УДК 66.023:[532.5+536.2]

О.Н. Кандауров

Течение жидкости в деформируемом зернистом слое

Данное исследование может найти применение при расчете течения жидкости и газа в деформированных нефтяных пластах, а также в устройствах, в которых жидкость протекает сквозь упруго деформируемую пористую среду, каждая частица которой при деформации не меняет своего объема.

Для рассмотрения этой задачи воспользуемся следующей моделью, показанной на рисунке 1. Выясним зависимость расхода u несжимаемой жидкости от внешнего давления P_{vne}, вызывающего упругую деформацию пористой засыпки при гидравлическом перепаде давления ΔP.

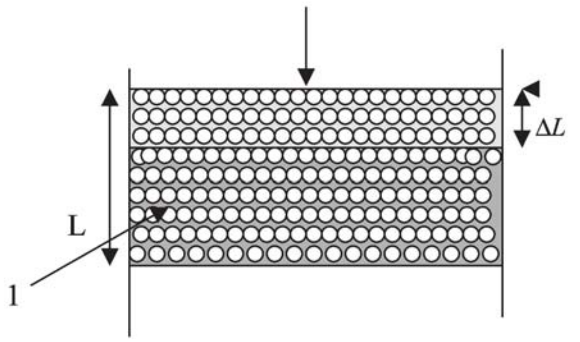

Рис. 1. Зависимость от внешнего давления P_{vne}

Засыпка выполнена из упругих частиц 1 одинакового диаметра d и высотой L, которая под воздействием внешнего давления P_{vne} способны деформироваться. При этом высота засыпки меняется на ΔL. Сквозь этот слой протекает жидкость. Перепад давления ΔP при протекании жидкости через внешний слой поддерживается постоянным.

Для нашей модели при такой нелинейной деформации закон Гука имеет вид:

$$P_{vne} = E\ln\left(\frac{L}{L-\Delta L}\right), \tag{1.1}$$

где E – модуль Юнга для деформируемой засыпки (вещества).

Отсюда

$$\Delta L = L - Le^{-\frac{P_{vne}}{E}}.$$

Пористость по определению есть отношение свободного от частиц объема ко всему объему, т.е.

$$\varepsilon = \frac{V_{свободного}}{V_{общий}}$$

Ввиду того, что при сжатии площадь не меняется, а сжатие происходит только за счет уменьшения свободного пространства между частицами, пористость можно записать в следующем виде:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - \frac{\Delta L}{L},$$

где e_0 – пористость засыпки не в сжатом состоянии. Отсюда

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - 1 + e^{-\frac{P_{vne}}{E}}. \tag{1.2}$$

Для вычисления расхода сквозь сжимаемую засыпку воспользуемся практической формулой, результаты которой наиболее близки к экспериментальным. Это двучленная формула уравнения Эргана [1]

$$\frac{\Delta P}{L_0} = 150\frac{(1-\varepsilon)^2\mu u}{\varepsilon^3 d^2} + 1.75\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3}\frac{\rho u^2}{d}, \tag{1.3}$$

коэффициенты 150 и 1,75 в которой подобраны на основании многочисленных экспериментальных данных различных авторов.

Здесь L_0 – высота слоя, через который происходит протекание жидкости; ΔP – перепад давления жидкости; d – диаметр частиц в засыпке; μ – вязкость жидкости; ρ – плотность жидкости; u – расходная скорость потока.

Для нашей модели

$$L_0 = L - \Delta L,$$

т.е.

$$L_0 = Le^{-\frac{P_{vne}}{E}}. \tag{1.4}$$

Решив уравнение (1.3) относительно u и подставив в него выражения (1.2) и (1.4) получим зависимость u от P_{vne} как решение квадратного уравнения:

$$u = \frac{-\frac{150Le^{-\frac{Pvne}{E}}(2-\varepsilon_0-e^{-\frac{P_{vne}}{E}})^2\mu}{(\varepsilon_0-1+e^{-\frac{P_{vne}}{E}})^3} \pm \sqrt{\left(\frac{150Le^{-\frac{P_{vne}}{E}}(2-\varepsilon_0-e^{-\frac{P_{vne}}{E}})^2\mu}{(\varepsilon_0-1+e^{-\frac{P_{vne}}{E}})^3 d^2}\right)^2 + 7\Delta PLe^{\frac{P_{vne}}{E}}\rho\frac{2-\varepsilon_0-e^{-\frac{P_{vne}}{E}}}{\varepsilon_0-1+e^{-\frac{P_{vne}}{E}}}}}{3.5L\rho\frac{2-\varepsilon_0-e^{-\frac{P_{vne}}{E}}}{(\varepsilon_0-1+e^{-\frac{P_{vne}}{E}})^3 d}}. \tag{1.5}$$

