

И.А. Бушмин, А.Д. Нестеров, Т.Н. Оскорбина  
**Моделирование рынка электроэнергии**

Математическая модель разрабатывается для заданной стратегии реформирования розничного рынка электроэнергии в России [1] в предположении, что потребители выбирают энергосбытовую компанию рационально с использованием всей доступной информации и без запаздывания в принятии и реализации решений.

Для записи математической модели введем следующие обозначения:  $N$  – число потребителей;  $K$  – число энергосбытовых компаний.

Считаем, что все крупные потребители, потребность в электроэнергии которых выше лимитированного уровня, имеют самостоятельные выходы на оптовый рынок, а все социально значимые потребители прикреплены к гарантированным поставщикам.

Обозначим  $R_j, j = 1, \dots, N$  – среднюю потребность потребителя  $j$  в выбранном единичном интервале времени, считая, что она не зависит от временного фактора. Другими словами, в модели не учитываем суточные, недельные, месячные и годовые колебания нагрузки потребителей.

Обозначим через  $X$  матрицу назначений, элементы которой имеют вид:

$$X_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{если потребитель } j \text{ не обслуживается} \\ & \text{поставщиком } i; \\ 1, & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (1)$$

В силу специфики отрасли считаем выполняемыми следующие условия:

$$\sum_{i=1}^K X_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, N. \quad (2)$$

Ограниченные возможности финансирования и привлечения оборотного капитала компании  $i$  в пересчете на мощность  $M_i$  считаем заданными для всех компаний энергосбыта  $i = 1, \dots, K$ , так что имеет место следующее условие:

$$\sum_{j=1}^N X_{ij} \cdot R_j \leq M_i, \quad i = 1, \dots, K. \quad (3)$$

В силу отмеченных выше предположений считаем, что спрос является платежеспособным.

Рассмотрим далее моделирование процессов розничного торга. В модели примем, что суммарный уровень спроса является ниже уровня предложения:

$$\sum_{j=1}^N R_j \leq \sum_{i=1}^K M_i. \quad (4)$$

Математическая модель совершенного рынка может быть записана в виде игры  $(K + N)$  лиц, в которой компании выбирают цены  $y_i \geq y_i^H, i = 1, \dots, K$ , а потребители – компоненты матрицы  $X$ , где  $y_i^H$  – предельные издержки компании  $i$ . Примем, что интересы компании – максимизация прибыли, а интересы потребителей – минимизация стоимости услуги. Тогда игра (совершенный розничный рынок) имеет вид:

– задача компании  $i, i = 1, \dots, K$ :

$$f_i(X, y_i) = \sum_{j=1}^N X_{ij} \cdot R_j (y_i - y_i^H) \rightarrow \max_{y_i \geq y_i^H}. \quad (5)$$

– задача потребителя  $i, i = 1, \dots, N$ :

$$F_j(X, y) = y_i \cdot R_j \rightarrow \min_{X_{ij} \in \{0;1\}}, \quad (6)$$

при условии, что выполнены ограничения (3), (4).

Для определения оптимальной цены совершенного рыночного торга считаем, что сбытовые компании упорядочены по цене  $y_i^H$ , т.е.

$$y_1^H \leq y_2^H \leq \dots \leq y_k^H. \quad (7)$$

Обозначим  $i^*$  номер сетевой компании, для которой суммарное предложение всех предшественников упорядоченного ряда (7) равно спросу:

$$\sum_{i=1}^{i^*-1} M_i \leq \sum_{j=1}^N R_j \leq \sum_{i=1}^{i^*} M_i. \quad (8)$$

Предположим, что в (7) неравенства являются строгими. Общий случай рассмотрим ниже.

Обсудим условия полной загрузки энергосбытовой компании. Проблема в том, что, набрав «пакет» потребителей, конкретная энергосбытовая компания может «чуть-чуть» недоиспользовать свои мощности из-за дискретного характера спроса. Этим *эффектом дискретности* можно пренебречь в данном исследовании.

Рассмотрим далее неравенства (8). Без потери общности можно считать, что они являются строгими. Анализ выражения (8) и возможного распределения потребителей по

энергосбытовым компаниям показывает особую роль, которую играет компания  $i^*$ , обеспечивающая остаточный спрос (компания ОС), и компания  $(i^*+1)$  – ближайший аутсайдер<sup>1</sup> (компания БА).

