УДК 621.372.82

С.А. Комаров, В.В. Щербинин

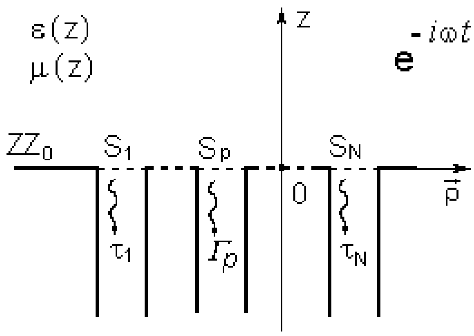
Характеристики согласования конечной волноводной решетки с импедансным фланцем при излучении в слоистую среду

Введение. Широкое применение в технике сверхвысоких частот получили невыступающие волноводные излучатели в виде открытого конца волновода с фланцем. Одной из основных областей применения данного класса антенн является контактное радиоволновое зондирование природных сред и искусственных материалов. В ряде случаев волноводные излучатели объединяются в решетки. При этом может возрасти информативность однократного измерения, появляется возможность исследования локальных неоднородностей в объекте путем регистрации рассеянного сигнала несколькими приемными раскрывами одновременно с различных направлений. Кроме того, можно изменять параметры диаграммы направленности первичного поля за счет вариаций амплитудно-фазового распределения на плоскости антенны. В связи с этим представляет интерес теоретическое рассмотрение процессов в такой системе при излучении сигнала в неоднородную среду. Имеется достаточно большое количество работ, в которых проведен анализ влияния свойств исследуемой среды и параметров волноводной системы на характеристики согласования (коэффициенты отражения, коэффициенты взаимной связи излучателей, входные адмитансы) для волноводов распространенных на практике поперечных сечений [1–3]. Как правило, подобные рассмотрения производятся для идеально проводящих фланцев.

В настоящей работе проведен теоретический анализ взаимного влияния излучателей в волноводной антенной решетке с конечным числом апертур, расположенных на фланце с произвольным сторонним импедансом при излучении в плоскослоистую среду.

При построении решения использован вариационный подход. Применение вариационного принципа к определению характеристик согласования полубесконечного волновода и взаимного влияния двух волноводов с общим импедансным фланцем описано в работах [4–6].

Постановка задачи. Рассмотрим невыступающую антенную решетку диапазона СВЧ, состоящую из N апертурных излучателей на основе открытых концов идентичных полубесконечных волноводов произвольного поперечного сечения с идеально проводящими стенками. Раскрывы волноводов расположены на плоском фланце, который совпадает с координатной плоскостью z = 0 и характеризуется сторонним импедансом ZZ_0, где Z_0 – волновое сопротивление свободного пространства, (рис.). Взаимное положение и ориентация раскрывов задаются произвольным параллельным переносом их по отношению друг к другу на координатной плоскости $\vec{\rho}=\{x,y\}$. Положение центра n-того раскрыва на плоскости фланца определяется поперечным радиус-вектором $\vec{\rho}_n$.



Геометрия задачи

Предположим, что волновод с номером n = p возбуждается волной основного типа с частотой, набегающей на раскрыв вдоль оси z. Временная зависимость полагается вида $e^{-i\omega t}$, для волноводов выполняется условие одномодового режима. Излучение производится в полупространство z = 0, заполненное, в общем случае, произвольным плоскослоистым диэлектриком с поглощением. Требуется определить характеристики согласования и взаимного влияния излучателей в данной системе. Задача полагается линейной, поэтому более общий случай возбуждения нескольких волноводов в системе нетрудно получить на основе частных решений данной задачи с дальнейшим использованием принципа суперпозиции.

