

Лагутин А. А., Тогобицкий П. Б., Мисаки А.

Моделирование прохождения мюонов через вещество методом Монте-Карло

В работе обсуждается влияние учета флуктуаций потерь энергии в процессах ионизационных столкновений и образования пар на результат моделирования прохождения мюона через толстые слои вещества. Предложен метод, позволяющий корректно учесть флуктуации во всех процессах. Полученные результаты сравниваются с результатами, полученными с помощью традиционных приближенных методов моделирования. Продемонстрировано существенное влияние флуктуаций на вероятности выживания и интенсивность вертикального потока мюонов.

Введение

Для интерпретации результатов, получаемых с помощью нейтринных телескопов, а так же экспериментов по измерению потока мюонов на больших глубинах под землей, необходимы теоретические данные по вероятностям выживания и зависимости интенсивности потока мюонов от глубины. В течении длительного времени эта причина служила стимулом для исследования проблемы прохождения мюонов высокой энергии через толстые слои вещества. Данная проблема решалась различными авторами посредством аналитических и полуаналитических методов, а так же методом Монте-Карло (см., например [1–7]). В этих расчетах традиционно предполагалось, что основную роль играют флуктуации потерь энергии, связанные с тормозным излучением и фотоядерным взаимодействием мюонов. Флуктуациями в процессах ионизационных столкновений и образования мюоном электрон-позитронных пар пренебрегали. Потери энергии в данных процессах учитывались в приближении непрерывного замедления.

Данное приближение оказывает существенное влияние на результаты расчета вероятности выживания мюонов на глубинах порядка средней длины пробега. Действительно, условие возможности регистрации мюона с начальной энергией E_μ посредством детектора с пороговой энергией E_{th} на глубине t имеет вид $E_\mu > E_{th}$, в то время как в приближенном подходе оно превращается в $E_\mu > E_{th} + Q(t)$, где $Q(t)$ — величина непрерывных потерь энергии мюоном на пути t . Таким образом, следует ожидать существенного отличия результата расчета вероятностей выживания, полученных в данном приближении, от реального значения на глубинах, где рассчитанная вероятность близка к нулю.

Для исследования влияния данного прибли-

жения на интерпретацию экспериментальных данных, необходим метод, позволяющий учесть флуктуации потерь энергии во всех процессах. В данной работе обсуждается алгоритм моделирования методом Монте-Карло процесса прохождения мюонов через вещество, удовлетворяющий этому условию. В его основе лежит метод группировки малых передач энергии [8,9].

Созданная на основе предложенного алгоритма монте-карловская программа использовалась для исследования влияния, которое оказывают флуктуации потерь энергии в процессах ионизационных столкновений и образования пар, на вероятности выживания и на зависимость интенсивности потока мюонов от глубины в грунте.

Некоторые результаты, полученные с помощью предлагаемого подхода, были изложены нами ранее в работе [10].

1. Метод моделирования

Традиционный метод моделирования прохождения частиц через вещество состоит в следующем: столкновения с передачей энергии, большей некоторой доли энергии мюона ν , моделируются непосредственно из сечения реакций; малые передачи энергии учитываются в приближении непрерывного замедления. Однако, в процессах ионизационных столкновений и образования пар именно малые передачи энергии играют наиболее существенную роль. Для корректного учета флуктуаций необходимо уменьшение ν , что приводит к катастрофическому росту числа событий. В качестве иллюстрации на рис. 1 приведено среднее число столкновений с передачей энергии большей $E_{crit} = \nu E_\mu$, испытываемых мюоном с начальной энергией 10^5 Тэв, для случая, когда моделируются только потери энергии при тормозном излучении и фотоядерных взаимодействиях и случая, когда моделиру-

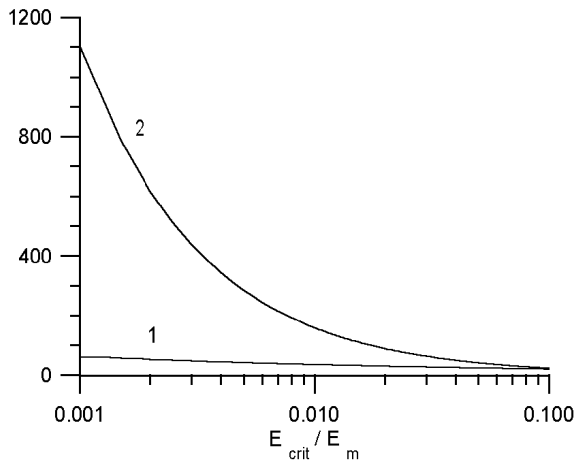


Рис. 1. Число критических столкновений, испытываемых мюоном с начальной энергией 10^5 Тэв для случая, когда моделируются только потери энергии при тормозном излучении и фотоядерных взаимодействиях (1) и случая, когда моделируются все процессы (2)

ются все процессы.

