УДК 519.83

М.А.Суманосова

Модель распределения средств фонда поддержки почвоохранных мероприятий

Рассмотрим ситуацию, когда органы государственного управления осуществляют поддержку работ по проведению почвоохранных мероприятий. Предположим, что для этих целей создан специальный фонд с объемом финансовых средств F, имеется N производителей сельхозпродукции, каждому из которых фонд выделяет средства в объеме λ_{0i} , ... , $\lambda_{0N}, i = 1, \ldots, N$. Данной ситуации соответствует модель распределения ресурсов в теоретико-игровой постановке [1].

Исполнитель i (производитель сельхозпродукции) реализует один из проектов с номером j, $j \in I_i$, где I_i — множество проектов, $i = 1, \ldots, N$. Центр (совет фонда) заинтересован в снижении эколого-экономического ущерба (ЭЭУ) и для этого проводит оценку эффективности вложения средств, выделенных каждому исполнителю.

В работе решаются следующие задачи:

- обоснование критерия оптимальности распределения средств фонда поддержки почвоохранных мероприятий (ФППМ);
- получение непрерывного аналога модели распределения ФППМ;
- получение теоретико-игровой формы задачи распределения ФППМ с учетом интересов основных участников процесса проведения почвоохранных мероприятий;
- исследование свойств полученной модели с точки зрения применимости для ее решения численных методов решения;
- оценка стратегий, определяющих механизм распределения средств ФППМ.

Рассмотрим первую задачу.

Производитель сельхозпродукции рассчитывает иметь на начало реализации проекта в год τ средства в объеме λ^τ $(\tau = 1, 2, \ldots, T_\Pi)$ и, исходя из них, планирует проведение соответствующих почвоохранных мероприятий. Из множества возможных проектов выбираются те, ориентировочная стоимость которых соответствует имеющимся средствам. Данная работа осуществляется с участием проектных организаций и организаций-исполнителей работ по проведению почвоохранных мероприятий. При этом выполняются целевые установки заказчика проекта — производителя сельхозпродукции. Хозяйство планирует вложение инвестиций, источником которых являются собственные средства предприятия, выделенные им на реализацию данного проекта; средства, полученные из фонда для проведения почвоохранных мероприятий (далее рассматривается разовое распределение средств фонда); средства, полученные по годам реализации проекта в качестве основной и дополнительной выручки; кредиты банков и т.д. При этом необходимо выполнение следующих ограничений:

$$\lambda_0^0 + \sum_{k=1}^{\tau} (p_j^k - З_j^k) \geq 0, \tau = 1, \ldots, T_\Pi, j \in I_i, \quad (1)$$

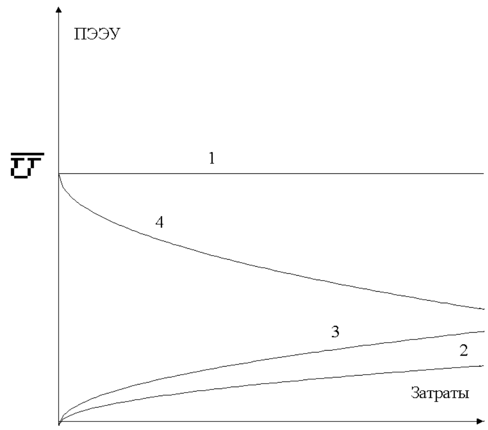
где λ_0^0 — начальные средства, имеющиеся в распоряжении предприятия (средства фонда и собственные средства предприятия); p_j^k — сумма средств, выделенных для реализации проекта j в год $k, k = 1, \ldots, T_\Pi$; $З_j^k$ — затраты на выполнение природоохранных мероприятий по проекту j в год k, $k = 1, \ldots, \tau$; I_i — множество всех альтернативных проектов, которые могут быть реализованы i-м исполнителем, ориентируясь на поддержку фонда; j — номер проекта.

Пусть с течением времени производитель сельхозпродукции реализует почвозащитные мероприятия путем совершенствования базовой технологии и через проведение специального комплекса дополнительных почвоохранных работ. Уровень изменения ущерба от этих составляющих приведен на рисунке, где 1 — уровень ущерба на начальный момент времени перед проведением почвоохранных работ; 2 — динамика снижения ущерба за счет совершенствования технологии; 3 — динамика снижения ущерба за счет проведения специальных мероприятий; 4 — остаточный ущерб.