Построение решения. Выражения для касательных составляющих электрического и магнитного полей на раскрыве S_n каждого из волноводов с текущим номером n могут быть записаны в виде:

$$\left.\begin{aligned}\vec{E}_{tn}(\vec{\rho},-0) = V_{0n}\vec{\phi}_{0n}(\vec{\rho}) + \sum_{k=1}^{\infty} V_{kn}\vec{\phi}_{kn}(\vec{\rho})\\ \vec{H}_{tn}(\vec{\rho},-0) = I_{0n}\vec{u}\times\vec{\phi}_{0n}(\vec{\rho}) + \sum_{k=1}^{\infty} I_{kn}\vec{u}\times\vec{\phi}_{kn}(\vec{\rho})\end{aligned}\right\} \vec{\rho}\in S_n, \quad (1)$$

где n = 1,2,..., N. Здесь поперечные ортонормированные собственные функции n-того волновода для мод с номером k обозначены как $\vec{\phi}_{kn}(\vec{\rho}) = \vec{\phi}_k(\vec{\rho}-\vec{\rho}_n)$.

Не нарушая общности решения, можно положить амплитуду первичной возбуждающей волны равной единице. Тогда выражения амплитудных коэффициентов волны основного типа V_{0n} и I_{on} для касательного электрического и магнитного полей в (1) представимы записаны в следующем виде:

$$V_{0n} = \begin{cases}\tau_n & n\neq p\\ 1+\Gamma_p & n=p\end{cases}, \quad I_{0n} = \begin{cases}-Y_0\tau_n & n\neq p\\ Y_0\left(1-\Gamma_p\right) & n=p\end{cases}. \quad (2)$$

Здесь Γ_p – комплексный коэффициент отражения первичной волны по электрической составляющей от раскрыва; τ_n – коэффициент передачи в волновод с номером n; Y_0 – собственный характеристический адмитанс бесконечного волновода рассматриваемого типа. Для высших типов волн (k > 0) связь между амплитудными коэффициентами определяется следующим образом:

$$I_{kn} = -Y_k V_{kn}, \quad (3)$$

где Y_k – характеристические адмитансы высших мод.

Граничные условия задачи на плоскости раскрывов z = 0 записываются для касательных составляющих полей со стороны верхнего и нижнего полупространств следующим образом:

$$\vec{E}_t(\vec{\rho},+0) - ZZ_0\vec{u}\times\vec{H}_t(\vec{\rho},+0) = \begin{cases}\vec{F}_n(\vec{\rho}) & \vec{\rho}\in S_n\\ 0 & \vec{\rho}\notin S_n\end{cases}, \quad (4а)$$

$$\vec{u}\times\vec{H}_{tn}(\vec{\rho},-0) = \vec{u}\times\vec{H}_t(\vec{\rho},+0) \quad \vec{\rho}\in S_n. \quad (4б)$$

где функции $\vec{F}_n(\vec{\rho})$ определены как

$$\vec{F}_n(\vec{\rho}) = \vec{E}_{tn}(\vec{\rho},-0) - ZZ_0\vec{u}\times\vec{H}_{tn}(\vec{\rho},-0) \quad \vec{\rho}\in S_n \quad (5)$$

Подставляя в условие (5) выражения (1), а также учитывая (2) и (3), получим:

$$\vec{F}_n(\vec{\rho}) = A_n\vec{\phi}_{0n}(\vec{\rho}) + \sum_{k=1}^{\infty}\left(1-ZZ_0Y_k\right)V_{kn}\vec{\phi}_{kn}(\vec{\rho}) \quad \vec{\rho}\in S_n. \quad (6)$$

В формуле (6) значения для A_n связаны с волноводными коэффициентами передачи τ_n и отражения Γ_p следующим образом:

$$A_n = \alpha\tau_n \quad n\neq p, \qquad A_p = \alpha\Gamma_p + \beta \quad n=p, \quad (7)$$

где $\alpha = 1- ZZ_0Y_0$, $\beta = 1 + ZZ_0Y_0$.

