

А.А. Лагутин, А.Г. Тюменцев  
Спектр электронов в Галактике

Рассматривается диффузия электронов высокой энергии в галактической среде, моделируемой средой фрактального типа. Получено выражение для энергетического спектра электронов в случае точечного источника со степенным спектром инжекции частиц с учетом потерь энергии на синхротронное излучение и обратный комптон-эффект при условии, что коэффициент аномальной диффузии степенным образом зависит от энергии. По экспериментальным данным установлено, что показатель спектра генерации электронов в молодых локальных источниках  $p \approx 2.85$

Наблюдения нетеплового радиоизлучения Галактики стимулировали исследования прохождения электронов высоких энергий через межзвездную среду. После основополагающей работы [1], где в диффузионном приближении установлены основные особенности модификации энергетического спектра электронов, инжектируемых источниками, проблема расчета спектра электронов обсуждалась в большом числе работ (см. например [2–10]).

В работе [9] наблюдаемый в экспериментах спектр электронов удалось описать в принятом приближении нормальной диффузии при спектре генерации частиц в источниках  $S \propto E^{-2.2}$  и энергетической зависимости коэффициента диффузии  $D \propto E^{-0.6}$  в предположении, что высокоэнергичный участок спектра ( $E \geq 100$  ГэВ) сформирован локальными молодыми источниками ( $r \leq 100$  пк,  $t \leq 10^5$  лет), а низкоэнергичный — удалёнными ( $r \geq 1$  кпк) источниками Галактики. Другими словами, спектр электронов в [9] воспроизводят путем объединения двух гауссианов, описывающих вклады от двух отмеченных выше групп источников.

В данной работе, рассматривая распространение электронов в Галактике, мы отказываемся от предположения работ [1–10] о квазиоднородности среды и предполагаем, что галактическая среда является средой фрактального типа. Фрактальная Галактика в первом (грубом) приближении может рассматриваться как среда, состоящая из намагниченных облаков разных масштабов, находящихся в немагнитном нейтральном газе. Движение электронов в такой среде представляет собой чередование быстрых “полётов Лёви” (прямолинейных пробегов с плотностью распределения  $p(x) \propto x^{-\alpha-1}$  при  $r \rightarrow \infty$ ) и пребываний в “ловушках” (намагниченных облаках, образующих фрактальную структуру). Характеристиче-

ский показатель  $\alpha$  определяется фрактальностью среды.

Уравнение для концентрации электронов с энергией  $E$ , создаваемой во фрактальной среде с ловушками с конечным временем удержания  $\langle T \rangle$  распределением галактических источников с плотностью  $S(\mathbf{r}, t, E)$ , с учетом энергетических потерь запишется в виде

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -D(E, \alpha)(-\Delta)^{\alpha/2}N(\mathbf{r}, t, E) + \frac{\partial(b(E)N(\mathbf{r}, t, E))}{\partial E} + S(\mathbf{r}, t, E). \quad (1)$$

Здесь  $D(E, \alpha) = D_0^{(\alpha)}E^\delta$  — коэффициент аномальной диффузии,  $b(E)$  — средняя скорость потерь энергии. Дробный лапласиан  $(-\Delta)^{\alpha/2}$  [11] отражает наличие больших пробегов электронов.

В рассматриваемой в данной работе области энергий  $E > 1$  ГэВ потери энергии  $b(E)$  обусловлены взаимодействием электронов с низкокачественным фоновым электромагнитным излучением (обратный комптон-эффект) и магнитным полем (синхротронное излучение). Следуя [7],  $b(E)$  запишем в виде

$$-\frac{dE}{dt} = b(E) = \beta E^2, \quad (2)$$

где  $\beta \approx 1,1 \cdot 10^{-16} (\text{с} \cdot \text{ГэВ})^{-1}$  при плотности фонового излучения  $\sim 0,75 \text{ эВ/см}^3$  и  $H \sim 5 \text{ мкГ}$ .

