спектр [3], противоречит данным практически всех подземных установок, в то время как спектр мюонов, полученный в работе [27], хорошо согласуется с большинством измерений. Отсюда следует, что дефицит потока мюонов на уровне моря, рассчитанного с использованием данных прямых измерений спектров первичных ядер и современных, основанных на теории Грибова-Редже, моделей ядерных взаимодействий, составляет величину порядка 50% в диапазоне энергий 1–10 ТэВ. Причины возникновения данной проблемы подробно рассматривались нами в работах [3, 41].

Благодарности

Авторы благодарны Р.П. Кокоулину и В.А. Кудрявцеву, выполнившим по нашей просьбе вычисления вероятностей выживания мюонов в стандартном грунте. Эти данные изменили взгляд одного из авторов (А.А.Л.) на величину ошибки, вносимой в расчет интенсивности мюонов учетом ионизации в приближении НПЭ. Авторы также благодарят С.В. Еремеева за помощь в выполнении ряда расчетов.

Список литературы

1. *Ambrosio M., Antolini R., Aurimma G. et al.* Vertical muon intensity measured with MACRO at Gran Sasso laboratory // *Phys. Rev.* — 1995. — **D52**, № 7. — Pp. 3793–3802.
2. *Gaisser T. K.* Cosmic rays and particle physics. — Cambridge, UK: University Press, 1990.
3. *Lagutin A. A., Tyumentsev A. G., Yushkov A. V.* On inconsistency of experimental data on primary nuclei spectra with sea level muon intensity measurements // *J. Phys.* — 2004. — **G30**. — Pp. 573–596. — hep-ph/0402070.
4. *Uchaikin V. V., Pljasheshnikov A. V., Lagutin A. A. et al.* The calculational techniques of the fluctuation of the electron range corresponding to finite thickness layer // *Proc. of the 15th ICRC (Plovdiv)*. — 1977. — **7**. — Pp. 502–507.
5. *Учайкин В. В., Пляшешников А. В., Лагутин А. А. и др.* Численный метод расчета флуктуаций пробега заряженных частиц электромагнитного каскада в бесконечной среде // *Изв. вузов. Физика*. — 1978. — № 4. — С. 27–30.
6. *Pljasheshnikov A. V., Lagutin A. A., Uchaikin V. V.* The numerical method of solution of one-dimension cascade theory adjoint equations // *Proc. of the 16th ICRC (Kyoto)*. — 1979. — **7**. — Pp. 1–6.
7. *Лагутин А. А., Пляшешников А. В., Учайкин В. В.* Метод сопряженных уравнений в каскадной теории // *Изв. вузов. Физика*. — 1979. — № 10. — С. 111.
8. *Лагутин А. А., Литвинов В. А., Учайкин В. В.* Теория чувствительности в физике космических лучей. — Барнаул, (Изд-во АГУ), 1995.
9. *Antonoli P., Ghetti C., Korolkova E. V. et al.* A three-dimensional code for muon propagation through the rock: MUSIC // *Astropart. Phys.* — 1997. — **7**. — Pp. 357–368. — hep-ph/9705408.
10. *Sokalski I. A., Bugaev E. V., Klimushin S. I.* MUM: Flexible precise Monte Carlo algorithm

