

Чернов А. А., Таныгин С. В., Хазанов Г. В.

## Линейная модификация альфвеновских и быстрых магнитозвуковых волн в магнитосфере

Для волн вистлеровского и МГД диапазонов показана возможность линейной модификации их дисперсии, поляризации и энергии горячими частицами.

### Введение

Считается [1], что в условиях магнитосферы тепловое движение частиц плазмы слабо влияет на дисперсионные свойства альфвеновских и быстрых магнитозвуковых волн. По этой причине, как правило, используют приближение холодной дисперсии [2–6].

Между тем, тепловое движение даже фоновых частиц может привести к ликвидации для этих волн холодных полос непрозрачности [7], а энергичные частицы и в небольшой концентрации могут существенно изменить дисперсионные свойства волн и вызвать неустойчивость гидродинамического типа [8].

Цель настоящей работы — распространить идею авторов [8] на вистлеровский диапазон частот, а в МГД диапазоне — на более сложный состав плазмы.

### 1. Постановка задачи

Будем считать магнитосферную плазму однородной, бесстолкновительной и состоящей из определенного количества заряженных компонент. Пусть можно пренебречь тепловым движением всех компонент кроме одной — компоненты  $\alpha$  с бимаксвелловским распределением частиц по скоростям

$$f_\alpha = \frac{\exp \left[ - \left( v_{\parallel} / V_{\parallel}^{(\alpha)} \right)^2 - \left( v_{\perp} / V_{\perp}^{(\alpha)} \right)^2 \right]}{\pi^{3/2} V_{\parallel}^{(\alpha)} \left( V_{\perp}^{(\alpha)} \right)^2}, \quad (1)$$

где  $V_{\parallel, \perp}^{(\alpha)} = \left( 2T_{\parallel, \perp}^{(\alpha)} / m_\alpha \right)^{1/2}$  — тепловая скорость вдоль (индекс  $\parallel$ ) и поперек ( $\perp$ ) геомагнитного поля. В вистлеровском диапазоне частот пусть эта компонента будет электронной добавкой ( $\alpha = e$ ), а в МГД диапазоне — либо протонной ( $\alpha = p$ ), либо ионной ( $\alpha = i$ ), причем если добавка протонная, то плазма содержит помимо холодных протонов еще и холодные ионы одного

сорта (в противном случае — только холодные протоны).

Требуется рассмотреть линейные свойства альфвеновских и быстрых магнитозвуковых волн, частота которых существенно меньше гирочастоты добавки, при выполнении неравенств

$$\left| z_{\pm 1}^{(\alpha)} \right| \equiv \left| (\omega \mp \omega_{B\alpha}) / kV_{\parallel}^{(\alpha)} \right| \gg 1, \quad (2)$$

$$\left| z_{\pm 1}^{(\alpha)} \right| \equiv \left| (\omega \mp \omega_{B\alpha}) / kV_{\parallel}^{(\alpha)} \right| \ll 1, \quad (3)$$

где  $\omega$  и  $\omega_{B\alpha}$  — частота и гирочастота,  $k$  — модуль волнового вектора.

### 2. Общие выражения

Для продольного распространения волн стандартным образом [9] можно получить, что

$$\begin{cases} N^2 = \varepsilon_1 \pm \varepsilon_2 \equiv 4i \sum_{\alpha} \sigma_{\pm 1}^{(\alpha)}, \\ \mathbf{e} = (1, \mp i, 0) \end{cases} \quad (4)$$

где  $N = n + i\kappa$  — комплексный показатель преломления,  $\varepsilon_{1,2}$  — элементы тензора диэлектрической проницаемости,  $\mathbf{e}$  — вектор поляризации,

$$\sigma_{\pm 1}^{(\alpha)} = \frac{\omega_{p\alpha}^2}{4i\omega^2} \left[ i\sqrt{\pi} z_0^{(\alpha)} w(z_{\pm 1}^{(\alpha)}) + A_\alpha \left( 1 + i\sqrt{\pi} z_{\pm 1}^{(\alpha)} w(z_{\pm 1}^{(\alpha)}) \right) \right]. \quad (5)$$