Так как метод Монте-Карло для достижения приемлемой точности часто требует моделирования очень большого числа траекторий, время моделирование одной траектории весьма критично, и увеличение числа рассматриваемых столкновений нежелательно.

Для избежания этих трудностей, в методе грушировки малых передач энергии [8,9] потери энергии Δ на пути l в результате процессов передачи энергии, меньшей чем E_{crit} , моделируются из соответствующего распределения вероятностей $P(\Delta, l, E_\mu)$. Оно может быть получено в результате решения уравнения переноса, которое в случае, когда пробег мал и изменением сечения взаимодействия, обусловленным потерями энергии, можно пренебречь, имеет вид

$$\frac{\partial P(\Delta, l, E_\mu)}{\partial l} + \int_0^{E_{crit}} dQ W(E_\mu, Q) \times [P(\Delta, l, E_\mu) - P(\Delta - Q, l, E_\mu)] = 0, \quad (1)$$

$$P(\Delta, l = 0, E_\mu) = \delta(\Delta),$$

где $W(E_\mu, Q)$ — дифференциальное сечение соответствующих процессов. При расчетах были использованы дифференциальные сечения элементарных процессов из работ [11-14].

Уравнение (1) может быть решено аналитиче-

ски :

$$P(\Delta, l, E_\mu) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{+i\infty} dp \exp(\Delta p - l \int_0^{E_{crit}} dQ W(E_\mu, Q)(1 - e^{-pQ}). \quad (2)$$

Для задач моделирования решение (2) удобнее переписать в форме, в которой оно слабо зависит от энергии мюона :

$$P(\Delta', l', E_\mu) = \frac{1}{2\pi i E_0} \int_{-i\infty}^{+i\infty} dp \exp(\Delta' p - l' \int_0^k du \frac{W(E_\mu, E_\mu u)}{W_>(E_\mu; k)} (1 - pu - e^{-pu}), \quad (3)$$

$$\Delta' = \frac{\Delta - l\beta_<(E_\mu; k)}{E_0}, \quad l' = lW_>(E_\mu; k). \quad (4)$$

Здесь

$$W_>(E_\mu; k) = \int_{kE_\mu}^{E_\mu} dQ W(E_\mu, Q) \quad (5)$$

— величина, обратная среднему пробегу между критическими взаимодействиями ;

$$\beta_<(E_\mu; k) = \int_0^{kE_\mu} dQ Q W(E_\mu, Q) \quad (6)$$

— средние потери на единице пути за счет процессов с малой передачей энергии.

Выделение средних потерь $\beta_<(E_\mu; k)l$ в (4) приводит к тому, что особенности поведения сечения взаимодействия при Q стремящемся к нулю вида $1/Q$ и $1/Q^2$ становятся несущественными.

При больших l в (3) можно оставить только первые три члена разложения e^{-pu} в ряд Тейлора. В результате мы получим распределение Гаусса. Однако, при малых l распределение имеет существенно асимметричный вид и учет только среднего значения и дисперсии не позволяет корректно учесть флуктуации и требуется использование точного распределения.

Тестовые расчеты показали, что данный метод отличается высокой скоростью, так как не требует малых значений E_{crit} и, следовательно, увеличения числа моделируемых столкновений.