Анализ игры (5)–(6) показывает, что она так или иначе определяет равновесную цену электроэнергии на региональном розничном рынке. При этом для надежного удержания своих клиентов соседняя из благополучных фирм компания  $(i^*-1)$  устанавливает свою цену  $y_{i^*-1}$ , удовлетворяющую условию:

$$y_{i^*-1} + \varepsilon_{i^*-1} \leq y_{i^*}, \quad (9)$$

где  $\varepsilon_{i^*-1}$  – уступка цены, размер которой в данной работе не определяется ( $\varepsilon_{i^*-1} > 0$  и ее значение должно быть достаточно малым, в приведенном ниже примере величина  $\varepsilon_{i^*-1}$  произвольно принята близкой 1% от цены).

Рассмотрим роль компании БА. С точки зрения объема услуг, предоставляемых потребителям, эта компания или группа аутсайдеров верно охарактеризована в их определении, приведенном в сноске. Однако с точки зрения влияния на цену  $y^*$  ее роль оказывается существенной. Так, приведенный ниже пример показывает, что компания БА способна определять до 78% прибыли действующих на рынке энергосбытовых предприятий  $i$  ( $i = 1, \dots, i^*$ ).

Опишем два типа стратегий компании БА. Первая (назовем ее стратегией А) соответствует полной и достоверной информированности игроков о значениях предельных издержек  $y_i^H$  всех игроков о всех игроках. В условиях строгих неравенств в выражении (7) представляет интерес изучение значений цен  $y_i^*$ ,  $i = 1, \dots, N$ , которые вычисляются по следующей рекуррентной формуле:

$$\begin{aligned} y_i^* &= y_i^H, \quad i = i^* + 1, \dots, N; \quad y_{i^*}^* = y_{i^*+1}^H - \varepsilon_{i^*}; \\ y_{i^*-1}^* &= y_{i^*}^* - \varepsilon_{i^*-1}; \quad y_i^* = y_{i^*-1}^*, \quad i = 1, \dots, i^* - 1. \end{aligned} \quad (10)$$

Поясним выражение (10) на основе данных таблицы 2, где четыре энергосбытовых компании общей предельной мощностью 150 ед. конкурируют на рынке электроэнергии, суммарный спрос на котором составляет 100 ед. Предельные издержки компаний таковы, что  $i^* = 3$  (компания ОС);  $i^* + 1 = 4$  (компания БА). Вычисления по формуле (10) (строка 3, таблица 2) дают следующие значения:

$$y_4^* = 95; \quad y_3^* = 95 - \varepsilon_4 = 94; \quad y_2^* = y_3^* - \varepsilon_2 = 93; \quad y_1^* = y_2^* = 93.$$

Здесь  $\varepsilon_{i^*}$ ,  $\varepsilon_{i^*-1}$  приняты (произвольно) равными 1.

Для цен (10) стратегии А электросбытовых компаний запишем следующее распределение потребителей по компаниям:

$$X_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } j \in I_i, i \leq i^*; \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (11)$$

Здесь  $I_1, \dots, I_k$  – индексные множества, которые фиксируют распределение потребителей по энергосбытовым компаниям и удовлетворяют условию:

$$I_i \cap I_e = \emptyset, \quad i \neq e; \quad \bigcup_{i=1}^K I_i = \{1, \dots, N\}. \quad (12)$$

Множество  $I_i$  – индексы потребителей энергосбытовой компании, где  $i$  является в данном случае произвольным (не имеет закономерного характера) и удовлетворяет условию:

$$\sum_{j \in I_i} R_j = M_i, \quad i \leq i^* \quad (13)$$

Выражения (10), (11) задают решение игры (5), (6), которое далее назовем решением А. Его особенность в том, что аутсайдеры ведут себя пассивно на конкурентном рынке, хотя и существенно определяют цену реализации.

Факт влияния аутсайдеров на цену реализации может быть использован компанией БА для формирования активного поведения на розничном рынке и объявить, что ее предельные издержки равны  $y_{i^*}^H + \varepsilon_{i^*+1}$ , т.е. «почти» равны предельным издержкам компании ОС.