Под эколого-экономическим ущербом (ЭЭУ) понимается стоимостное выражение недополученной сельхозпродукции вследствие снижения продуктивности земель за фиксированный промежуток времени. Количественная оценка исполнителем (и центром) величины ущерба при проведении почвоохранных мероприятий за период T включает следующие составляющие:

1. Оценка ущерба, нанесенного почве до начала проведения почвоохранных мероприятий

$$U_0 = \sum_{\tau=1}^{T} d^\tau (y^{эт} - y^0) = (y^{эт} - y^0) \sum_{\tau=1}^{T} d^\tau. \quad (2)$$



Изменение ЭЭУ в процессе сельскохозяйственного производства

Предполагается, что на время проведения почвоохранных мероприятий свойства эталонного участка, интегральной характеристикой которых выступает величина урожайности $y^{\text{эт}}$, аналогичную характеристику y^0 свойств почвенных факторов оценочного участка перед проведением почвоохранных мероприятий можно распространить на период времени $[1,T]$ как оценку состояния земель при нормальной хозяйственной деятельности и отсутствии дополнительных почвоохранных мероприятий. d^τ — норматив доходности при оценке ущерба в целевой функции центра или прогнозная величина доходности для исполнителя.

2. Величина ущерба, предотвращенного или нанесенного при проведении хозяйственной деятельности при условии, что особые почвоохранные мероприятия не проводятся,

$$U_{\text{хоз}} = \sum_{\tau=1}^{T} d^\tau_{\text{хоз}}(y^\tau_{\text{хоз}} - y^0), \tag{3}$$

где $d^\tau_{\text{хоз}}$ — показатель доходности хозяйственной деятельности при использовании земель по принятой типовой технологии; $y^\tau_{\text{хоз}}$ — динамика оценки почвенных факторов по расчетной урожайности при использовании базовой технологии. В большинстве случаев при соблюдении технологии, предусматривающей определенный комплекс почвозащитных мероприятий, которые обеспечивают воспроизводство почвенных факторов, в модели можно полагать $y^\tau_{\text{хоз}} = y^0$. В случае, когда выбор базовых технологий улучшает или ухудшает состояние почвенных факторов, должны быть определены зависимости $y^\tau_{\text{хоз}}$, а также величины $d^\tau_{\text{хоз}}$.

3. Эффект от проведения почвоохранных мероприятий, который оценивается так:

$$U_{\text{мероп}} = \sum_{\tau=1}^{T} d^\tau_{\text{мероп}}(y^\tau_{\text{мероп}} - y^\tau_{\text{хоз}}). \tag{4}$$

Таким образом, при оценке ущерба принята гипотеза аддитивности эффектов в изменении ущерба от прошлой хозяйственной деятельности, текущей хозяйственной деятельности и природоохранных мероприятий, оценки которых даются по последовательной схеме по формуле

$$U_\sigma = U_0 - U_{\text{хоз}} - U_{\text{мероп}}. \tag{5}$$

При этом

$$U_\sigma = \sum_{\tau=1}^{T} d^\tau_{\text{мероп}}(y^{\text{эт}} - y^\tau_{\text{мероп}}).$$

Данный вывод справедлив в случае, когда при оценке всех трех составляющих ущерба используется одно значение $d^\tau \in [\underline{d^\tau}, \overline{d^\tau}]$.

Рассмотрим следующую задачу:

$$\min_{j\in I} \sum_{\tau=1}^{T} [d^\tau (y^{\text{эт}} - y^\tau_{j\text{мероп}}) + З^\tau_j] =$$

$$= \min_{j\in I} \sum_{\tau=1}^{T} [d^\tau ((y^{\text{эт}} - y^0) -$$

$$-(y^\tau_{\text{хоз}} - y^0) - (y^\tau_{j\text{мероп}} - y^\tau_{\text{хоз}})) + З^\tau_j] =$$

$$= \sum_{\tau=1}^{T} [d^\tau ((y^{\text{эт}} - y^0) - (y^\tau_{\text{хоз}} - y^0))] -$$

$$- \max_{j\in I} \sum_{\tau=1}^{T} [d^\tau (y^\tau_{j\text{мероп}} - y^\tau_{\text{хоз}}) - З^\tau_j]. \tag{6}$$