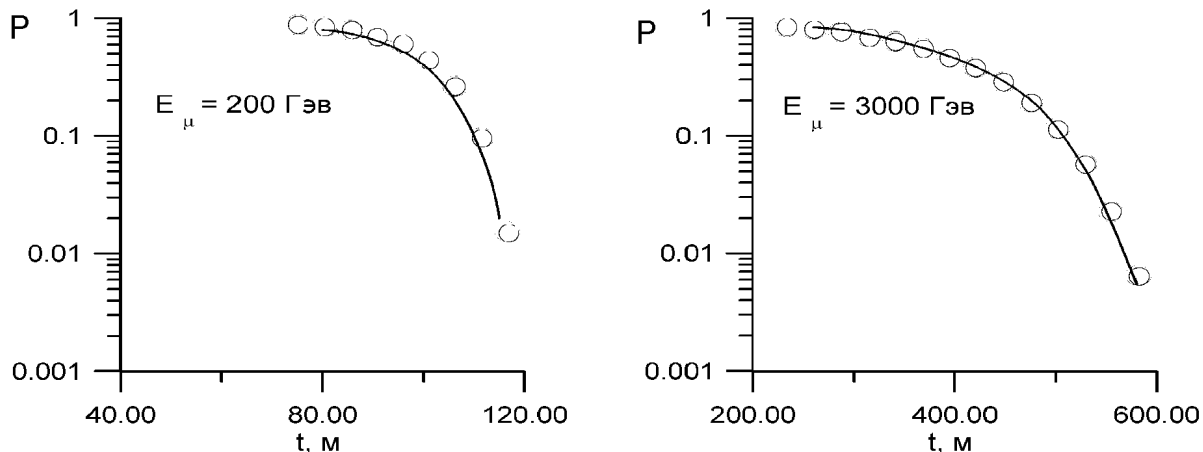


Рис. 2. Вероятность выживания мюонов в железе. — — данные работы [15]; \circ — наши результаты

2. Тестирование метода

Для проверки данного метода мы рассчитали вероятность выживания мюонов в железе. На рис. 2 приведено сравнение наших данных для мюона с энергиями 200 Гэв и 3000 Гэв с результатами, полученными другими авторами в рамках аналогичной физической модели [15].

Метод был также применен для расчета интенсивности вертикального потока мюонов на больших глубинах в стандартном грунте. Сравнение наших результатов с численным решением сопряженного уравнения переноса [16] приведено на рис. 3. В качестве начального спектра мюонов на уровне моря $S_\mu(E)$, $(\text{см с ср Гэв})^{-1}$ в том и другом случае был использован спектр [17]

$$S_\mu(E) = 0.185 \left[\frac{0.68}{1 + (E + 3.2)/100} + \frac{0.04}{1 + (E + 3.2)/650} \right] (E + 3.2)^{-2.65} \times \begin{cases} 1.05, & E < 10^2 \text{ Гэв}; \\ 1.15/(1 + 0.15 \lg(E/20)), & E > 10^2 \text{ Гэв}. \end{cases} \quad (7)$$

Из рис. 2, 3 видно, что имеется хорошее согласие наших данных с данными тех работ, где при расчетах учитывались флуктуации потерь энергии во всех процессах.

3. Результаты

Нами было проведено моделирование вероятности выживания мюонов в стандартном грунте для 70 значений начальной энергии мюона, логарифмически равномерно распределенных на интервале от 10 Гэв до 10^8 Гэв. Для каждой

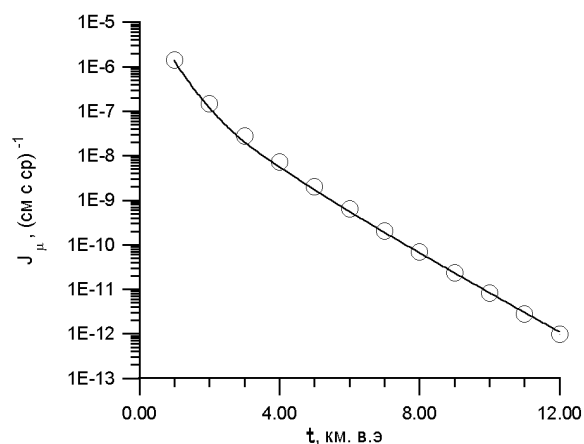


Рис. 3. Интенсивность вертикального потока мюонов в стандартном грунте. — — решение сопряженного уравнения переноса [16]; \circ — наши результаты

энергии моделировалось 100000 мюонных траекторий. Эти данные использовались затем для определения интенсивности вертикального потока мюонов на больших глубинах.