Кроме того, из соотношений (2) и (7) следует, что:

$$I_{0n} = -\frac{Y_0}{\alpha}A_n \quad n\neq p, \qquad I_{0p} = -\frac{Y_0}{\alpha}\left(A_p - 2\right) \quad n=p. \quad (8)$$

Амплитудные коэффициенты V_{kn}, с учетом ортогональности поперечных волновых функций волноводов, могут быть определены из (6) через $\vec{F}_n(\vec{\rho})$ следующим образом:

$$V_{kn} = \frac{1}{\left(1-ZZ_0Y_k\right)}\int_{S_n}\vec{F}_n(\vec{\rho})\vec{\phi}_{kn}(\vec{\rho})d\vec{\rho}. \quad (9)$$

Граничное условие сшивания магнитного поля (4б) с учетом (1) и (3) записывается следующим образом:

$$-I_{0n}\vec{\phi}_{0n}(\vec{\rho}) + \sum_{k=1}^{\infty}Y_kV_{kn}\vec{\phi}_{kn}(\vec{\rho}) = \vec{u}\times\vec{H}_t(\vec{\rho},+0) \quad \vec{\rho}\in S_n. \quad (10)$$

Подстановка в (10) выражений (9) приводит к следующей записи граничного условия:

$$I_{0n}\vec{\phi}_{0n}(\vec{\rho}) = -\vec{u}\times\vec{H}_t(\vec{\rho},+0) + \sum_{k=1}^{\infty}Y_k\vec{\phi}_{kn}(\vec{\rho})\frac{1}{1-ZZ_0Y_k}\int_{S_n}\vec{F}_n(\vec{\rho}')\vec{\phi}_{kn}(\vec{\rho}')d\vec{\rho}' \quad \vec{\rho}\in S_n \quad (11)$$

В формуле (11) полагается, что поле на раскрывах со стороны верхнего полупространства может быть представлено с помощью граничного условия (4а) через функцию Грина верхнего полупространства $\tilde{G}(\vec{\rho}-\vec{\rho}')$ таким образом, что

$$-\vec{u}\times\vec{H}_t(\vec{\rho},+0) = \sum_{m=1}^{N}\int_{S_m}\tilde{G}(\vec{\rho}-\vec{\rho}')\vec{F}_m(\vec{\rho}')d\vec{\rho}'. \quad (12)$$

После этого условие (11) может быть записано в виде следующей системы из n-векторных интегральных уравнений относительно неизвестных функций $\vec{F}_n(\vec{\rho})$:

$$I_{0n}\vec{\phi}_{0n}(\vec{\rho}) = \sum_{m=1}^{N}\int_{S_m}\left[\begin{aligned}&\tilde{G}(\vec{\rho}-\vec{\rho}') + \\ &+\delta_{mn}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{Y_k}{1-ZZ_0Y_k}\vec{\phi}_{kn}(\vec{\rho})\vec{\phi}_{km}(\vec{\rho}')\end{aligned}\right]\vec{F}_m(\vec{\rho}')d\vec{\rho}', \quad (13)$$

$$n = 1,\ldots,N.$$

Векторная система (13) может быть расписана на скалярные составляющие следующим образом:

$$I_{0n}\vec{\phi}_{0nx}(\vec{\rho}) =$$
$$= \sum_{m=1}^{N}\int_{S_m}\left[\begin{array}{l}G_{xx}(\vec{\rho}-\vec{\rho}\,')+\\ +\delta_{nm}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{Y_k}{1-ZZ_0Y_k}\vec{\phi}_{knx}(\vec{\rho})\vec{\phi}_{kmx}(\vec{\rho}\,')\end{array}\right]F_{mx}(\vec{\rho}\,')d\vec{\rho}\,' +$$
$$+\sum_{m=1}^{N}\int_{S_m}\left[\begin{array}{l}G_{xy}(\vec{\rho}-\vec{\rho}\,')+\\ +\delta_{nm}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{Y_k}{1-ZZ_0Y_k}\vec{\phi}_{knx}(\vec{\rho})\vec{\phi}_{kmy}(\vec{\rho}\,')\end{array}\right]F_{my}(\vec{\rho}\,')d\vec{\rho}\,' \qquad (14)$$

$$I_{0n}\vec{\phi}_{0ny}(\vec{\rho}) =$$
$$= \sum_{m=1}^{N}\int_{S_m}\left[\begin{array}{l}G_{yx}(\vec{\rho}-\vec{\rho}\,')+\\ +\delta_{nm}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{Y_k}{1-ZZ_0Y_k}\vec{\phi}_{kny}(\vec{\rho})\vec{\phi}_{kmx}(\vec{\rho}\,')\end{array}\right]F_{mx}(\vec{\rho}\,')d\vec{\rho}\,' +$$
$$+\sum_{m=1}^{N}\int_{S_m}\left[\begin{array}{l}G_{yy}(\vec{\rho}-\vec{\rho}\,')+\\ +\delta_{nm}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{Y_k}{1-ZZ_0Y_k}\vec{\phi}_{kny}(\vec{\rho})\vec{\phi}_{kmy}(\vec{\rho}\,')\end{array}\right]F_{my}(\vec{\rho}\,')d\vec{\rho}\,'$$