В данном случае условия игры (5), (6) изменятся, и появляется новая модель, которая называется игрой с корректным «блефом» [2]. Считается, что изначально электросбытовые компании не имеют объективной информации о предельных издержках своих конкурентов и восстанавливают эти сведения по результатам реальных торгов. Данное поведение электросбытовых компаний на рынке назовем стратегией Б. Для нее представляет интерес изучение следующих цен на электроэнергию:

$$\begin{aligned} y_i^* &= y_i^H, \quad i = i^* + 2; \quad y_{i^*+1}^* = y_{i^*+1}^H + \varepsilon_{i^*+1}; \\ y_{i^*}^* &= y_{i^*}^H; \quad y_{i^*-1}^* = y_{i^*}^* - \varepsilon_{i^*-1}; \\ y_i^* &= y_{i^*-1}^*, \quad i = 1, \dots, i^* - 2 \end{aligned} \quad (14)$$

Пример вычисления цен при предположении, аналогичных формуле (10), приведен в

<sup>1</sup> Аутсайдеры – фирмы, занимающие незначительное и мало значащее место на рынке (см.: Большой энциклопедический словарь / Под ред. А.Н. Азриляна. М., 1997. С. 38.

Таблица 1

Характеристика потребителей

| Наименование параметра                | Индексы потребителей |      |      |      |       |     |     |     |      |      | Сумма   |
|---------------------------------------|----------------------|------|------|------|-------|-----|-----|-----|------|------|---------|
|                                       | 1                    | 2    | 3    | 4    | 5     | 6   | 7   | 8   | 9    | 10   |         |
| Исходные данные                       |                      |      |      |      |       |     |     |     |      |      | Сумма   |
| Потребляемая мощность, кВт/час        | 20                   | 5    | 4    | 6    | 15    | 10  | 10  | 7   | 6    | 17   | 100     |
| Расчетные данные                      |                      |      |      |      |       |     |     |     |      |      | Среднее |
| Индекс компании                       | 1                    | 2    | 3    | 3    | 2     | 3   | 3   | 3   | 3    | 3    |         |
| Цена продаж (стратегия А)             | 93                   | 93   | 94   | 94   | 93    | 94  | 94  | 94  | 94   | 94   |         |
| Издержки                              | 18,6                 | 4,65 | 3,76 | 5,64 | 14,0  | 9,4 | 9,4 | 6,6 | 5,64 | 16,0 |         |
| Цена продаж (стратегия Б)             | 89                   | 89   | 90   | 90   | 89    | 90  | 90  | 90  | 90   | 90   |         |
| Издержки                              | 17,8                 | 4,45 | 3,6  | 5,4  | 13,35 | 9,0 | 9,0 | 6,3 | 5,4  | 15,3 |         |
| Снижение издержек (стрА-стрБ)/стрА, % | 4,3                  | 4,3  | 4,3  | 4,3  | 4,6   | 4,3 | 4,3 | 4,3 | 4,3  | 4,3  | 4,3     |

таблице 2. Распределение потребителей по электросбытовым компаниям в данном случае не меняется и задается выражением (11). Решение игры (14), (11) назовем решением Б.

Теоретическое исследование решений А и Б можно провести для любого из них. Примем решение Б, в котором без потери общности положим величины уступок  $\epsilon_i$  равными нулю. Тогда стратегию Б (выражение (14)) запишем как решение совершенного рыночного торга:

$$y_i^* = \begin{cases} y_i^H, & \text{если } i \leq i^*; \\ y_i^H - & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (15)$$

Решение игры (15), (11) обладает особыми свойствами в силу следующего результата (приводится без доказательства).

**Утверждение.** Совокупность стратегий игроков (11), (15) является ситуацией равновесия (по Нэшу) в игре (5)–(6).

Полученное решение игры (5), (6) полностью соответствует теории совершенной конкуренции и теории экономического равновесия спроса и предложения. Энергосбытовые компании, издержки которых ниже  $y_i^H$ , загружены полностью, компания  $i^*$  удовлетворяет остаточный спрос, а все остальные не имеют потребителей.

Рассмотрим ранжирование компаний в общем случае выражения (7), в частности, случай, когда в (7) – равенства. Тогда каждая компания может привлечь определенную часть потребителей, а средняя загрузка энергосбытовых компаний определится выражением:

$$\frac{\sum R_j}{\sum M_i}$$

Теоретически данная ситуация представляет значительный интерес, поскольку формирует

уникальные «правила игры», направленные на «борьбу за покупателя». Можно показать, в частности, что компании заинтересованы (все вместе) в увеличении затрат на рекламу. Качественно эта заинтересованность выражается в том, что равное увеличение затрат на рекламу всеми компаниями не меняет предпочтений потребителей, не меняет и средней загрузки, но при фиксированной норме прибыли увеличивает прибыль компаний. Та компания, которая отказывается от рекламы с целью снижения издержек, не получает реальных преимуществ, так как без рекламы не получает покупателей. Защита потребителей в данном случае – известное ограничение затрат на рекламу.