На рис. 4 представлены результаты моделирования вероятности выживания мюона в стандартном грунте, полученные с помощью описываемого в работе метода (кривая 1), в случае пренебрежения флуктуациями в процессах ионизационных столкновений и образования пар (2), а так же в случаях, когда эти процессы учитываются традиционным методом, со значениями критической энергии $E_{crit} = 0.1E_\mu$ (3), $E_{crit} = 0.01E_\mu$ (4), $E_{crit} = 0.001E_\mu$ (5).

На рис. 5 приведены отношения вероятностей выживания \bar{P} , полученных теми же приближенными методами к вероятности P , полученной методом, описанным в данной работе, для мюона с энергией $E_\mu = 1.7$ Тэв.

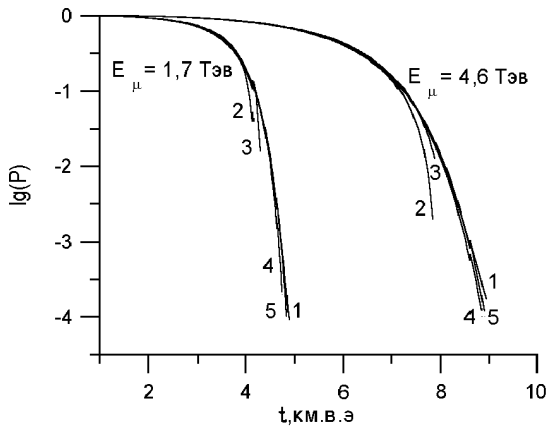


Рис. 4. Вероятности выживания мюона в стандартном грунте, полученные методом, описанным в данной работе (1), в случае пренебрежения флуктуациями в процессах ионизационных столкновений и образования пар (2) и традиционным методом с учетом всех процессов (3-5) при значениях критической энергии $E_{crit} = 0.1E_\mu$ (3), $E_{crit} = 0.01E_\mu$ (4), $E_{crit} = 0.001E_\mu$ (5)

Изображенная на рисунке погрешность имеет статистический характер :

$$\delta P = \sqrt{\frac{P(1-P)}{N}}, \quad (8)$$

где N — число смоделированных траекторий мюона.

Хорошо видно, что существенные отклонения наблюдаются лишь при малых вероятностях выживания. Так, если полностью пренебречь флуктуациями в процессах ионизационных столкновений и образования пар, отличия возникают при вероятности порядка 0.1, если учесть для данных процессов столкновения с переданной энергией $E_{crit} = 0.01E_\mu$, отличия появляются лишь только при вероятностях порядка 10^{-3} .

Однако, начальный спектр мюонов на уровне моря (7) убывает в зависимости от энергии степенным образом. Следовательно, частиц с низкой энергией гораздо больше, и, даже если вероятность достижения ими данной глубины невелика, их вклад в интенсивность потока мюонов может оказаться значительным.

Интенсивность вертикального потока мюонов в грунте рассчитывалась следующим образом :

$$J(l) = \int_{E_{th}}^{\infty} dES_\mu(E)P(E, l). \quad (9)$$

Статистическая погрешность расчета интенсивности в соответствии с выражением (8) находит-

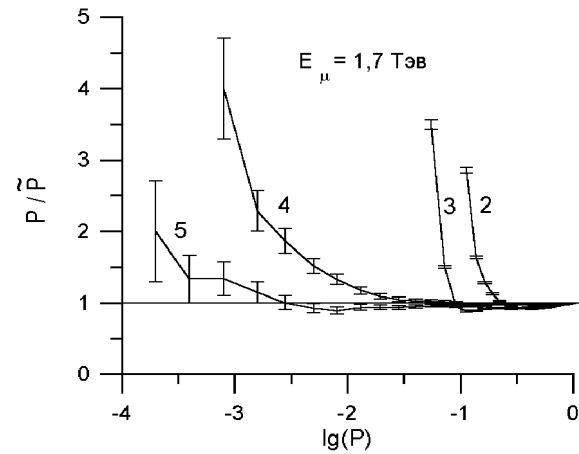


Рис. 5. Отношение вероятностей выживания, полученных методом, описанным в данной работе, к вероятностям выживания, полученным в случае пренебрежения флуктуациями в процессах ионизационных столкновений и образования пар (2) и традиционным методом с учетом всех процессов (3-5) при значениях критической энергии $E_{crit} = 0.1E_\mu$ (3), $E_{crit} = 0.01E_\mu$ (4), $E_{crit} = 0.001E_\mu$ (5)

ся как

$$\delta J(l) = \frac{1}{\sqrt{N}} \int_{E_{th}}^{\infty} dES_\mu(E) \sqrt{P(1-P)}. \quad (10)$$

На рис. 6 приведены относительные отклонения результатов расчета интенсивности потока мюонов \tilde{J} , осуществленного с пренебрежением флуктуациями в процессах ионизационных столкновений и образования пар, только процессе ионизационных столкновений и только процессе образования пар от результатов расчета интенсивности J , полученных с учетом флуктуаций во всех процессах. Кривые 1-3 на рис. 6 являются аппроксимацией данных полиномом третьей степени.