В свою очередь, в (5)  $\omega_{p\alpha}$  — плазменная частота,  $z_0^{(\alpha)} = \omega / kV_{\parallel}^{(\alpha)}$ ,  $A_\alpha = T_{\perp}^{(\alpha)} / T_{\parallel}^{(\alpha)} - 1$ , а

$$-i\sqrt{\pi} w(z) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} dt \frac{e^{-t^2}}{z - t}. \quad (6)$$

Отметим, что верхний знак в (4) и в последующих формулах, если  $\text{Rm } \omega > 0$ , относится к волне левой (L) поляризации, нижний — к правой (R). Дальнейшая конкретизация формул связана с использованием оставшихся условий постановки задачи и, в частности, с разложением в ряд функции (6) при (2) и (3).

### 3. Диапазон вистлеров

При условии (2) из (4) получим ( $\alpha = e$ )

$$N^2 = \pm \frac{\omega_{p\alpha}^2}{\omega\omega_{B\alpha}} \times \frac{1 + i\sqrt{\pi} \frac{n_\alpha}{n_o} A_\alpha \frac{\omega_{B\alpha}}{\omega} z_{\pm 1}^{(\alpha)} \exp[-(z_{\pm 1}^{(\alpha)})^2]}{1 + \frac{n_\alpha m_\alpha}{2n_o m_p} A_\alpha \left(\frac{V_{\parallel}^{(\alpha)}}{V_A}\right)^2}, \quad (7)$$

где  $n_o$  — концентрация электронов,  $n_\alpha$  — концентрация энергичной добавки,  $V_A = (B_o/4\pi n_o m_p)^{1/2}$ ,  $B_o$  — напряженность геомагнитного поля. Из (7), очевидно,

$$\omega = \pm \omega_{B\alpha} \left(\frac{kc}{\omega_{p\alpha}}\right)^2 \left[1 + \frac{n_\alpha m_\alpha}{2n_o m_p} A_\alpha \left(\frac{V_{\parallel}^{(\alpha)}}{V_A}\right)^2\right] \times \frac{1 - i\sqrt{\pi} \frac{n_\alpha \omega_{B\alpha}}{n_o \omega} A_\alpha z_{\pm 1}^{(\alpha)} \exp[-(z_{\pm 1}^{(\alpha)})^2]}{1 + \left\{\sqrt{\pi} \frac{n_\alpha \omega_{B\alpha}}{n_o \omega} A_\alpha z_{\pm 1}^{(\alpha)} \exp[-(z_{\pm 1}^{(\alpha)})^2]\right\}^2}. \quad (8)$$

Кроме того, если

$$B_o^2/4\pi < -A_\alpha n_\alpha T_{\parallel}^{(\alpha)} \quad (9)$$

и  $\text{Re } \omega > 0$ , то  $N^2 \geq 0$ . Поскольку из (8) при (9)  $\text{Rm } \omega \geq 0$  — значит вместо правой поляризации существует левая, причем кинетически устойчивая, поскольку при  $\text{Rm } \omega > 0$  из (7) и (8) следует, что  $\kappa > 0$  и  $\text{Im } \omega < 0$ .

При условии (3) имеем

$$\left\{ \begin{array}{l} N^2 = \frac{\omega_{p\alpha}^2}{\omega\omega_{B\alpha}} \left[ \pm 1 + \frac{n_\alpha \omega_{B\alpha}}{n_o \omega} A_\alpha \left(1 + i\sqrt{\pi} z_{\pm 1}^{(\alpha)}\right) \right], \\ \omega = \pm \omega_{B\alpha} \left[ \left(\frac{kc}{\omega_{p\alpha}}\right)^2 - \frac{n_\alpha}{n_o} A_\alpha \left(1 + i\sqrt{\pi} z_{\pm 1}^{(\alpha)}\right) \right]. \end{array} \right. \quad (10)$$

Из формул (10) видно, что и здесь, если

$$\left(m_\alpha c^2/e^2 n_\alpha^{1/3}\right) < 4\pi A_\alpha (n_\alpha/k^3)^{2/3}, \quad (11)$$