Система интегральных уравнений (14), содержащая 2n скалярных уравнений, не имеет точного решения. Поэтому получение и анализ физических характеристик системы могут быть проведены приближенными методами, например с использованием вариационного принципа.

Система интегральных уравнений (13) может быть записана в матричном виде. Для этого необходимо определить векторы-столбцы F и Ψ размерности 2n

$$\Psi = \begin{pmatrix}\vec{F}_1(\vec{\rho})\\ \vec{F}_2(\vec{\rho})\\ \dots\\ \vec{F}_n(\vec{\rho})\end{pmatrix}. \qquad (15)$$

В этом случае система (13) примет вид:

$$\Psi = KF \quad \vec{\rho}\in S, \qquad (16)$$

где под S понимается площадь раскрыва волновода, соответствующего последовательно каждому из уравнений системы (16). Через K обозначен линейный интегральный оператор задачи, так что

$$KF = \int_{S_m} M(\vec{\rho},\vec{\rho}\,')F(\vec{\rho}\,')d\vec{\rho}\,', \qquad (17)$$

Здесь $M(\vec{\rho},\vec{\rho}\,')$ представляет собой блочную матрицу, каждый элемент которой размерностью 2 x 2 имеет следующий вид:

$$\widetilde{M}_{nm}(\vec{\rho},\vec{\rho}\,') = \widetilde{G}(\vec{\rho}-\vec{\rho}\,') +$$
$$+\delta_{nm}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{Y_k}{1-ZZ_0Y_k}\vec{\phi}_{kn}(\vec{\rho})\vec{\phi}_{km}(\vec{\rho}\,'). \qquad (18)$$

Далее необходимо использовать определение скалярного произведения двух векторов произвольной размерности A и B в виде:

$$\langle A,B\rangle = \int_S ABd\vec{\rho}. \qquad (19)$$

Умножая систему интегральных уравнений (16) на вектор-столбец F, можно получить следующее скалярное равенство:

$$\langle F,\Psi\rangle = \langle F,KF\rangle. \qquad (20)$$

Введем функционал задачи путем очевидных преобразований равенства (20):

$$L = \langle F,\Psi\rangle = \frac{\langle F,\Psi\rangle^2}{\langle F,KF\rangle}. \qquad (21)$$

Покажем, что определенный таким образом функционал L является стационарным по отношению к вариациям функции F. Вычисление вариации функционала L приводит к выражению вида (22).

$$\delta L = \frac{2\langle F,\Psi\rangle\langle \delta F,\Psi\rangle - \langle F,\Psi\rangle^2\left[\langle \delta F,KF\rangle + \langle F,K\delta F\rangle\right]}{\langle F,KF\rangle^2} \qquad (22)$$

Необходимо учитывать, что $\langle \delta F,KF\rangle = \langle F,K\delta F\rangle$. Это справедливо вследствие того, что для матрицы $M(\vec{\rho},\vec{\rho}\,')$, элементы которой определены равенством (18), выполняется условие $M(\vec{\rho},\vec{\rho}\,') = M^T(\vec{\rho}\,',\vec{\rho})$, где индекс T обозначает комплексное сопряжение. Тогда выражение (22) может быть преобразовано к виду:

$$\delta L = \frac{2\langle F,\Psi\rangle\left[\langle \delta F,\Psi\rangle - \langle \delta F,KF\rangle\right]}{\langle F,KF\rangle^2} =$$
$$= \frac{2\langle F,\Psi\rangle\left[\langle \delta F,(\Psi - KF)\rangle\right]}{\langle F,KF\rangle^2} = 0. \qquad (23)$$

Полученное выражение равно нулю, поскольку в скобках числителя дроби (23) образуется интегральное уравнение задачи. Это доказывает стационарность построенного функционала по отношению к решению системы интегральных уравнений.