При малой энергии частиц существенную роль в энергетических потерях играют процессы ионизационных столкновений. В связи с этим, на небольших глубинах именно флуктуации потерь в ионизационных столкновениях играют наиболее существенную роль. На больших глубинах значение ионизации по сравнению с процессом образования пар снижается.

Во всех исследованных случаях пренебрежение флуктуациями оказывает значительное влияние на результат. Погрешность в определении интенсивности вертикального потока мюонов в стандартном грунте на глубинах от одного до пятнадцати километров водного эквивалента, связанная с пренебрежением флуктуациями, составляет величину от 10 до 17 процентов.

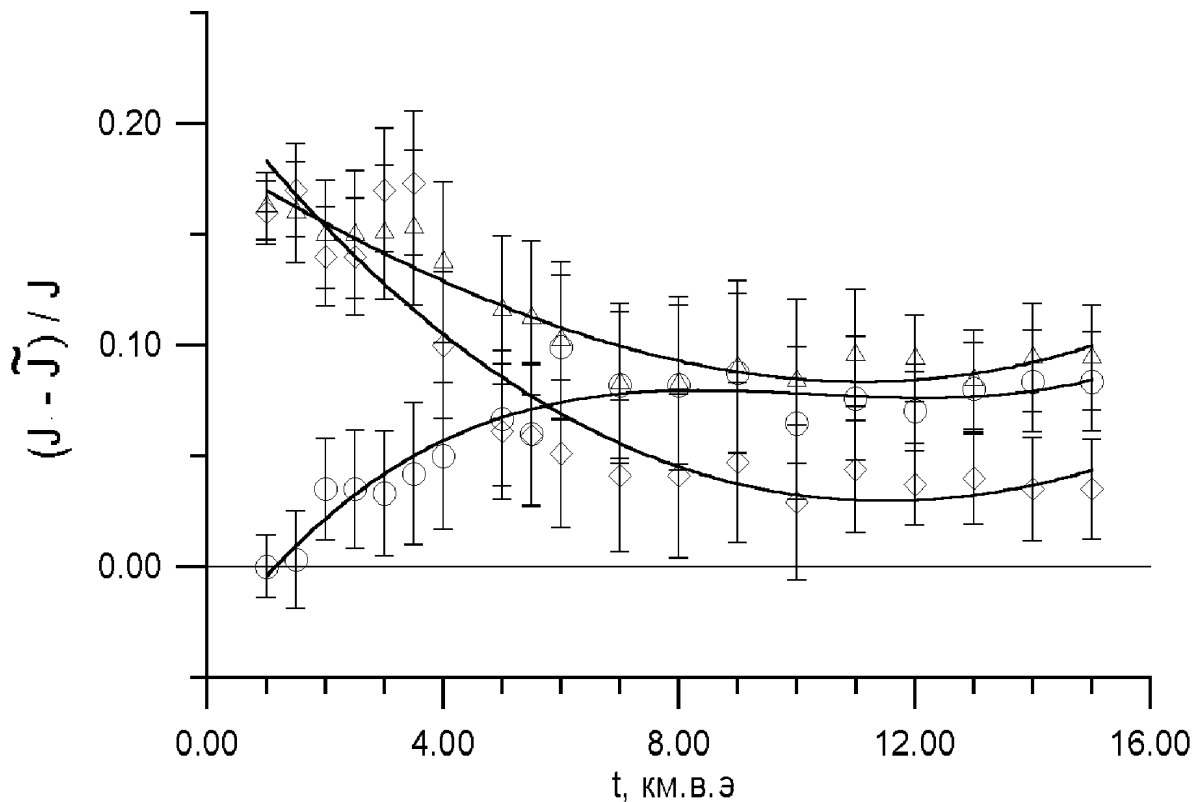


Рис. 6. Относительная погрешность определения интенсивности потока мюонов. Δ – в случае пренебрежения флуктуациями потерь энергии в ионизационных столкновениях и процессе образования пар, \diamond – неучет флуктуаций только в ионизационных столкновениях, \circ – неучет флуктуаций только в процессе образования пар