- for muon propagation through thick layers of matter // *Phys. Rev.* — 2001. — **D64**. — P. 074015. — hep-ph/0010322.
11. Ayre C. A., Baxendale J. M., Hume C. J. *et al.* Precise measurements of the vertical muon spectrum in the range 20–500 GeV/c // *J. Phys. G: Nucl. Phys.* — 1975. — **1**, № 5. — Pp. 584–600.
 12. Baber S. R., Nash W. F., Rastin B. C. The momentum spectrum of muons at sea-level in the range 3–1000 GeV/c // *Nucl. Phys. B.* — 1968. — **4**. — Pp. 539–558.
 13. Rastin B. C. An accurate measurements of the sea-level muon spectrum within the range 4 to 3000 GeV/c // *J. Phys. G: Nucl. Phys.* — 1984. — **10**. — Pp. 1609–1628.
 14. De Pascale M. P., Circella M., Cafagna F. *et al.* Cosmic-ray muon spectrum in the atmosphere // *J. Geophys. Res.* — 1993. — **98**, № A3. — Pp. 3501–3507.
 15. Kremer J., Boezio M., Ambriola M. L. *et al.* Measurements of ground-level muons at two geomagnetic locations // *Phys. Rev. Lett.* — 1999. — **83**, № 21. — Pp. 4241–4244.
 16. Tsuji S., Himei K., Katayama T. *et al.* Atmospheric muon measurements I: vertical measurements // Proc. of the 27th ICRC (Hamburg). — 2001. — **3**. — Pp. 931–934.
 17. Haino S., Sanuki T., Abe K. *et al.* Measurements of primary and atmospheric cosmic-ray spectra with the BESS-TeV spectrometer // *Phys. Lett., B.* — 2004. — **594**. — Pp. 35–46. — astro-ph/0403704.
 18. Bateman B. J., Cantrell W. G., Durda D. R. *et al.* Absolute measurement of the vertical cosmic ray muon intensity at 3–50 GeV/c near sea level // *Phys. Lett. B.* — 1971. — **36**, № 2. — Pp. 144–148.
 19. Bruscoli M., Pieri M. Measurement of cosmic muons with the L3 detector. — INFN, Sezione di Firenze, Prnote DFF 182/2/1993.
 20. Achard P., Adriani O., Aguilar-Benitez M. *et al.* Measurement of the atmospheric muon spectrum from 20 to 3000 GeV // *Phys. Lett. B.* — 2004. — **598**. — Pp. 15–32. — hep-ex/0408114.
 21. Zimmermann D., Grupen C., Kotaidis V. *et al.* The cosmic ray muon spectrum and charge ratio in CosmoALEPH // Proc. of the 28th ICRC (Tsukuba). — 2003. — Pp. 1183–1186.
 22. Aglietta M., Alpat B., Aleya E. D. *et al.* Muon “depth-intensity” relation measured by LVD underground experiment and cosmic-ray muon spectrum at sea level // *Phys. Rev.* — 1998. — **D58**. — Pp. 1–11. — hep-ex/9806001.
 23. Бакатанов В. Н., Новосельцев Ю. Ф., Новосельцева Р. В. и др. Интенсивность мюонов космических лучей и первичные нуклоны по данным Баксанского подземного сцинтилляционного телескопа // *ЯФ.* — 1992. — **55**. — С. 2107–2116.
 24. Еникеев Р. И., Зацепин Г. Т., Королькова Е. В. и др. Изучение мюонного спектра на глубине 570, м. в.э. под землей с помощью 100-тонного сцинтилляционного детектора // *ЯФ.* — 1988. — **47**. — С. 1044–1053.
 25. Зацепин Г. Т., Ильина Н. П., Калмыков Н. Н. и др. Энергетический спектр нуклонов ПКИ в области 20–400 ТэВ и генерация чарма по результатам мюонного эксперимента МГУ // *Изв. РАН. Сер. физ.* — 1994. — **58**, № 12. — С. 119–122.
 26. Rhode W. Measurements of the muon-flux with Frejus-detector // *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)*. — 1994. — **35**. — Pp. 250–253.
 27. Bugaev E. V., Misaki A., Naumov V. A. *et al.* Atmospheric muon flux at sea level, underground and underwater // *Phys. Rev.* — 1998. — **D58**. — Pp. 1–27. — hep-ph/9803488.
 28. Kalmykov N. N., Ostapchenko S. S., Pavlov A. I. Quark-gluon-string model and EAS simulation problems at ultra-high energies // *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)*. — 1997. — **52**. — Pp. 17–28.
 29. Werner K. Strings, pomerons, and the VENUS model of hadronic interactions at ultrarelativistic energies // *Phys. Rep.* — 1993. — **232**. — Pp. 87–299.
 30. Kelner S. R., Kokoulin R. P., Petrukhin A. A. Bremsstrahlung from muons scattered by atomic electrons // *Phys. Atom. Nucl.* — 1997. — **60**. — Pp. 576–583.
 31. Sokalski I. A., Bugaev E. V., Klimushin S. I. Accuracy of muon transport simulation. — hep-ph/0201122.
 32. Безруков Л. Б., Бугаев Э. В. Эффекты затенения нуклонов в фотон-ядерных взаимодействиях // *ЯФ.* — 1981. — **33**. — С. 1195–1207.
 33. Росси Б. Частицы больших энергий. — М.: ГИТТЛ, 1955.
 34. Штернхеймер Р. М. Взаимодействие излучения с веществом // Принципы и методы регистрации элементарных частиц (М.: ИИЛ, 1963). — 1963. — С. 9–110.

