

УДК 532.5+536.2

В.И. Волков, С.С. Кадышева,  
П.Н. Спасенко, А.А. Белаи

**Исследование поверхностных  
и сдвиговых напряжений в жидкости**

Определение свойств жидкости на границах раздела необходимо для разного рода биологических, химических и физических исследований. Особенно при изучении поверхностных свойств мембран клеток, соприкасающихся с кровью, лимфой и т.п. Все эти жидкости относятся к не-ньютоновским. Стандартный набор чаще всего используемых жидкостей в химико-биологических исследованиях относится к ньютоновским – это вода, глицерин, этанол. В этой связи представляет интерес обнаружение начального напряжения сдвига у ньютоновских жидкостей. По мнению ЯИ. Френкеля [1], в любой жидкости возможно существование быстрозатухающих поперечных волн, связанных с ближним порядком. Экспериментальное исследование начального напряжения сдвига у ньютоновских жидкостей открывает широкие возможности моделирования процессов на поверхности биологических структур, граничащих с жидкостями, имеющими нелинейную зависимость касательного напряжения от градиента скорости. Ниже приводятся результаты экспериментальных измерений, касающихся напряжения сдвига и поверхностного натяжения для воды, этанола, глицерина, и теоретическая оценка коэффициента поверхностного натяжения воды по известному молекулярному потенциалу взаимодействия Леннарда-Джонса [2].

Экспериментальное определение поверхностного натяжения состояло в следующем: на твердую поверхность нанесли каплю жидкости фиксированного объема. Вид капли на поверхности показан на рисунке 1.

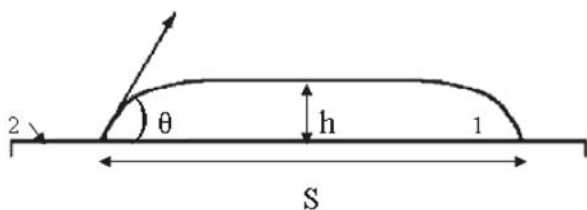


Рис. 1. Форма жидкости на поверхности твердого тела  
1 – растекающаяся капля жидкости;  
2 – твердая поверхность;  $h$  – толщина слоя;  
 $S$  – площадь растекания,  $\theta$  – краевой угол

Запишем потенциальную энергию капли:

$$U = \frac{mgh}{2} + k\sigma S, \quad (1)$$

где  $\frac{mgh}{2}$  – средняя потенциальная энергия капли (массой  $m$ ) в поле силы тяжести, а второе слагаемое  $k\sigma S$  – поверхностная энергия, пропорциональная коэффициенту поверхностного натяжения ( $\sigma$ ) и площади капли ( $S$ ).

$$U = \frac{mgh}{2} + S(\sigma_{тж} - \sigma_{жг}); \quad \frac{\sigma_{тж}}{\sigma_{жг}} = 1,481, \quad (2)$$

где  $\sigma_{тж}$  – коэффициент поверхностного натяжения на границе раздела твердое тело – жидкость,  $\sigma_{жг}$  – коэффициент поверхностного натяжения на границе раздела жидкость – газ.

Подставляя значение  $\sigma_{тж}$ ,  $\sigma_{жг}$  из работы [3] в (2), получаем численную оценку на коэффициент  $k \approx 0,5$ . В связи с явлением поверхностного натяжения капля принимает форму с возможно меньшей потенциальной энергией. Поэтому площадь растекания можно определить из соотношения:

$$\frac{dU}{dS} = 0. \quad (3)$$

Прежде чем взять производную (3), преобразуем формулу (2) для  $U$ . Поскольку  $h = \frac{V}{S}$ ,

$$\text{где } V \text{ – объем капли, имеем: } U = \frac{m g V}{2 S} + 0,5\sigma S.$$

Далее:

$$\frac{dU}{dS} = -\frac{m g V}{2 S^2} + 0,5\sigma = 0, \quad (4)$$

откуда получается формула, связывающая поверхностное натяжение и площадь растекания:

$$\sigma = \frac{m g V}{2 \cdot 0,5 \cdot S^2} = \frac{\rho g V^2}{2 \cdot 0,5 \cdot S^2}, \quad (5)$$

где  $\rho = \frac{m}{V}$  – плотность жидкости.