Второй общей проблемой розничного рынка энергетики является соотношение между объективным уровнем издержек (объективной ценой  $y_0$ ) и предельными издержками  $y_i^H, i=1, \dots, K$ . Приведенный выше результат об оптимальности стратегии торга не зависел от  $y_0$ . Другими словами, совершенно не ясно, будут ли энергосбытовые компании стремиться к снижению предельных издержек  $y_i^H$  до уровня объективных издержек  $y_0$ . Характерно, что в данном случае может также реализоваться «корпоративный интерес» энергосбытовых компаний. Они в совокупности могут быть не заинтересованы в снижении своих издержек.

Может быть реалистичной и стратегия компаний, при которой предельные издержки  $y_i^H$  оказываются ниже  $y_0$  за счет перехода в «теневую экономику», за счет «проедания капитала», замедления научно-технического прогресса.

Характеристика энергосбытовых компаний

| Наименование параметра               | Индексы компаний |       |       |     | Итого   |
|--------------------------------------|------------------|-------|-------|-----|---------|
|                                      | 1                | 2     | 3     | 4   |         |
| <b>Исходные данные</b>               |                  |       |       |     | Сумма   |
| Предельные мощности, кВт/час         | 20               | 20    | 100   | 10  | 150     |
| Предельные издержки, коп. кВт /час   | 80               | 85    | 90    | 95  |         |
| <b>Расчетные данные</b>              |                  |       |       |     | Среднее |
| Цены (стратегия А), коп.             | 93               | 93    | 94    | 95  |         |
| Объем продаж, кВт-час                | 20               | 20    | 60    | 0   |         |
| Вариант распределения                | {1}              | {2;5} | ост   | ∅   |         |
| Коэффициент загрузки, %              | 100              | 100   | 60    | 0   |         |
| Дополнительная прибыль, руб.         | 2,6              | 1,6   | 2,4   | 0   |         |
| Цена (стратегия Б), коп.             | 89               | 89    | 90    | 91  |         |
| Объем продаж, кВт/час                | 20               | 20    | 60    | 0   |         |
| Вариант распределения                | {1}              | {2;5} | ост   | ∅   |         |
| Коэффициент загрузки, %              | 100              | 100   | 60    | 0   |         |
| Дополнительная прибыль, руб.         | 1,8              | 0,8   | 0     | 0   |         |
| Снижение прибыли (стрА-стрБ)/стрБ, % | 30,8             | 50,0  | 100,0 | 0,0 | 76,2    |

Анализ возможных моделей несовершенного рынка представляет практический интерес и может быть выполнен по схеме отказа от предположений модели совершенного рынка.

В качестве примера рассмотрим *модельный вариант розничного рынка электроэнергии*. Предполагается, что на выбранной территории расположены десять потребителей электроэнергии и четыре электросбытовых компании, характеристики которых приведены в таблицах 1, 2. В данном случае исследованы стратегия А (решение игры розничного рынка, выражения (10), (11)) и стратегия Б (решение игры, выражения (11), (14)). Распределение потребителей по компаниям в данном случае выбрано произвольным, исходя из условия полной загрузки мощностей компаний 1, 2.

Цены за 1 кВт/час электроэнергии выбраны близкими к тарифу ОАО «Алтайэнерго» (для юридических лиц – 91 коп. за 1 кВт/час).

Величина уступки цены выбрана равной 1 коп. для стабилизации (удержания) потребителей компаниями 1, 2.

Стратегия А является основной и, как следует из теории, ориентирована на предельную цену (95 коп.) ближайшего конкурента (компания 4). Стратегия Б поведения участников рынка учитывает возможность «агрессии» компании 4, которая не несет убытков, однако своим поведением снижает прибыль компаний в среднем на 76,2%. При этом «агрессия» компании 4 выгодна потребителям, которые снижают свои издержки в среднем на 4,3%.

## Литература

1. О реформировании электроэнергетики РФ: Постановление Правительства РФ №526 от 11.06.2001 г.

2. Гермейер Ю.Б. Игры с непротивоположными интересами. М., 1976.