Приближенное решение задачи может быть найдено с использованием свойства стационарности функционала (21). Задача может быть решена в одномодовом приближении, когда решение предполагается в виде $\vec{F}_n(\vec{\rho}) = A_n\vec{\phi}_{0n}(\vec{\rho})$, или как вектор-столбец $F = A\phi_0$. В этом случае выражение (21) может быть преобразовано к следующему виду:

$$L = \frac{\left\langle A\phi_0, \Psi \right\rangle^2}{\left\langle A\phi_0, KA\phi_0 \right\rangle}. \qquad (24)$$

Проводя вариацию амплитудных коэффициентов A_n и учитывая, что должно выполняться условие стационарности, можно получить:

$$\left\langle \delta A\phi_0, (\Psi - KA\phi_0) \right\rangle = 0. \qquad (25)$$

Запись (25) может быть реализована в виде системы алгебраических уравнений, учитывая (19) и приравнивая к нулю множители при первых вариациях каждого из коэффициентов A_n:

$$I_{0n} = \sum_{m=1}^{N} p_{nm} A_m \quad n = 1,2...,N, \qquad (26)$$

где

$$p_{nm} = \int\limits_{S_n} \int\limits_{S_m} \vec{\phi}_{0n}(\vec{\rho}) \widetilde{G}(\vec{\rho} - \vec{\rho}\,') \vec{\phi}_{0m}(\vec{\rho}\,') d\vec{\rho}\,' d\vec{\rho}. \qquad (27)$$

С учетом связи между коэффициентами (8) система (26) может быть переписана относительно лишь неизвестных значений амплитудных коэффициентов A_n:

$$\sum_{m=1}^{N} \left(p_{nm} + \delta_{nm} \frac{Y_0}{\alpha} \right) A_m = \frac{2\delta_{pn} Y_0}{\alpha} \quad n = 1,...,N. \qquad (28)$$

Найденные A_n как решения системы (28), позволяют вычислить физические характеристики волноводной системы, используя равенства (7):

$$\Gamma_p = \frac{1}{\alpha}\left(A_p - \beta \right) \quad n = p, \qquad \tau_n = \frac{1}{\alpha} A_n \quad n \neq p \qquad (29)$$

Выводы. Решена задача о взаимном влиянии излучателей волноводной решетки с произвольным конечным числом идентичных элементов и импедансным фланцем. Получена система интегральных уравнений задачи. Показана возможность введения стационарного функционала, связанного с характеристиками согласования излучающей системы. В одномодовом приближении задача сведена к решению системы линейных алгебраических уравнений, порядок которой равен числу волноводов в антенной решетке. В частном случае нулевого стороннего импеданса фланца наблюдается совпадение с известным ранее решением задачи.

Литература

1. Воскресенский Д.И., Кременецкий С.Д., Гринев А.Ю., Котов Ю.В. Автоматизированное проектирование антенн и устройств СВЧ. М., 1988.

2. Gajda G.B., Stuchly S.S. Numerical analysis of open-ended coaxial lines // IEEE Trans. on Microwave theory and technique Vol. MTT-31. №5. 1983.

3. Amitay N., Galindo V. Characteristics of Dielectric Loaded and Covered Circular Waveguide Phased Array // IEEE Trans. on Antennas and propagation Vol. AP-17. №6. 1969.

4. Комаров С.А. Вариационный принцип в задачах излучения из полубесконечного волновода с импедансным фланцем // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1985 Т. 28. №3.

5. Комаров С.А., Щербинин В.В. Входной адмитанс волновода с импедансным фланцем при излучении в плоскослоистую среду // Известия АГУ. 1997. №1.

6. Komarov S.A., Scherbinin V.V. Self and mutual admittance of waveguide system with impedance flange // 2000 International Conference Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET-2000) Proceedings, Kharkov, Ukraine, 2000.