В данном случае растекание происходит между двумя параллельными границами, выполненными в виде проволочек. Так что в результате

растекания капля принимает форму прямоугольника, площадь которого  $S = a \cdot b$ , где  $a$  – расстояние между проволочками ( $a = 1$  см),  $b$  – длина растекания. В результате основная формула (5) принимает вид:

(6)

Схема экспериментальной установки:

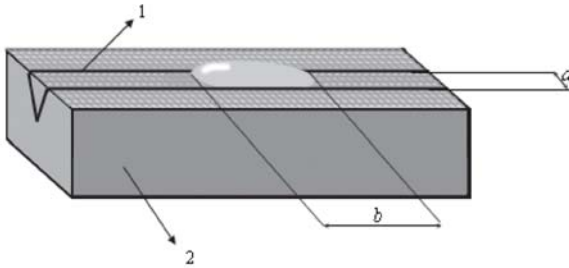


Рис. 2. Установка для измерения поверхностного натяжения жидкости  
1 – Проволочки для удержания жидкости в направлении по ширине, 2 – корпус установки

Результаты эксперимента приведены в таблице 1.

Таблица 1

Спирт Н/м	Вода Н/м	Глицерин Н/м
0,028±0,002	0,06±0,01	0,06±0,01

Следующим важным свойством на границе раздела жидкостей является напряжение начального сдвига. Для определения этой физической величины была создана экспериментальная установка, приведенная на рисунке 3.

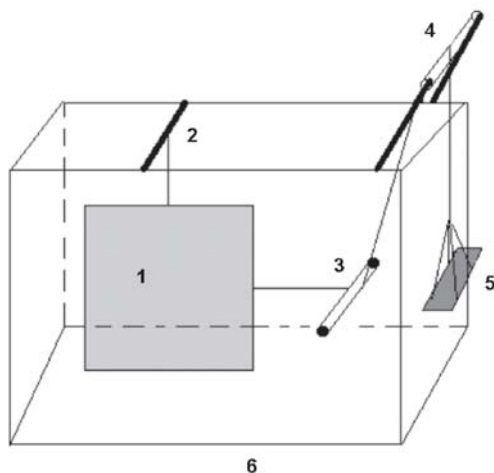


Рис. 3. Экспериментальная установка для определения начального напряжения сдвига

Экспериментальная установка состоит из стеклянной пластины со стороной квадрата  $l = 10$  см

(1), подвеса (2), блоков (3, 4), площадки для груза ( $m_0 = 1,540$  г) (5), стеклянного резервуара (6)

Проведение эксперимента заключалось в следующем: в герметичный стеклянный резервуар помещалась жидкость и на площадку для груза помещались грузики с разными массами, определялась масса, при которой начинался сдвиг стеклянной пластинки. Влияние на результат эксперимента трения устранялось путем тарировки, заключающейся в следующем: так первоначально определялась масса грузика ( $m_1$ ), вызывающего сдвиг, при отсутствии в резервуаре жидкости. При тарировке была получена следующая масса:  $m_1 = 5$  г, т.е. сдвиг происходил при общей массе  $M = m_0 + m_1 = 6.540$ г. Эксперименты проводились с водой, этиловым спиртом и глицерином.

Исходя из полученных результатов для массы определялся коэффициент  $t_0$  (напряжение начального сдвига).

$$\tau_0 = \frac{M \cdot g}{2S}. \quad (7)$$

В итоге были получены следующие результаты для  $t_0$  (табл. 2).

Таблица 2

Вода, кг/(м·с <sup>2</sup> )	спирт кг/(м·с <sup>2</sup> )	глицерин кг/(м·с <sup>2</sup> )
1±0,1	0,75±0,2	2,49±0,2

Измерения касательного напряжения сдвига ньютоновских жидкостей на приведенной выше установке сопряжены с достаточно большой ошибкой, связанной с тарировкой прибора, так как приходилось измерять малые величины сдвига на фоне большой силы трения в блоках. Поэтому приведенные экспериментальные значения следует рассматривать как первое приближение к истинному значению начального сдвига.

Далее приведем оценку величины поверхностного натяжения по известному потенциалу Леннарда-Джонса [4]:

$$W_1 = 4\epsilon_0 \left( \left( \frac{\sigma}{r_0} \right)^{12} - \left( \frac{\sigma}{r_0} \right)^6 \right), \quad (8)$$

где  $\epsilon_0$  соответствует минимуму потенциальной энергии,  $r_0$  – расстояние между центрами молекул,  $\sigma$  – размерный параметр потенциала Леннарда-Джонса, связанный с характерным размером молекул  $d$ , через следующее соотношение:

$$d = \sigma \sqrt[6]{2}. \quad (9)$$

Если молекула находится в глубине газа или конденсата, вдали от его границ, то она со всех

сторон окружена другими молекулами, но если молекула расположена у поверхности, то у нее число соседей, а значит и молекулярных связей меньше, чем у молекул в глубине, поэтому потенциальная энергия таких молекул будет отличаться. Найдем это отличие. Рассмотрим одну из поверхностных молекул и найдем энергию ее взаимодействия со всеми остальными молекулами, заполняющими пространство. Будем использовать известный экспериментальный факт, что концентрация молекул при приближении к поверхностному слою имеет минимум на границе раздела и распределена по Больцману. Выделим в цилиндрической системе координат цилиндр с радиусом основания  $3d$  (рис. 4). Проинтегрируем потенциальную энергию парного взаимодействия молекул, расположенных в центре цилиндра, со всеми остальными молекулами в слое в плоскости, при произвольной координате  $z$ , направленной перпендикулярно границе раздела жидкости.