35. Kokoulin R. P., Petrukhin A. A. Analysis of the cross section of direct pair production by fast muons // Proc. of the 11th ICRC (Budapest). — 1969. — **4**. — Pp. 277–284.
36. Lagutin A. A., Uchaikin V. V., Yushkov A. V. Application of Markov model of random medium for the interpretation of experimental results on muon intensity measurements at underground installations // *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)*. — 2001. — **97**. — Pp. 271–273.
37. Lagutin A. A., Uchaikin V. V., Yushkov A. V. Muon transport in a random medium // Proc. of the 24th ICRC (Roma). — 1995. — **1**. — Pp. 605–608.
38. Klimushin S. I., Bugaev E. V., Sokalski I. A. On the parametrization of atmospheric muon angular flux underwater // *Phys. Rev.* — 2001. — **D64**. — P. 014016. — hep-ph/0012032.
39. Lagutin A. A., Yushkov A. V., Prokopets A. G. et al. Mean square scattering angle of muons at large depths in rock // *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)*. — 1999. — **75A**. — Pp. 321–323.
40. Завьялов Ю. С., Квасов Б. И., Мирошников В. Л. Методы сплайн-функций. — М.: Наука, 1980.
41. Лагутин А. А., Тюменцев А. Г., Юшков А. В. О причинах возникновения дефицита расчетного потока мюонов на уровне моря для $E_\mu \gtrsim 100$ ГэВ. — см. данный выпуск, с. 32–43.
42. Miyake S., Narasimham V. S., Ramanamurthy P. V. Cosmic-ray intensity measurements deep underground at depths of (800 – 8400) m, w. e. // *Nuovo cim.* — 1964. — **32**. — Pp. 1505–1523.
43. Ito N. Observation of cosmic rays and GUT signals at great underground depth // Proc. of international symposium on underground physics experiments (Tokyo, Japan) / Ed. by K. Nakamura. — 1990. — Pp. 101–125.
44. Hundertmark St. Up- and down-going muons in the AMANDA-B4 prototype detector // Proc. of the 26th ICRC (Salt Lake City). — 1999. — **2**. — Pp. 12–15.
45. Belolaptikov I. A., Bezrukov L. B., Borisovets B. A. et al. Analysis of muon events recorded with the NT-36 detector in Lake Baikal // Proc. of the 25th ICRC (Roma). — 1995. — **1**. — Pp. 536–539.
46. Babson J., Barish B., Becker-Szendy R. et al. Cosmic ray muons in the deep ocean // *Phys. Rev.* — 1990. — **D42**. — Pp. 3613–3620.
47. Fyodorov V. M. Muon registration under water in the ocean with a Cherenkov detector // *Nucl. Instrum. and Methods.* — 1986. — **A248**. — Pp. 221–223.
48. Higashi S., Kitamura T., Miyamoto S. et al. Cosmic-ray intensities under sea-water at depths down to 1400 m // *Nuovo cim.* — 1966. — **43A**, № 2. — Pp. 334–343.
49. Anassontzis E. G., Athanasopoulos C., Barone M. et al. Observation of cosmic rays and GUT signals at great underground depth // *Астрофизика и физика микромира (Иркутск, изд-во ИГУ) / Под ред. В. А. Наумова, Ю. В. Парфенова, С. И. Синеговского.* — 1998. — Pp. 105–114.
50. Вавилов Ю. Н., Трубкин Ю. А., Федоров В. М. Интенсивности космических мюонов на больших глубинах в грунте и воде и их энергетический спектр на уровне моря // *ЯФ.* — 1973. — **18**. — С. 844–853.
51. Andreyev Yu. M., Gurentsov V. I., Kogai I. M. Muon intensity from the Baksan underground scintillation telescope // Proc. of the 20th ICRC (Moscow). — 1987. — **6**. — Pp. 200–203.
52. Crouch M. An improved world survey expression for cosmic ray vertical intensity vs. depth in standard rock // Proc. of the 20th ICRC (Moscow). — 1987. — **6**. — Pp. 165–168.
53. Aglietta M., Badino G., Bologna G. et al. Primary cosmic ray spectrum in the 10^{13} eV to 10^{17} eV energy range from the analysis of multiple muon events in the NUSEX experiment // *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)*. — 1990. — **14**. — Pp. 193–204.
54. Castagnoli C., Saavedra O. Cosmic ray muon search at Mt. Blanc laboratory // *Nuovo Cim.* — 1986. — **C9**. — Pp. 111–140.
55. Ruddick K. Internal report No. PDK-435. — 1990.
56. Kasahara S. M. A study of cosmic ray composition in the knee region using multiple muon events in the Soudan 2 detector: Phd thesis / University of Minnesota. — 1997.
57. Berger C., Frohlich M., Monch H. et al. A Search for high-energy neutrinos from SN1987A, the Crab, Hercules X-1, and Cygnus X-3 with the Frejus detector // *Z. Phys.* — 1990. — **C48**. — Pp. 221–226.
58. Naumov V. A., Sinigovsky S. I., Bugaev E. V. High-energy cosmic ray muons under thick layers of matter. I. A Method to solve the transport equation. — INFN, Sezione di Firenze, Prnote DFF 179/1/1993.