Очевидно, что задача (6) сводится к

$$\max_{j\in I} \sum_{\tau=1}^{T} [d^\tau (y^\tau_{j\text{мероп}} - y^\tau_{\text{хоз}}) - З^\tau_j]. \tag{7}$$

Рассмотрим задачу получения непрерывного аналога модели распределения средств ФППМ. Располагая ограниченными средствами $\lambda \in \Lambda$ и зная о стоимости $З^\tau_j$ проекта, перепишем задачу (7) следующим образом:

$$\max_{\lambda\in\Lambda} \max_{j\in I} (\sum_{\tau=1}^{T} [d^\tau (y^\tau_{j\text{мероп}} - y^\tau_{\text{хоз}}) - З^\tau_j] | З_j = \lambda). \tag{8}$$

Пусть множество вариантов мероприятий $I(\lambda)$ такое, что для любого λ существует вариант

j, для которого $З_j = \lambda$. Тогда (8) имеет решение для любого $\lambda \in \Lambda = [\underline{\lambda}, \overline{\lambda}]$, где

$$\underline{\lambda} = \min_{j \in I} З_j, \overline{\lambda} = \max_{j \in I} З_j.$$

Обозначим

$$f(\lambda) = \max_{j \in I(\lambda)} \sum_{\tau=1}^{T} [d^\tau (y_j^\tau - y_{\text{хоз}}^\tau) - З_j^\tau] =$$

$$= \max_{j \in I(\lambda)} \sum_{\tau=1}^{T} [d^\tau (y_j^\tau - y_{\text{хоз}}^\tau) - \lambda] =$$

$$= \psi(\lambda) - \lambda, \lambda \in [\underline{\lambda}, \overline{\lambda}], \tag{9}$$

где $I(\lambda) = \{j \in I | З_j = \lambda\}$ — индексное множество;

$$\psi(\lambda) = \max_{j \in I(\lambda)} \sum_{\tau=1}^{T} [d^\tau (y_j^\tau - y_{\text{хоз}}^\tau)], \lambda \in \Lambda$$

— функция предотвращенного ущерба, выраженного в стоимости дополнительной сельхозпродукции, полученной за счет улучшения плодородия земель при проведении почвоохранных мероприятий. Тогда решение задачи (6) эквивалентно решению следующей задачи:

$$\max_{j \in I(\lambda)} \sum_{\tau=1}^{T} [\psi(\lambda) - \lambda]. \tag{10}$$

Таким образом, задача оценки эффективности почвоохранного мероприятия для любого из участников процесса записывается в виде выражения (7), в котором максимум ищется на множестве всех допустимых проектов, или в виде выражения (10), являющегося непрерывным аналогом задачи (7).

Указанные задачи могут быть использованы при построении различных моделей природопользования, в том числе и для распределения средств ФППМ.

Рассмотрим теоретико-игровую форму задачи распределения средств ФППМ. Конкретизируем основных участников, их цели, множества допустимых решений и основные правила игры. В качестве центра будем рассматривать орган, ответственный за эффективное использование средств фонда. Его цель на основе выражения (8) можно сформулировать как стремление к максимизации суммарного предотвращенного ущерба, вычисляемого на базе утвержденных нормативов, d^τ — норматив доходности товаропроизводителя, возможно, дифференцируемый по группам исполнителей; T — норматив интервала времени оценки ущерба, а также принятой (в фонде) методике расчета совокупности почвоохранных мероприятий. В качестве исполнителей рассматриваются производители сельхозпродукции, которые реально осуществляют почвоохранные мероприятия в пределах средств $\lambda_{0i} + \lambda_i$, где λ_{0i} — средства, выделенные фондом; λ_i — собственные средства.

С учетом вышеизложенных замечаний и уточненного способа получения интегральных зависимостей эффективности проведения почвоохранных мероприятий модель распределения средств фонда упростится и может быть выражена в виде игры $N + 1$ лиц.