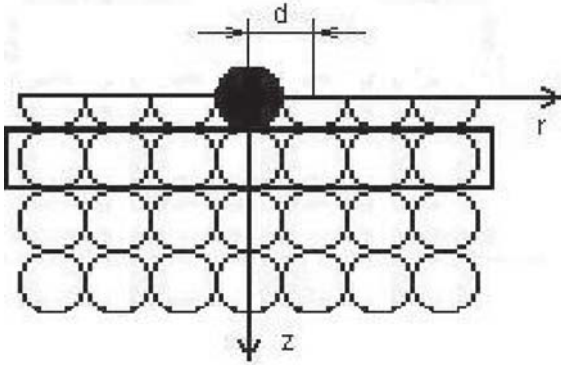


Рис. 4. Схема для оценки коэффициента поверхностного натяжения

$$U(r, z) = \frac{\int_0^{3d} W_1 2\pi r dr}{\pi(r^2 - d^2)}, \quad (10)$$

где  $r_0^2 = r^2 + z^2$ .

В результате интегрирования (10) получается следующее соотношение:

$$U(z) = - \frac{\epsilon_0}{8 \left(1 + \frac{z^2}{d^2}\right)^2}. \quad (11)$$

Число молекул, содержащихся в слое:

$$dN = n_0 \exp\left(-\frac{\epsilon_0}{8 \left(1 + \frac{z^2}{d^2}\right) kT}\right) 2\pi r dr dz, \quad (12)$$

здесь  $2\pi r dr dz$  – объем слоя,  $n_0 = c/m$  – концентрация молекул.

Найдем распределение концентрации в зависимости от  $z$ , проинтегрировав (12) по координате  $r$ .

$$N(z) = 8n_0\pi d^2 \exp\left(-\frac{\epsilon_0}{8 \left(1 + \frac{z^2}{d^2}\right) kT}\right) dz. \quad (13)$$

Суммарная энергия взаимодействия выделенной нами молекулы с выбранным пространством будет описываться интегралом, где экспонента в соотношении (13) разложена с точностью до членов второго порядка малости.

$$W = 8n_0\pi d^2 \int_d^{3d} N(z)U(z) dz = -0.147\pi d^3 n_0 \epsilon_0. \quad (14)$$

Отрицательность энергии означает, что в поверхностном слое преобладают силы притяжения. Для нахождения коэффициента поверхностного натяжения разделим модуль найденной поверхностной энергии на величину площади, приходящуюся на одну молекулу. На каждую молекулу в поверхностном слое приходится площадь  $d^2$ , следовательно, поверхностная плотность энергии равна по величине:

$$\sigma = \frac{W}{d^2} = 0.147\pi d n_0 \epsilon_0. \quad (15)$$

Подставляя данные для воды  $d=3 \cdot 10^{-10}$  м,  $m=3 \cdot 10^{-26}$  кг,  $\epsilon_0=10^{-20}$  Дж,  $\rho=10^3$  кг/м<sup>3</sup> (9), получим  $\sigma = 0,046$  Н/м.

Данная оценка величины коэффициента поверхностного натяжения воды отличается от табличного значения в 1,5 раза. Это можно объяснить тем, что на свободной поверхности воды поверхностное натяжение может быть близким к значению в дистиллированной воде сразу после образования поверхности, но затем оно обычно быстро уменьшается приблизительно до половины этого значения [5].

### Выводы

Измерены начальные напряжения сдвига воды, глицерина, этилового спирта. Проведен расчет и получена оценка на коэффициент поверхностного натяжения с использованием потенциала Леннарда-Джонса.

## Литература

1. Френкель Я.И. Кинетическая теория жидкостей. М., 1983.
2. Гиббс Дж. В. Термодинамика. Статистическая механика. М., 1982.
3. Оно С., Кондо С. Молекулярная теория поверхностного натяжения в жидкостях. М., 1978.
4. Стасенко А. // Квант. 2003. №1.
5. Ремизов А.Н. Медицинская и биологическая физика. М., 1987.