вместо вистлера правой поляризации появляется «горячий», имеющий левую. Кроме того, он имеет отрицательную энергию. Действительно, для продольного распространения из общей формулы для энергии волн можно получить следующую

$$W_k = \frac{I_k}{16\pi} \left[ 2N^2 + \omega \frac{\partial}{\partial \omega} (\varepsilon_1 \pm \varepsilon_2) \Big|_{\omega=\text{Re } \omega} \right], \quad (12)$$

где  $I_k$  — квадрат модуля электрического поля волны. Далее, учитывая (10), из (12) легко получить, что

$$W_k = \frac{I_k \omega_{p\alpha}^2}{16\pi \omega \omega_{B\alpha}} \geq 0.$$

### 4. МГД диапазон

При выполнении (2) или (3) из (4) получим соответственно следующие формулы:

$$\left\{ \begin{array}{l} N^2 = \left(\frac{c}{V_A}\right)^2 \left\{ 1 + \frac{n_i}{n_o} \left(\frac{m_i}{m_p} - 1\right) \pm \frac{\omega}{\omega_{Bp}} \left[ 1 + \frac{n_i}{n_o} \left(\frac{m_i^2}{m_p^2} - 1\right) \right] + i\sqrt{\pi} \frac{n_\alpha \omega_{Bp}}{n_o \omega^2} \omega_{B\alpha} A_\alpha z_{\pm 1}^{(\alpha)} \times \right. \\ \left. \times e^{-(z_{\pm 1}^{(\alpha)})^2} \right\} / \left[ 1 + \frac{n_\alpha m_\alpha}{2n_o m_p} A_\alpha \left(\frac{V_{\parallel}^{(\alpha)}}{V_A}\right)^2 \right], \\ \omega^2 \left\{ 1 + \frac{n_i}{n_o} \left(\frac{m_i}{m_p} - 1\right) \pm \frac{\omega}{\omega_{Bp}} \left[ 1 + \frac{n_i}{n_o} \left(\frac{m_i^2}{m_p^2} - 1\right) \right] \right\} + i\sqrt{\pi} \frac{n_\alpha}{n_o} \omega_{Bp} \omega_{B\alpha} A_\alpha z_{\pm 1}^{(\alpha)} e^{-(z_{\pm 1}^{(\alpha)})^2} = \\ = k^2 \left[ V_A^2 + \frac{n_\alpha m_\alpha}{2n_o m_p} A_\alpha (V_{\parallel}^{(\alpha)})^2 \right]; \end{array} \right. \quad (13)$$

и

$$\left\{ \begin{array}{l} N^2 = \frac{c^2}{V_A^2} \left[ 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_p} - \frac{n_\alpha \omega_{Bp}}{n_o \omega}\right) + \frac{n_\alpha \omega_{Bp} \omega_{B\alpha}}{n_o \omega^2} A_\alpha \left(1 + i\sqrt{\pi} z_{\pm 1}^{(\alpha)}\right) \right], \\ \omega^2 \left[ 1 \pm \left(\frac{\omega}{\omega_p} - \frac{n_\alpha \omega_{Bp}}{n_o \omega}\right) \right] = \\ = k^2 V_A^2 - \frac{n_\alpha}{n_o} \omega_{Bp} \omega_{B\alpha} A_\alpha \left(1 + i\sqrt{\pi} z_{\pm 1}^{(\alpha)}\right), \end{array} \right. \quad (14)$$

где  $\alpha = p$  или  $i$ , причем если  $\alpha = p$ , то в (14), в отличие от (13), обязательно  $n_i = 0$ .

Анализ формул (13) и (14) показывает, что наряду с кинетической неустойчивостью  $L$  и  $R$  мод, обусловленной  $\text{Im } \varepsilon_{1,2}$  и  $A_\alpha \geq 0$ , они могут описывать и чисто гидродинамическую. При выполнении неравенства (9) это неустойчивость шлангового типа, а случай выполнения (11) вполне аналогичен рассмотренному для протонной добавки в работе [8]. Подчеркнем также, что при выполнении (3), во-первых, уравнение

$$\varepsilon_2 = \frac{c^2}{V_A^2} \left( \frac{\omega}{\omega_{Bp}} - \frac{n_\alpha \omega_{Bp}}{n_o \omega} \right) = 0$$

определяет переходные частоты, отличные от холодных [3]. Во-вторых, используя (12) и (14) можно найти, что

$$W_k = \frac{I_k c^2}{16\pi V_A^2} \left[ 2 \pm \frac{3\omega}{\omega_{Bp}} \mp \frac{n_\alpha \omega_{Bp}}{n_o \omega} \right] \geq 0,$$

причем знак равенства может иметь место только для  $L$  моды в области гидродинамической неустойчивости.

