

Лагутин А. А., Юшков А. В., Прокопец А. Г.,
Макаров В. В., Мисаки А.

Угловое распределение мюонов на больших глубинах в грунте

В данной работе мы исследуем угловое распределение мюонов, прошедших через большие толщии грунта. Для вычисления среднеквадратичного угла рассеяния мюонов нами было получено, в рамках сопряженного подхода, точное уравнение для $\langle \vartheta_\mu^2 \rangle$. Расчеты были выполнены с полным учетом флуктуаций потерь энергии в процессах тормозного излучения, образования пар, фотоядерного взаимодействия и образования δ -электронов. Анализируется чувствительность среднеквадратичного угла рассеяния мюонов $\langle \theta_\mu^2 \rangle$, усредненного по спектру мюонов на уровне моря, к изменениям первичного спектра мюонов.

Введение

Данные подземных экспериментов по изменению интенсивности мюонов на установках Soudan I [1] и NUSEX [2], указавшие на избыток мюонов в направлении на мощный γ -источник Лебедь X-3, послужили основанием для ряда исследований углового распределения мюонов на больших глубинах в грунте. Так, в работе [3] расчеты усредненного по спектру среднеквадратичного угла рассеяния мюонов были выполнены аналитически в приближении непрерывных потерь энергии во всех процессах за исключением процесса тормозного излучения, а в [4] угловое распределение было получено методом Монте-Карло. В данной работе мы используем для этих целей сопряженный подход. В рамках этого подхода мы получили точное уравнение для $\langle \vartheta_\mu^2 \rangle$ с учетом флуктуаций потерь энергии в процессах тормозного излучения, образования пар, фотоядерного взаимодействия и образования δ -электронов.

В работе анализируется чувствительность среднеквадратичного угла рассеяния мюонов $\langle \theta_\mu^2 \rangle$, усредненного по спектру мюонов на уровне моря, к вариациям дифференциального спектра мюонов. Полученные результаты сопоставляются с данными подземных экспериментов [1,2].

1. Уравнение для второго момента углового распределения $\langle \vartheta^2 \rangle$

Уравнение для ценности мюона с учетом кулоновского рассеяния в малоугловом приближении имеет следующий вид [5]:

$$\begin{aligned} \partial \bar{q}(t, \vartheta, E) / \partial t + (\Sigma + \Sigma_s) \bar{q}(t, \vartheta, E) - \\ - \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^\infty \vartheta' d\vartheta' W_s(\theta) \bar{q}(t, \vartheta', E) - \\ - \sum_\beta \int_0^\infty W_\beta(E, E') \bar{q}(t, \vartheta, E') dE' = \\ = \frac{1}{2\pi} [\delta(\vartheta) / \vartheta] \delta(t); \quad (1) \end{aligned}$$

здесь $t = z_0 - z$, z_0 — координата уровня наблюдения; Σ_s и $W_s(\theta)$ — полное и дифференциальное сечения рассеяния; Σ — полное сечение неупругого взаимодействия; $\beta = i, p, r, h$ для процессов ионизационных столкновений, образования e^+e^- пар, тормозного излучения и фотоядерного взаимодействия соответственно; $W_\beta(E, E')$ — дифференциальные сечения указанных процессов. Для описания сечений нами использовались результаты работ [6-10].

Для получения уравнения для второго момента $\langle \vartheta^2 \rangle$ углового распределения, разложим \bar{q} по функциям Бесселя $J_0(p\vartheta)$:

$$\bar{q}(t, \vartheta, E) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \tilde{q}(t, p, E) J_0(p\vartheta) p dp. \quad (2)$$

$$\tilde{q}(t, p, E) = 2\pi \int_0^\infty \bar{q}(t, \vartheta, E) J_0(p\vartheta) \vartheta d\vartheta. \quad (3)$$

Подставляя разложение (2) в интеграл столкновений и используя теорему сложения получаем:

$$R(t, \vartheta) = \int_0^\infty \bar{q}(t, \vartheta, E) J_o(p\vartheta) \vartheta d\vartheta \times \\ \times \int_0^\infty W_s(p') J_o(p'\vartheta) p' dp'. \quad (4)$$