Помимо этого, нами были проведены расчеты интенсивности, при которых моделирование производилось традиционным образом, но учитывались все процессы. Для достижения точности, не превышающей статистическую погрешность, понадобилось понизить значение E_{crit} до $0.01E_{\mu}$. Следует отметить, что для системы с более крутым спектром, когда вклад низкоэнергетичных частиц еще более существенен, может понадобиться дальнейшее понижение критической энергии.

Заключение

Нами был разработан алгоритм моделирования методом Монте-Карло процесса прохождения мюонов через вещество, позволяющий корректно учесть флуктуации передач энергии во всех процессах. Отличительной чертой данного алгоритма является высокая скорость моделирования, так как нет необходимости напрямую моделировать многочисленные события с малы-

ми передачами энергии. Данные, полученные нашим методом, хорошо согласуются с результатами, полученными другими методами в рамках аналогичной физической модели.

Метод был применен для расчета вероятностей выживания мюонов в веществе. Показано, что традиционные методы моделирования приводят к значительной ошибке в результатах при малых вероятностях выживания. Это оказывает значительное влияние на результаты расчета интенсивности вертикального потока мюонов. Так, для стандартного грунта на больших глубинах относительная погрешность составляет от 10 до 17 процентов.

Точное решение задачи определения интенсивности потока мюонов на большой глубине обеспечивается алгоритмом, описанным в данной работе. Помимо этого с погрешностью менее 5 процентов задача может быть решена традиционным методом моделирования с учетом всех процессов при $E_{crit} < 0.01E_{\mu}$.

Литература

1. Аминова Т. П., Астафьев В. А., Варковицкая А. Я. и др. Исследование мюонов сверхвысоких энергий. Метод рентгеноэмульсионных камер. М.: Наука, 1975.
2. Гуренцов В. И., Запенин Г. Т., Михальчи Е. Д. // Ядерная физика, 1976, т.23, с.1001.
3. Begramasco L., Castellina A., D'Ettore Piazzoli B. et.al. // Nuovo Cim, 1983, v.С6, p.569.
4. Бугаев Э. В., Наумов В. А., Синеговский С. И. // Ядерная физика, 1985, т.41, с.383.
5. Бугаев Э. В., Наумов В. А., Синеговский С. И. // Изв. АН СССР, 1985, т.49, с.1389.
6. Bilocon H., Campos Fauth A., Castella A. et.al. // Proc. 20th ICRC, Moscow, 1987, v.9, p.199.
7. Bilocon H., Castella A. D'Ettore Piazzoli B. et al. // Nucl. Instrum. and Meth., Phys Res. 1991, v.A303, p.381.
8. Пляшешников А. В., Кольчужкин А. М. // Атомная энергия, 1975, т.39, с.53.
9. Кольчужкин А. М., Учайкин В. В. Введение в теорию прохождения частиц через вещество. М.: Атомиздат, 1978.
10. Lagutin A. A., Togobitskii P. B., Misaki A., Makarov V. V. // Proc. 25-th ICRC, Durban, 1997, v.3, p.378.
11. Росси Б. Частицы больших энергий. М.: ГИИТЛ, 1955.
12. Besrukov L. B., Bugaev E. V. // Proc. 17-th ICRC, Paris, 1976, v.7, p.102.
13. Безруков Л. Б., Бугаев Е. В. // Ядерная физика, 1981, т.33, с.1195.
14. Kokoulin, R. P., Petrukin, A. A. // Proc. 11 ICRC, Budapest, 1969, v.4, p.277.
15. Калиновский А. Н., Мохов Н. В., Никитин Ю. Р. Прохождение частиц высокой энергии через вещество. М.: Энергоатомиздат, 1985.
16. Лагутин А. А., Прокопец А. Г., Учайкин В. В. // Известия РАН. Сер. физ. 1994, т.58, с.159.
17. Волкова Л. В., Зацепин Г. Т., Кузмичев Л. А. // Ядерная физика, 1979, т.29, с.1252.