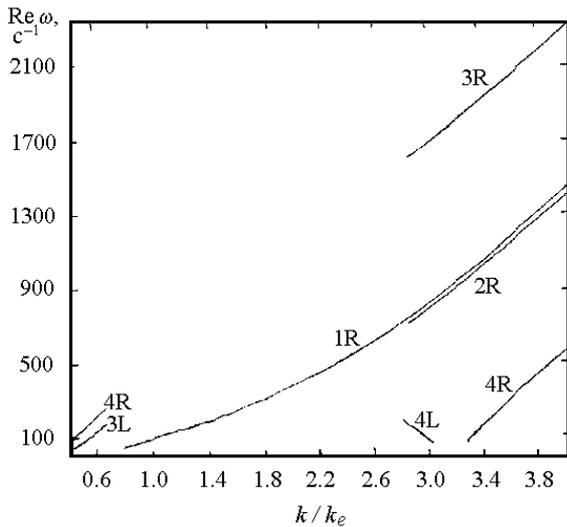


Рис. 1. Модификация вистлеров добавкой энергичных электронов:  $n_e A_e = 0, 0.1, -5, 5 \text{ см}^{-3}$  для кривых соответственно 1–4,  $k_e = -\omega_{Be}/V_{\parallel}^{(e)} = 1.4 \cdot 10^{-6} \text{ см}^{-1}$ .

### 5. Численные расчеты

Численные расчеты проведены по формулам (8) и (10) (рис. 1), (13) (рис. 2 а и б) и (14) (рис. 2 в) без учета мнимой части в них для параметров плазмы

$$B_o = 100 \text{ нТл}, \quad n_o = 100 \text{ см}^{-3}, \quad T_{\parallel}^{(\alpha)} = 50 \text{ кэВ}.$$

Такие значения параметров плазмы характерны для региона плазмосферы и кольцевого тока [10, 11].

Видно, что существенная модификация волн возможна при достаточно больших значениях параметра  $n_{\alpha} A_{\alpha}$ .

### Заключение

В работе получено несколько интересных результатов, связанных с линейной модификацией альфвеновских и быстрых магнитозвуковых волн. Прежде всего, это вывод о возможности существования в диапазоне вистлеров модификации левой поляризации с отрицательной энергией, а в МГД диапазоне — гидродинамической неустойчивости.

Однако, рассмотренных модификаций не будет, если

$$V_A^2 \gg |A_{\alpha}| V_*^2 n_{\alpha} / n_o,$$

где величина

$$V_*^2 = \frac{T_{\parallel}^{(\alpha)}}{m_p}, \quad \frac{\omega_{Bp} |\omega_{B\alpha}|}{k^2}$$

соответственно для случаев (2) и (3).