Так как

$$\tilde{q}'' = \left. \frac{\partial^2 \tilde{q}}{\partial p^2} \right|_{p=0} = -2\pi \int_0^\infty \frac{\vartheta^2}{2} \vartheta \bar{q}(\vartheta) d\vartheta = -\frac{1}{2} \langle \vartheta^2 \rangle, \quad (5)$$

то для получения уравнения для вторых моментов применим к уравнению (1) преобразование Бесселя (2) и продифференцируем получившееся уравнение для трансформанты дважды по p при $p = 0$:

$$\frac{\partial \tilde{q}''}{\partial t} + \Sigma \tilde{q}'' - \sum_\beta \int_0^\infty W_\beta(E, E') \tilde{q}'' dE' + \\ + \frac{1}{2} \langle \vartheta_s^2 \rangle \bar{q}(t, \vartheta, E) = 0,$$

здесь

$$\bar{q}|_{p=0} = 2\pi \int_0^\infty \bar{q} \vartheta d\vartheta \equiv \bar{q}(t, E).$$

Используя выражение (5), получаем:

$$\frac{\partial \langle \vartheta^2 \rangle}{\partial t} + \Sigma \langle \vartheta^2 \rangle - \sum_\beta \int_0^\infty W_\beta(E, E') \langle \vartheta^2 \rangle dE' - \\ - \langle \vartheta_s^2 \rangle \bar{q}(t, E) = 0 \quad (6)$$

где $\langle \vartheta_s^2 \rangle = E_s^2 / (E^2 t_0)$ (см. [10]), $E_s = 19,3$ МэВ, t_0 — радиационная единица длины.

2. Исследование углового распределения

Нами проведены расчеты второго момента углового распределения мюонов в стандартном грунте для пороговых энергий $E_{th} = 1 \div 10^3$ ГэВ и первичных энергий $E = (1 \div 10^7)$ ГэВ.

В таблице 1 и на рис.1 приведены данные по нормированному среднеквадратичному углу рассеяния мюона:

$$\vartheta_{с.к.}(t, E) = \sqrt{\frac{\langle \vartheta^2 \rangle}{\bar{q}(t, E)}}.$$

Результаты расчетов показывают, что $\vartheta_{с.к.}$ на больших глубинах в грунте меняется в 5 раз при

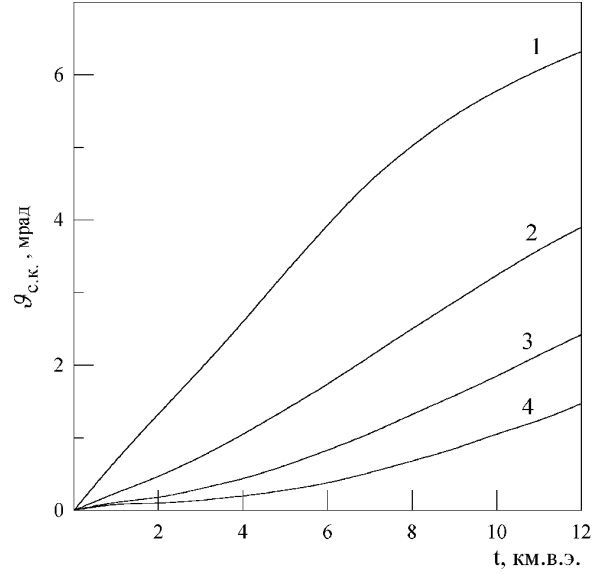


Рис. 1. Зависимость среднеквадратичного угла $\vartheta_{с.к.}$ (мрад) от начальной энергии и глубины в стандартном грунте. $E_{th} = 1$ ГэВ. 1 — $E = 10^4$ ГэВ, 2 — $E = 10^5$ ГэВ, 3 — $E = 10^6$ ГэВ, 4 — $E = 10^7$ ГэВ