Функция Грина  $G(\mathbf{r}, t, E; \mathbf{r}_0, t_0, E_0)$  удовлетворяющая уравнению

$$\frac{\partial G}{\partial t} = -D(E, \alpha)(-\Delta)^{\alpha/2}G + \frac{\partial(b(E)G)}{\partial E} + \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)\delta(t - t_0)\delta(E - E_0) \quad (3)$$

и нулевым условиям на бесконечности, находится с использованием стандартных замен [1] и преоб-

Работа поддержана грантами программы “Университеты России” № 02.01.001 и РФФИ № 04-02-16724.

разования Фурье. После проведения этих выкладок, получаем:

$$G(\mathbf{r}, t, E; \mathbf{r}_0, t_0, E_0) = g_3^{(\alpha)}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| \lambda^{-1/\alpha}) \times \frac{\lambda^{-3/\alpha}}{b(E)} \delta(t - t_0 - \tau) H(t - t_0). \quad (4)$$

Здесь

$$\tau(E, E_0) = \int_E^{E_0} \frac{dE'}{b(E')},$$

$$\lambda(E, E_0) = \int_E^{E_0} \frac{D(E', \alpha)}{b(E')} dE',$$

$$H(\tau) = \begin{cases} 1, & \tau > 0, \\ 0, & \tau < 0, \end{cases}$$

а  $g_3^{(\alpha)}(r)$  обозначает плотность трехмерного сферически-симметричного устойчивого распределения с характеристическим показателем  $\alpha \in (0; 2]$  [12, 13].

Следует отметить, что  $g_3^{(2)}(r)$  есть нормальное (гауссово) распределение, а  $g_3^{(1)}(r) = [\pi(1 + r^2)]^{-2}$  — распределение Коши. При других значениях  $\alpha$  плотности устойчивых распределений  $g_3^{(\alpha)}(r)$  не выражаются через элементарные функции. Однако, имеющиеся представления устойчивых распределений  $g_m^{(\alpha)}(r)$ ,  $m = 1, 3$  в виде сходящихся и асимптотических рядов и интегралов [13], приведенные в приложении в качестве справки (исчерпывающий обзор проблемы можно найти в монографии [13]), позволяют вычислить  $g_m^{(\alpha)}(r)$  в других случаях. Примеры поведения  $g_3^{(\alpha)}(r)$  при некоторых значениях характеристического показателя  $\alpha$  показаны на рис. 1.

В исследованиях распространения электронов в Галактике часто используется другая форма записи функции Грина, в которой вместо  $\delta(t - \tau)$  используется дельта-функция Дирака по энергетической переменной. Делая переход от  $t$  к  $E$ , при  $\mathbf{r}_0 = 0$ ,  $t_0 = 0$  с учетом (2) находим

$$G(\mathbf{r}, t, E; E_0) = \frac{g_3^{(\alpha)}(|\mathbf{r}| \lambda^{-1/\alpha})}{\lambda^{-3/\alpha} (1 - \beta t E)^2} \times \delta(E_0 - \frac{E}{1 - \beta t E}) H(1 - \beta t E) H(t). \quad (5)$$

При  $\alpha = 2$ , когда  $g_3^{(2)}(r)$  есть нормальное распределение, из (5) получаем известный результат [1]

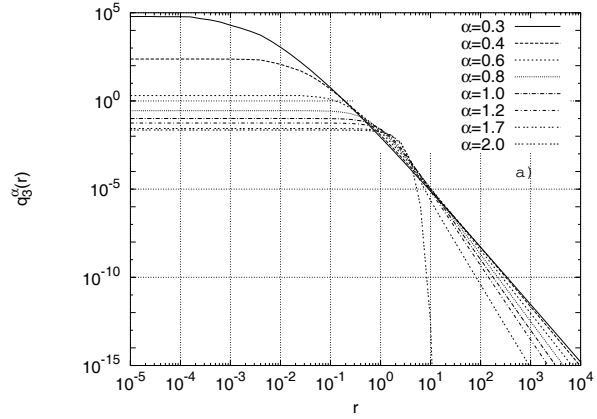


Рис. 1. Зависимость плотности вероятности трехмерного сферически-симметричного устойчивого распределения от радиальной переменной при различных значениях характеристического показателя  $\alpha$