Пользуясь физическим смыслом (при увеличении внешнего давления P_{vne} расход должен уменьшаться), вместо знака плюс-минус в формуле оставляем знак +. При этом не нужно забывать, что P_{vne} меняется в пределах выполнения закона Гука и, соответственно, выполняются условия $0 \le \varepsilon \le \varepsilon_0$, а также внешнее давление, вызывающее деформацию засыпки, должно быть много больше давления жидкости оказываемого на засыпку.

Рассматривая критерий Ренольдса, во многих практических случаях имеем вязкий характер течения, т.е. квадратичным членом в двучленной формуле (1.3) можно пренебречь. Тогда зависимость u от P_{vne} будет иметь более простой вид:

$$u=\frac{\Delta P(\varepsilon_0-1+e^{-\frac{P_{vne}}{E}})^3 d^2}{150Le^{-\frac{P_{vne}}{E}}(2-\varepsilon_0-e^{-\frac{P_{vne}}{E}})^2\mu}. \qquad (1.6)$$

Применив эту формулу, построим график для одного из практических случаев.

Зернистый слой толщиной 0,01 м, состоящий из резиновых шариков одинаковых диаметров d = 0.002 м с модулем Юнга E = 10^8 , сжимается решетками. Через него протекает вода температуры 20 ^{0}С. Перепад давления жидкости постоянен и равен ΔP = 10^5. К решеткам приклaдывается внешнее давление в диапазоне P_{vne} от $2*10^5$ до максимального значения, при котором пористость деформированного слоя становится равной нулю, это находится из формулы (1.1) при $\Delta L = e_0 L$. Для решения воспользуемся условием, что хаотично упакованная структура из шаров одинакового диаметра имеет пористость ε = 0.4. В нашем случае это ε_0. Получившийся график, показанный на рисунке 3, иллюстрирует результат задачи.

В результате проведенных расчетов исследована зависимость расхода сквозь упруго сжимаемый зернистый слой.

Следует отметить некоторые особенности применения формулы (1.6). Во-первых, течение должно быть вязким, а это накладывает ограничения на предельные расходные скорос-

Расходная скорость

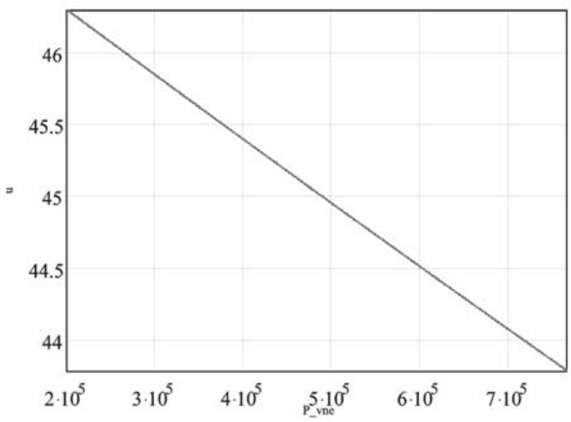

Рис. 2. Зависимость расхода u сквозь зернистый слой от внешнего давления P_{vne}

ти. А если все-таки течение имеет широкий диапазон чисел Ренольдса, т.е. в одном состоянии максимальное воздействие на торможение потока оказывают силы вязкости, а в другом силы инерции или одновременно, то следует пользоваться формулой (1.5). Во-вторых, поток должен быть обязательно изотермическим. В-третьих, как уже было сказано выше, рассмотрено влияние упругой деформации зернистого слоя, при которой должен соблюдаться закон Гука. В некоторых случаях этот диапазон может уменьшать пористость всего на несколько процентов, но в устройствах при применении зернистого слоя из упругих эластичных частиц пористость может достигать нулевых значений. А это значит, что расходные скорости могут меняться в широком диапазоне и достигать нулевых значений, что иллюстрирует график рисунке 2, построенный для слоя, состоящего из резиновых шариков. Этот эффект может широко использоваться в технике.

Литература

1. Ergun S., Orning A.A. Ind. Eng. Chem., 1949. V. 41. P. 1179.

2. Chem. Eng. Progr., 1952. V. 48. P. 227.