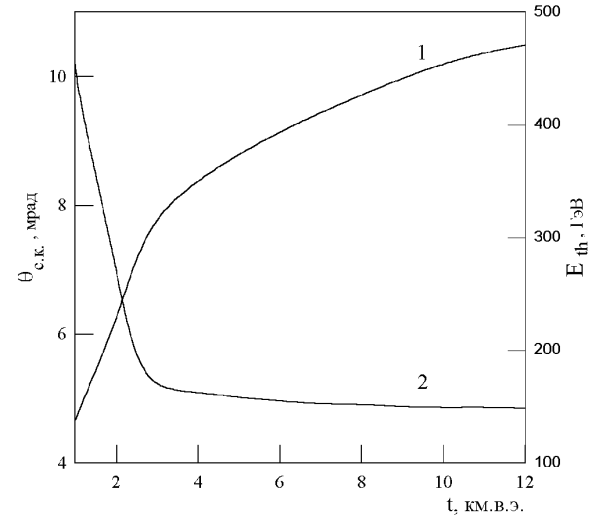


Рис. 2. Средняя энергия мюона (1) и среднеквадратичный угол рассеяния мюона (2) на глубине t в стандартном грунте. Спектр S_1

Таблица 1

Зависимость среднеквадратичного угла $\vartheta_{с.к.}$ (мрад) от энергии и глубины в стандартном грунте ($E_{th} = 1$ ГэВ).

t км в.э.	E , ГэВ			
	10^4	10^5	10^6	10^7
1	0,69	0,24	0,11	0,08
2	1,33	0,47	0,18	0,10
3	1,95	0,74	0,30	0,14
4	2,60	1,05	0,44	0,20
5	3,28	1,39	0,62	0,28
6	3,93	1,74	0,83	0,38
7	4,53	2,12	1,06	0,52
8	5,02	2,50	1,32	0,68
9	5,44	2,87	1,58	0,85
10	5,78	3,24	1,85	1,05
11	6,07	3,59	2,14	1,24
12	6,32	3,90	2,42	1,47

Таблица 3

Зависимость $\theta_{с.к.}$ (мрад) от пороговой энергии для спектра S_1 . Стандартный грунт.

t км в.э.	Пороговая энергия E_{th} , ГэВ				
	1	10	100	500	10^3
1	10,18	8,68	4,02	1,29	0,71
2	6,97	6,19	3,71	1,44	0,83
3	5,23	4,31	3,07	1,44	0,86
4	5,09	3,93	2,86	1,43	0,88
5	5,02	3,78	2,74	1,43	0,88
6	4,96	3,71	2,69	1,41	0,88
7	4,92	3,71	2,64	1,40	0,88
8	4,91	3,72	2,62	1,40	0,88
9	4,88	3,73	2,60	1,40	0,88
10	4,86	3,72	2,60	1,39	0,88
11	4,86	3,71	2,60	1,39	0,88
12	4,85	3,71	2,62	1,39	0,88

Таблица 2

Среднеквадратичный угол рассеяния мюона $\theta_{с.к.}$ (мрад), усреднённый по спектру мюонов на уровне моря. Стандартный грунт, $E_{th} = 1$ ГэВ.

t км в.э.	Первичный спектр S_μ				
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
1	10,18	10,06	8,43	8,74	8,78
2	6,97	6,93	5,76	5,94	5,97
3	5,23	5,26	4,71	4,62	4,65
4	5,09	5,11	4,40	4,51	4,54
5	5,02	5,03	4,34	4,45	4,47
6	4,96	4,96	4,29	4,41	4,43
7	4,92	4,94	4,26	4,38	4,40
8	4,91	4,91	4,24	4,37	4,38
9	4,88	4,88	4,23	4,37	4,38
10	4,86	4,86	4,21	4,37	4,38
11	4,86	4,85	4,21	4,38	4,40
12	4,85	4,85	4,21	4,40	4,41

изменении энергии от 10^4 до 10^7 ГэВ. При $E = 10^7$ ГэВ на глубине 10 км в.э. $\vartheta_{с.к.} = 1,05$ мрад.