модели нормальной диффузии:

$$G(\mathbf{r}, t, E; E_0) = \frac{\exp(-r^2/4\lambda)}{(4\pi\lambda)^{-3/2} (1 - \beta t E)^2} \times \delta(E_0 - \frac{E}{1 - \beta t E}) H(1 - \beta t E) H(t).$$

Используя функцию Грина (5), можно легко записать решения уравнения (1) для различных типов источников. Так, для точечного мгновенного источника со степенным по энергии спектром инжекции частиц

$$S(\mathbf{r}, t, E) = S_M E^{-p} \delta(\mathbf{r}) \delta(t)$$

имеем

$$N(\mathbf{r}, t, E) = S_M E^{-p} (1 - \beta t E)^{p-2} \lambda(t, E)^{-3/\alpha} \times g_3^{(\alpha)}(r \lambda(t, E)^{-1/\alpha}) \times H(t) H(1 - \beta t E), \quad (6)$$

где, с использованием (2),

$$\lambda(t, E) = \frac{D_0 E^{\delta-1}}{\beta(1-\delta)} [1 - (1 - \beta t E)^{1-\delta}].$$

Если источник точечный импульсный

$$S(\mathbf{r}, t, E) = S_H E^{-p} \delta(\mathbf{r}) H(T - t) H(t),$$

то

$$N(\mathbf{r}, t, E) = S_H E^{-p} \int_{\max[0, t-T]}^{\min[t, 1/(\beta E)]} d\tau \lambda(\tau, E)^{-3/\alpha} \times (1 - \beta \tau E)^{p-2} g_3^{(\alpha)}(r \lambda(\tau, E)^{-1/\alpha}). \quad (7)$$

Для точечного стационарного источника

$$S(\mathbf{r}, E) = S_c E^{-p} \delta(\mathbf{r})$$

получаем

$$N(\mathbf{r}, E) = S_c E^{-p} \int_0^{1/(\beta E)} d\tau \lambda(\tau, E)^{-3/\alpha} \times \\ \times (1 - \beta\tau E)^{p-2} g_3^{(\alpha)} \left( r \lambda(\tau, E)^{-1/\alpha} \right). \quad (8)$$

Следует отметить, что при  $\beta t E \ll 1$  (или  $E \leq 100$  ГэВ для  $\beta \sim 10^{-16}$  ГэВ,  $t \sim 10^5$  лет)  $\lambda(t, E) = D(E, \alpha)t$ . В этом случае выражение (7), принимающее вид

$$N(\mathbf{r}, t, E) = \frac{S_{II} E^{-p}}{D(E, \alpha)^{3/\alpha}} \int_{\max[0, t-T]}^t \tau^{-3/\alpha} \times \\ \times g_3^{(\alpha)} \left( |\mathbf{r}| (D(E, \alpha)\tau)^{-1/\alpha} \right) d\tau, \quad (9)$$

совпадает с полученными ранее в [17] решением задачи о диффузии частиц без учета потерь энергии. В этих работах в результате анализа зависимости показателя  $\eta$  энергетического спектра наблюдаемых частиц  $N = N_0 E^{-\eta}$  от энергии установлено, что в области малых энергий показатель  $\eta$  связан с показателем спектра генерации частиц в источнике соотношением

$$\eta = p - \delta. \quad (10)$$

Поскольку в области  $E \approx (10 \div 10^2)$  ГэВ, где влияние модуляционных эффектов мало, наблюдаемый спектр формируется как близкими молодыми, так и многочисленными далёкими ( $r > 1$  кпк) старыми ( $t > 10^6$  лет) источниками, для определения  $p$  из (10) необходимо иметь, прежде всего, оценку показателя  $\eta$  спектра электронов от локальных источников.

Выполненные нами расчеты спектров электронов от далёких ( $r = 1, 2, 3$  кпк) точечных стационарных источников с использованием (8) при  $\delta = 0, 27$ , установленного из анализа ядерной компоненты космических лучей [18], коэффициента диффузии  $D_0 = (3 \div 5) \cdot 10^{-7}$  (пк<sup>0,3</sup>/год), найденного в рамках метода [18], и  $\alpha = 0, 3$  позволяют утверждать, что показатель спектра локальной компоненты  $\eta \sim (2, 56 - 2, 60)$ . Следовательно, для показателя спектра генерации электронов в источнике получаем оценку  $p \sim 2, 85$ .