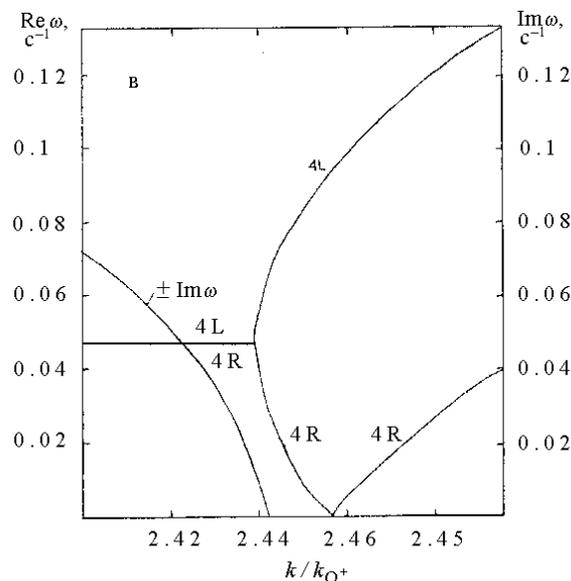
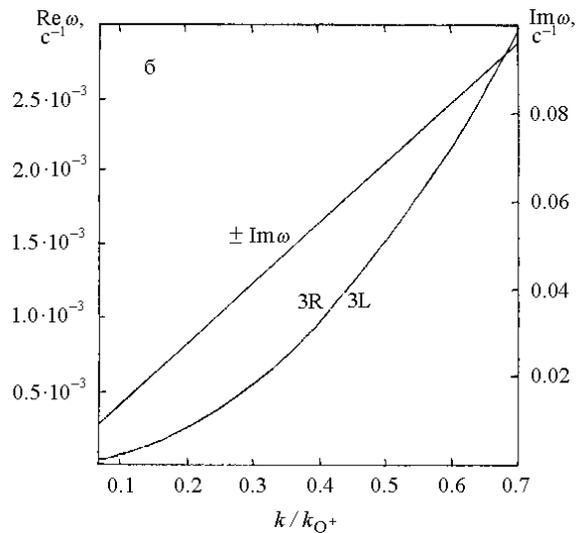
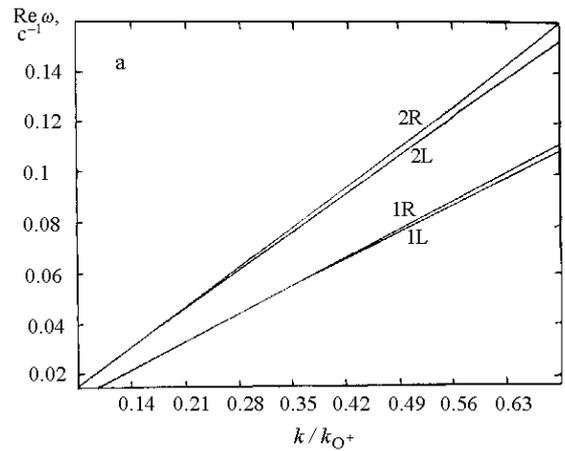


Рис. 2. Модификация МГД волн энергичными ионами  $O^+$ :  $n_{O^+} A_{O^+} = 0, 1, -2, 3 \text{ см}^{-3}$  для кривых соответственно 1–4,  $k_{O^+} = \omega_{BO^+}/V_{\parallel}^{(O^+)} = 7.7 \cdot 10^{-9} \text{ см}^{-1}$ . Для кривой 3  $n_{O^+} = 3 \text{ см}^{-3}$ .

## Литература

1. Oscarsson T., Andre M. // *Ann. Geophys.*, 1986, v.4, p.319.
2. Kennel C.F., Petschek H.E. // *J. Geophys. Res.*, 1966, v.71, p.1.
3. Rauch J.L., Roux A. // *J. Geophys. Res.*, 1982, v.87, p.8191.
4. Kozura J.U., Cravens T.E., Nagy A.F., Fonthelm E.L., Ong R.S.B. // *J. Geophys. Res.*, 1984, v.89, p.2217.
5. Chernov A.A., Khazanov G.V., Konikov Yu.V. // *Planet. Space Sci.*, 1990, v.V38, p.823.
6. Denton R.E., Hudson T.K., Roth I. // *J. Geophys. Res.*, 1992, v.97, p.12093.
7. Некрасов А.К. // *Геомагнетизм и аэронавигация*, 1988, т.28, p.164.
8. Веряев А.А., Гамаюнов К.В., Криворучский Э.Н. // *Физика плазмы*, 1992, т.18, p.540.
9. Ахиезер А.И., Ахиезер И.А., Половин П.В., Ситенко А.Г., Степанов К.Н. *Электродинамика плазмы*, М.: Наука, 1974.
10. Horwitz J.L. // *Rev. Geophys.*, 1987, v.25, p.579.
11. Темный В.В. (состав. сб.) *Космическая плазма. Энергичные частицы в магнитосфере Земли*, М.: Мир, 1990.