Проведены расчеты среднеквадратичных углов рассеяния, полученные в результате усреднения по первичному спектру второго момента:

$$\theta_{с.к.} = \left[\int_{E_{th}}^{\infty} S_\mu(E) \langle \vartheta^2 \rangle(t, E) dE / I_\mu \right]^{1/2},$$

где

$$I_\mu = \int_{E_{th}}^{\infty} S_\mu(E) \bar{q}(t, E) dE.$$

Расчеты проведены для 5-ти первичных спектров. В качестве спектров от π , K -распадов мы использовали спектр работы [11]

$$S_1(E) = 0,185[0,68/(1 + (E + 3,2)/100) + 0,04/(1 + (E + 3,2)/650)](E + 3,2)^{-2,56} \times \\ \times \begin{cases} 1,05, & E < 10^2 \text{ ГэВ}, \\ 1,15/(1 + 0,15 \lg(E/20)), & E > 10^2 \text{ ГэВ}, \end{cases}$$

и спектр [12]

$$S_2(E) = \begin{cases} 2,95 \cdot 10^{-3} E^{-0,3836-1,0824 \lg E + 0,132 \lg^2 E}, & E \leq 10^3 \text{ ГэВ} \\ 14,35 E^{-3,672}, & 10^3 < E \leq 4,162 \cdot 10^5 \text{ ГэВ} \\ 10^3 E^{-4}, & E > 4,162 \cdot 10^5 \text{ ГэВ}. \end{cases}$$

При анализе вклада прямых мюонов (от D , Λ_c -распадов) в поток подземных мюонов рассматривались следующие спектры:

- спектр

$$S_3 = 3,8 \cdot 10^{-5} E^{-2,5}$$

(аппроксимация из [13] данных работы [14]);

- спектр из [15] (рекомбинационная кварк-партоновая модель)

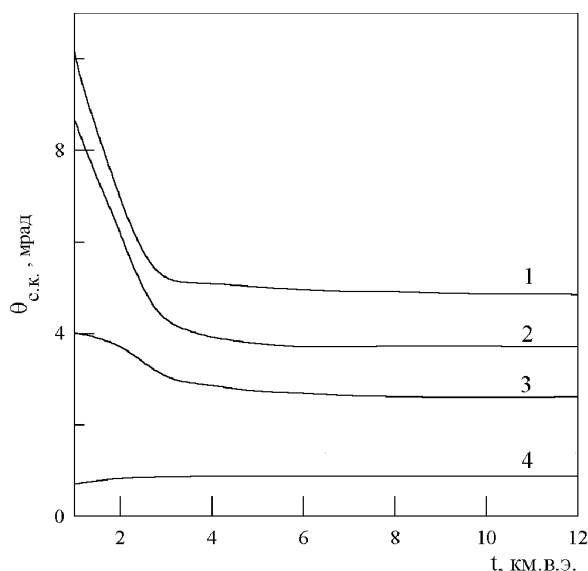


Рис. 3. Зависимость среднеквадратичного угла рассеяния мюонов $\theta_{с.к.}$ (мрад), усреднённого по спектру на уровне моря, от пороговой энергии. Стандартный грунт. Спектр S_1 . 1 – $E_{th}=1$ ГэВ, 2 – $E_{th}=10$ ГэВ, 3 – $E_{th}=100$ ГэВ, 4 – $E_{th}=10^3$ ГэВ.

$$S_4 = 4,53 \cdot 10^{-18} \left(\frac{10^5 \text{ ГэВ}}{E} \right)^{2,96} \times \left[1 + \left(\frac{10^5 \text{ ГэВ}}{E} \right)^{1,96} \right]^{-0,152};$$

- спектр из [15] (модель кварк-глюонных струн)

$$S_5 = 1,09 \cdot 10^{-18} \left(\frac{10^5 \text{ ГэВ}}{E} \right)^{3,02} \times \left[1 + \left(\frac{10^5 \text{ ГэВ}}{E} \right)^{2,02} \right]^{-0,165}.$$

Результаты расчетов представлены в таб. 2, 3 и на рис. 3.

