

В.И. Волков, С.С. Кадышева

Модельное исследование проницаемости жидкости в каналах сложной формы

Данная работа посвящена проницаемости жидкости в капиллярах различной геометрии, в частности, изучению проницаемости почвы.

Почва, как известно, представляет собой дисперсное тело, т.е. она состоит из большого числа частичек разного размера и пронизана во всех направлениях большим числом сообщающихся между собой капилляров. Именно в этих капиллярах и скапливается та влага, которая поступает тем или иным путем в почву.

Этому вопросу посвящено большое количество исследований [1–3].

К одной из первых работ можно отнести исследование влажности почвы, проведенное Докучаевым более ста лет назад.

Попытаемся в первом приближении оценить, как размер пор, их форма влияют на количество жидкости, которое задерживается в данной поре и т.д.

При изучении законов движения подземных вод в грунтах удачные результаты были получены Сlichtером, который в качестве модели ввел понятие «идеальной почвы».

«Идеальной почвой» принято называть сыпучее тело, состоящее из сферических частиц одинакового диаметра.

В предлагаемой работе для определения характеристик пор также использовалась модель «идеальной почвы».

Шарообразные частицы, из которых состоит «идеальная почва», представляют из себя хаотичную упаковку. Хаотичная упаковка, в свою очередь, есть не что иное, как смесь двух правильных упаковок с минимальной и максимальной пористостями (октаэдрической и кубической).

Если в пористую среду вводится с поверхности некоторое количество жидкости, то жидкость стремится самопроизвольно проникнуть внутрь среды вдоль стенок пор. Равновесие наступает тогда, когда смачивающая жидкость соберется в тех порах и щелях, которые по уравнению Юнга обеспечивают наибольшую кривизну поверхности раздела. Описанный процесс установления капиллярного равновесия можно лучше всего уяснить на модели пористой среды в виде правильной кубической упаковки.

Проведено экспериментальное исследование влажности идеальной почвы на моделях капилляров, образованных шариками и цилиндрическими таблетками.

При расчетах использовалась модель «идеальной почвы», где шарики и цилиндры расположены в виде правильной кубической упаковки (рис. 1).

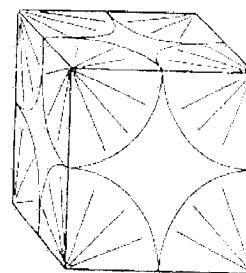


Рис. 1. Правильная кубическая упаковка

В зависимости от формы и материала поверхности жидкость ведет себя по-разному. Зная площадь растекания жидкости по поверхности и ее объем, можно рассчитать различные геометрические характеристики этого объема. В частности, можно рассчитать вертикальный размер (размер пор) этого объема, который условно назовем высотой поднятия жидкости в капилляре h (рис. 2).

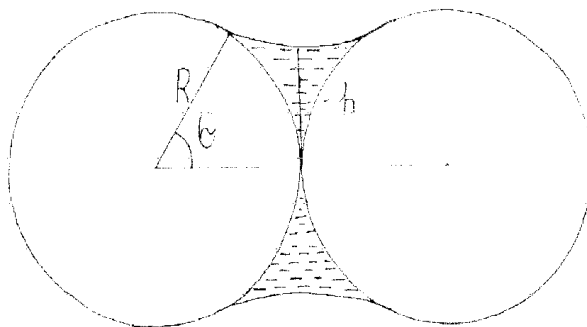


Рис. 2. Поверхность раздела между жидкостью и воздухом в «пористой среде» из правильно уложенных частиц:
 R – радиус частиц; h – высота поднятия жидкости в капилляре; θ – угол между линией, соединяющей центры частиц и радиусом проведенным из центра частицы к краю манжеты

Для определения относительной высоты поднятия воды (x) проведены расчеты для объема между соприкасающимися цилиндрами и шариками. Расчеты проводились исходя из условия минимальной потенциальной энергии объема жидкости в порах.

Для объема между цилиндрами математический расчет приводит к следующей зависимости относительной высоты x от радиуса и поверхностного натяжения:

$$2\rho g R^2 \left[x \left(\frac{5+3x^2}{\sqrt{1-x^2}} - 4 \right) - \arcsin(x) \right] - \sigma \left(\frac{4+2x}{\sqrt{1-x^2}} \right) = 0, \quad (1)$$

где h – высота поднятия жидкости в капилляре; R – радиус цилиндров; $x = h/R$ – относительная высота поднятия жидкости; σ – коэффициент поверхностного натяжения; ρ – плотность жидкости; l – длина цилиндров.

Подставив численные значения для цилиндров радиуса $R = 0,0124$ м и длины $l = 0,0186$ м, получили, что относительная высота поднятия воды $x = 0,12$.

Эксперимент, проведенный на цилиндрах, подтвердил полученную зависимость. Так, в эксперименте получено значение относительной высоты поднятия воды $x = (0,25 \pm 0,12)$, что приблизительно на 15% отличается от теоретического значения.

Для объема между шариками расчет приводит к следующей зависимости относительной высоты x от радиуса и поверхностного натяжения:

$$\frac{1}{2} \rho g R^2 x^2 \left(\frac{1}{6} x^2 + \frac{5}{24} x + \frac{1}{4} \right) - \sigma \left(4 - \frac{\sqrt{2} x^2}{\sqrt{x \left(2 - \frac{x}{2} \right)}} \right) = 0, \quad (2)$$

где R – радиус шариков.

Подставив численные значения для шариков радиуса $R=0,01$ м, получили, что относительная высота поднятия воды $x=0,073$. Объем воды между шариками рассчитывался по формуле:

$$V = \pi R^3 x^2 \left(0,5 - \frac{1}{6} x \right). \quad (3)$$

Экспериментальное значение объема воды между шариками было получено следующее: $x = (0,097 \pm 0,023)$, отличающееся от теоретического менее чем на 10%. Несмотря на всю качественность приведенной расчетной модели, экспериментальные значения удовлетворительно совпали с теоретическими данными.

В работе [4] приводится формула Фишера (4) для вычисления объема водной манжеты, которая представляет собой отдельное скопление воды между частицами (рис. 2).

$$V = 2\pi R^3 (\sec\theta - 1)^2 \left[1 - \left(\frac{\pi}{2} - (\theta) \operatorname{tg}\theta \right) \right], \quad (4)$$

где θ – угол между линией соединяющей центры частиц, и радиусом, проведенным из центра частицы к краю манжеты; R – радиус частицы.

$$\theta = 2 \arcsin \left(h \sqrt{\frac{\rho g}{\sigma}} \right). \quad (5)$$

Подставляя численные значения для используемых параметров шариков в формулу (4) и вычисляя угол по формуле (5), получаем, что относительная высота поднятия равна $x = 0,035$.

Таким образом, совпадение теории и эксперимента гораздо ближе, если используется формула (2), а не формула Фишера (4).

Выводы. В результате проведенного исследования для оценки объема воды в идеальном капилляре наряду с формулой Фишера можно использовать формулу, полученную из расчета минимума потенциальной энергии жидкости.

Данные расчеты позволяют оценить влажность почвы в зависимости от ее состояния и состава без непосредственного измерения.

Литература

1. Механика жидкости и многофазных сред. М., 1991.
2. Оно С., Кондо С. Молекулярная теория поверхностного натяжения в жидкостях. М., 1978.
3. Френкель Я. И. Кинетическая теория жидкостей. Л., 1976.
4. Роде А.А. Почвенная влага / АН СССР. Почвенный ин-т. М., 1952.