Следует отметить, что при проведении указанного выше анализа использовались как спектры электронов в межзвездной среде [19, 20], так и

данные [22–29]. Для учета солнечной модуляции использовалась модель [21]

$$J^{mod}(E) = \frac{E^2 - (m_e c^2)^2}{(E + \Phi)^2 - (m_e c^2)^2} \times \\ \times J(E + \Phi), \quad (11)$$

где  $\Phi = 600$  МэВ, а  $m_e$  — масса электрона.

Результаты расчета спектра электронов в районе Солнечной системы от далёких и близких молодых источников, представленных в табл. 1, показаны на рис. 2. Видно, что при принятых в работе параметрах  $p, \delta, D_0, \alpha$  и  $T \approx 10^4$  лет для локальных источников достигается удовлетворительное согласие с имеющимися экспериментальными данными [22–29].

Таким образом, в данной работе рассмотрена диффузия электронов высокой энергии в галактической среде, моделируемой средой фрактального типа. Получено выражение для энергетического спектра электронов в случае точечного источника со степенным спектром инжекции частиц с учетом потерь энергии на синхротронное излучение и обратный комптон-эффект при условии, что коэффициент аномальной диффузии степенным образом зависит от энергии. Найденный из экспериментальных данных показатель спектра генерации электронов в источниках  $p \approx 2.85$ .

Таблица 1

**Пространственно–временные координаты принятых в расчетах ближайших источников космических лучей**

Принятый источник	$r$ , пк	$t$ , $10^5$ лет	Источник данных
Lopus Loop	400	0.38	[14]
Monoceros	600	0.46	[14]
Vela	250	0.12	[15]
Cyg. Loop	770	0.20	[15]
STB 13	600	0.32	[14]
S 149	700	0.43	[14]
STB 72	700	0.32	[14]
STB 1	900	0.47	[14]
HB 21	800	0.23	[14]
HB 9	800	0.27	[14]
Monogem	300	0.86	[15]
Geminga	400	3.4	[15]
Loop I	100	2.0	[16]
Loop II	175	4.0	[16]
Loop III	200	4.0	[16]
Loop IV	210	4.0	[16]