Заключение

В данной работе проведены расчеты среднеквадратичного угла рассеяния мюонов на больших глубинах в грунте. В основу математического описания прохождения мюонов через грунт положен сопряженный подход, в рамках которого получено уравнение для второго момента углового распределения мюонов, проведен подробный анализ чувствительности среднеквадратичного угла рассеяния мюона к параметрам

спектра мюонов на уровне моря, пороговой энергии детектора.

Анализ расчетов показывает:

1. Среднеквадратичный угол $\theta_{с.к.}$ с ростом глубины уменьшается и при $t \sim 4$ км в.э. достигает предельного значения. Поскольку второй момент определяет ширину углового распределения, то можно заключить, что форма углового распределения также выходит на предельное значение в этой области глубин.
2. При уменьшении показателя спектра мюонов на уровне моря S_μ от $\gamma = 3,65$ (спектры S_1, S_2) до $\gamma \sim 2,5$ (спектр S_3) предельные значения $\theta_{с.к.}$ меняются на 15%.
3. Среднеквадратичный угол рассеяния мюонов, соответствующий глубинам расположения действующих мюонных детекторов, составляет ~ 5 мрад. Эту величину следует рассматривать в качестве нижней границы углового разрешения этих детекторов.
4. С ростом пороговой энергии E_{th} предельное значение $\theta_{с.к.}$ достигается на меньших глубинах.
5. Наблюдавшийся в экспериментах [1,2] угловой разброс мюонов, регистрируемых в направлении на Лебедь X-3, величина которого составляет 24,4 мрад ($t=1,8$ км в. э. [1]) и 61,1 мрад ($t=5,0$ км в. э. [2]), не может быть объяснен кулоновским рассеянием мюонов. Такой же вывод получен в работах [3,4].

Авторы выражают благодарность проф. Т.Китамуре за привлечение внимания к данной проблеме.

Литература

1. Marshak M. L., Bartelt J., Courant H. et.al. // Phys. Rev. Lett., 1985 v.54 p.2079.
2. Dettore B. Piazzoli. Cygnus X-3 muon signal in the NUSEX Experiment Prepr. INFN-LNF-87/1(P), 1987.
3. Kitamura T., Nakatsuka T., Kobayakawa K., // Science and Technology, 1989, p.81.
4. Perkins D. H. PDK Note-258 April 10, 1986.
5. Лагутин А. А., Литвинов В. А., Учайкин В. В. Теория чувствительности в физике космических лучей, Барнаул: издательство АГУ, 1995, 218 с.
6. Кольчужкин А. М., Учайкин В. В. Введение в теорию прохождения частиц через вещество, М.: Атомиздат, 1978, 256 с.
7. Kokoulin R. P., Petrukhin A. A. // Proc. 11-th ICRC, Budapest, 1969, v.4, p.277.
8. Безруков Л. Б., Бугаев Э. В. // Ядерная физика, 1981, т.33, с.1195.
9. Bezrukov L. v., Bugaev E. V. // Proc. 17-th ICRC, Paris, 1981, v.7, p.102.
10. Росси Б. Частицы больших энергий, М.: ГИТТЛ, 1955, 636с.
11. Волкова Л. В., Зацепин Г. Т., Кузьмичев Л. А. // Ядерная физика, 1979, т.29, с.1252.
12. Byambajargal L., Naumov v. A., Sinegovsky S. I. // Scientific Transactions of the Institute of Physics and Technic, Mongolian Academy of Sciences, Ulan Bator, 1989, № 27, p.44.
13. Андреев Ю. М., Гуренцов В. И., Когай И. М. и др. // Изв. АН СССР. Сер. физ., 1989, т.53. с.332.
14. Volkova L. V., Fulgione W., Galeotti P. et.al., // Nuovo Cim., 1987, v.10C, p.465.
15. Bugaev E. V., Naumov V. A., Sinegovsky S. I. et.al. // Nuovo Cim., 1989, v.C12, p.41.