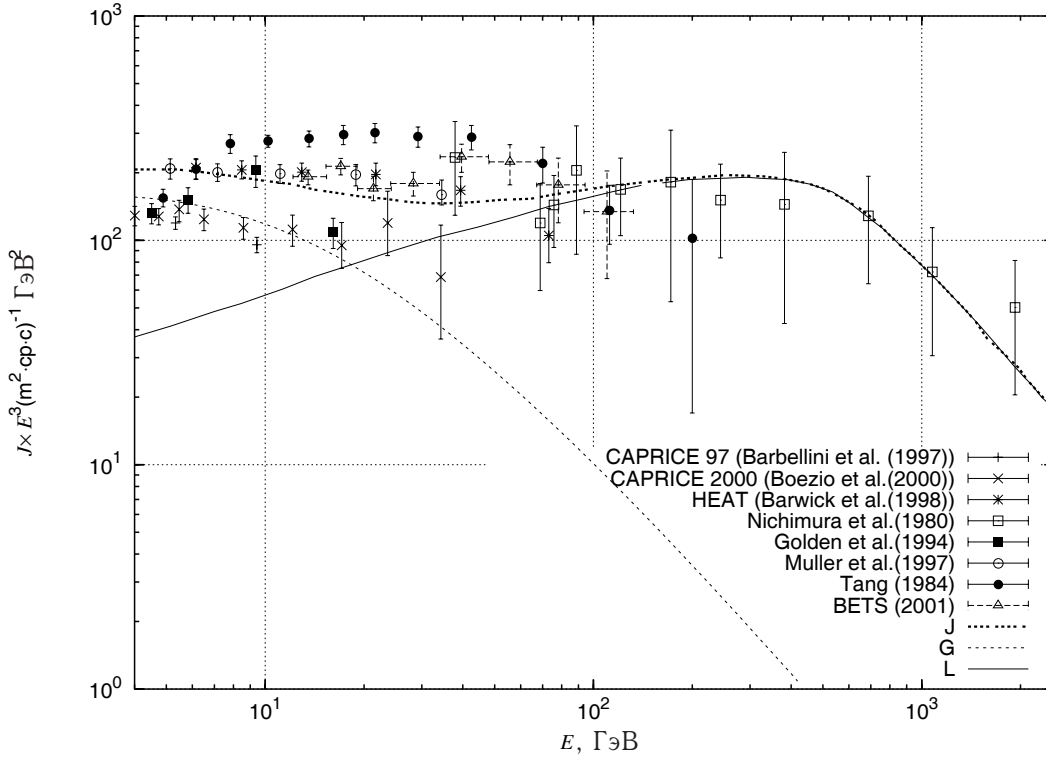


Рис. 2. Сопоставление результатов модели аномальной диффузии с экспериментальными данными [22–29]

**Приложение. Представление сферически-симметричных устойчивых распределений интегралами и рядами**

В [13] показано, что плотности вероятности сферически-симметричных устойчивых распределений в трехмерном случае могут быть получены с помощью следующих выражений:

$$g_3(r; \alpha) = \frac{\alpha r^{1/(\alpha-1)}}{2\pi^2 r^2 (\alpha-1) |1-\alpha|} \times \int_0^{\pi/2} \exp \left\{ -r^{\alpha/(\alpha-1)} U(\phi; \alpha, 0) \right\} U(\phi; \alpha, 0) \times \left[ \alpha r^{\alpha/(\alpha-1)} U(\phi; \alpha, 0) - 1 \right] d\phi,$$

$$g_3(r; \alpha) = \frac{1}{2\pi^2 \alpha} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} \Gamma \left( \frac{2n+3}{\alpha} \right) r^{2n},$$

$$g_3(r; \alpha) = \frac{1}{2\pi^2 r} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n!} \Gamma(n\alpha + 2) \times \sin \left( \frac{\pi \alpha n}{2} \right) r^{-n\alpha - 2},$$

где

$$U(\phi; \alpha, \beta) = \left[ \frac{\sin(\alpha\phi + \beta\pi/2)}{\cos \phi} \right]^{\alpha/(1-\alpha)} \times \frac{\cos((\alpha-1)\phi + \beta\pi/2)}{\cos \phi}.$$

**Список литературы**

1. Сыроватский С.И. Распределение релятивистских электронов в Галактике и спектр синхротронного радиоизлучения // *Астрон. журн.* — 1959. — **36**. — С. 17–28.
2. Гинзбург В.Л., Сыроватский С.И. Происхождение космических лучей. — М.: Изд-во АН СССР, 1963.
3. Berkey G.B., Shen C.S. Origin and propagation of cosmic-ray electrons // *Phys. Rev.* — 1969. — **188**, № 5. — Pp. 1994–2010.
4. Shen C.S. Pulsars and very high-energy cosmic-ray electrons // *ApJ.* — 1970. — **162**.

- Pp. L181–186.
5. Буланов С.В., Догель В.А., Сыроватский С.И. Электронная компонента космических лучей // *Космические исследования*. — 1972. — **10**. — С. 532–545.
  6. Cowsik R., Lee M.A. On the sources of cosmic ray electrons // *ApJ*. — 1979. — **228**. — Pp. 297–301.
  7. Nishimura J., Fujii M., Taira T. Electron spectrum at the high energy side // Proc. of the 16th ICRC (Kyoto). — 1979. — **1**. — Pp. 488–493.
  8. Березинский В.С., Буланов С.В., Гинзбург В.Л. и др. Астрофизика космических лучей. Под ред. Гинзбурга В.Л. — Изд. 2-е.-М.: Наука, 1990.
  9. Atoyan A.M., Aharonjan F.A., Volk H.J. Electrons and positrons in the galactic cosmic rays // *Phys. Rev. D*. — 1995. — **52**, № 6. — Pp. 3265–3275.
  10. Moskalenko I.V., Strong A.W. Production and propagation of cosmic-ray positrons and electrons // *ApJ*. — 1998. — **493**. — С. 694–707.
  11. Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. — Минск: Наука и техника, 1987.
  12. Золотарев В.М., Учайкин В.В., Саенко В.В. Супердиффузия и устойчивые законы // *ЖЭТФ*. — 1999. — **115**, № 4. — Pp. 1411–1425.
  13. Uchaikin V.V., Zolotarev V.M. Chance and Stability. — VSP, Netherlands, Utrecht, 1999.
  14. Nishimura J., Kobayashi T., Komori Y. et al. Observation of primary electron spectrum and its astrophysical significance // Proc. of the 25th ICRC (Durban). — 1997. — **4**. — Pp. 233–236.
  15. Kobayashi T., Nishimura J., Komori Y., Yoshida K. Vela as the most likely source for the primary electrons in TeV region // *Advances in Space Research*. — 2001. — **27**. — Pp. 653–658.
  16. Лозинская Т.А. Сверхновые звезды и звездный ветер: взаимодействие с газом Галактики. — М.: Наука, 1987.
  17. Lagutin A.A., Nikulin Yu.A., Uchaikin V.V. The knee in the primary cosmic ray spectrum as consequence of the anomalous diffusion of the particles in the fractal interstellar medium // *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)*. — 2001. — **97**. — Pp. 267–270.
  18. Лагутин А.А., Тюменцев А.Г. Спектр, массовый состав и анизотропия космических лучей во фрактальной Галактике // *настоящий выпуск*. — С. 4–21.
  19. Webber W. R., Simpson G. A., Cane H. V. Radio emission, cosmic ray electrons, and the production of gamma-rays in the Galaxy // *ApJ*. — 1980. — **236**. — Pp. 448–459.
  20. Peterson J.D., Highbie P.R., Rockstroh J.M., Webber W.R. A new look at galactic polar radio emission and the local interstellar electron spectrum // Proc. of the 26th ICRC (Salt Lake City). — 1999. — Pp. 17–20.
  21. Gleeson L.J., Axford W.I. Solar modulation of galactic cosmic rays // *ApJ*. — 1968. — **154**. — Pp. 1011–1025.
  22. Nishimura J., Fujii M., Taira T. Emulsion chamber observations of primary cosmic-ray electrons in the energy range 30–1000 GeV // *ApJ*. — 1980. — **238**. — Pp. 394–409.
  23. Tang K. The energy spectrum of electrons and cosmic-ray confinement: a new measurements and its interpretation // *ApJ*. — 1984. — **278**. — Pp. 881–892.
  24. Golden R.L., Grimani C., Kimbell B.L. et al. Observations of cosmic-ray electrons and positrons using an imaging calorimeter // *ApJ*. — 1994. — **436**. — Pp. 769–775.
  25. Barbiellini G., Basini G., Belotti R. et al. Measurements of the positron and electron spectra with the CAPRICE experiment // Proc. of the 25th ICRC. — 1997. — **4**. — Pp. 221–224.
  26. Muller D., Barwick S.V., Beatty J.J. et al. Energy spectra of electrons and positrons from 5 to 100 GeV // Proc. of the 25th ICRC. — 1997. — **4**. — Pp. 237–240.
  27. Barwick S.W., Beatty J.J., Bower C.R. et al. The energy spectra and relative abundances of electrons and positrons in the galactic cosmic radiation // *ApJ*. — 1998. — **498**. — Pp. 779–789.
  28. Boezio M., Carlson P., Francke T. et al. The cosmic-ray electron and positron spectra measured at 1 AU during solar minimum activity // *ApJ*. — 2000. — **532**. — Pp. 653–669.
  29. Torii S., Tamura T., Tateyama N. et al. Cosmic-ray electron flux from 10 to 100 GeV measured by the bets instrument // *Adv. in Space Res.* — 2001. — **27**. — Pp. 675–680.