Задача центра:

$$M_0(\lambda_{0i}, \lambda_i, i = 1, \dots, N) = \sum_{i=1}^{N} [\psi_i^{\text{Ц}}(\lambda_{0i} + \lambda_i) -$$

$$-\lambda_{0i}] \longrightarrow \max_{\substack{\lambda_{0i} \geq 0 \\ \sum_{i=1}^{N} \lambda_{0i} \leq F}} . \tag{11}$$

Задача исполнителя i:

$$M_i(\lambda_{0i}, \lambda_i) = \psi_i^{\text{И}}(\lambda_{0i} + \lambda_i) - \lambda_i -$$

$$-\eta \lambda_{0i} \longrightarrow \max_{\lambda_i \in \Lambda_i}, \tag{12}$$

где $\Lambda = [\underline{\lambda_j}, \overline{\lambda_j}], i = 1, \dots, N$; $\psi_i^{\text{Ц}}$ — оценка центром величины предотвращенного ущерба у исполнителя i; $\psi_i^{\text{И}}$ — оценка величины предотвращенного ущерба исполнителем i;

$$\eta = \begin{cases} 0, & \text{если выделенные средства не возвращаются;} \\ 0 \leq \eta \leq 1, & \text{если выделенные средства возвращаются не полностью;} \\ 1, & \text{если выделяется беспроцентная ссуда;} \\ > 1, & \text{если берется кредит с процентом } (\eta - 1) \cdot 100\% \end{cases} .$$

Особый случай возникает тогда, когда $F = 0$. Тогда единственным решением задачи центра является $\lambda_{0i} = 0, i = 1, \dots, N$. При этом данная модель может быть использована для оценки заинтересованности производителя сельхозпродукции в проведении почвоохранного мероприятия за счет собственных средств.

Рассмотрим методы решения игры (11)-(12). Ее решение существенно зависит от свойств функции $\psi(\lambda), \lambda \in [\underline{\lambda}, \overline{\lambda}]$. Опишем их. По определению

$$\psi(\lambda) = \max_{j \in I(\lambda)} (\sum_{\tau=1}^{T} [d^\tau (y_j^\tau - y_{\text{хоз}}^\tau)], \tag{13}$$

$$\lambda \in \Lambda, \psi(\lambda) > 0,$$

где d^τ — доход, получаемый исполнителем в год τ от реализации единицы продукции при нормальной хозяйственной деятельности.

Величина d^τ определяется так:

$$d^\tau = \frac{D_\tau}{y_\tau}, \tag{14}$$

где D^τ — оценка величины годового дохода товаропроизводителя с 1 га пашни в год τ.

$$D^\tau = \text{Ц}^\tau y^\tau - \text{З}_0 - \text{З}(y^\tau). \tag{15}$$

Здесь Ц^τ — цена реализации единицы продукции в год $\tau, \text{З}_0$ — постоянная составляющая затрат, не зависящих от урожайности; $\text{З}(y^\tau)$ — составляющая затрат, зависящих от урожайности, считаем $\text{З}(y^\tau) = k_1 y^\tau$. Откуда получим

$$d^\tau = \text{Ц}^\tau - \frac{\text{З}_0}{y^\tau} - k_1. \tag{16}$$

Обозначим $C^\tau = \text{Ц}^\tau - k_1$. Тогда

$$\psi(\lambda) = \max_{j \in I(\lambda)} \sum_{\tau=1}^{T} [(C^\tau - \frac{\text{З}_0}{y_j^\tau})(y_j^\tau - y_{\text{хоз}}^\tau)] =$$

$$= \max_{j \in I(\lambda)} \sum_{\tau=1}^{T} (1 - \frac{y_{\text{хоз}}^\tau}{y_j^\tau})(C^\tau y_j^\tau - \text{З}_0). \tag{17}$$

Рассмотрим предположения, при выполнении которых будет проведено исследование функции $\psi(\lambda)$, используя качественную форму зависимости предотвращенного ущерба от затрат λ на проведение почвоохранного мероприятия (см. рис.).

По смыслу проведения почвоохранных мероприятий $y_{\text{хоз}} \leq y_j \leq y_{\text{эт}}$. Следовательно, будем считать, что $I(0)$ — случай, когда мероприятия не проводятся. Тогда $\underline{\lambda} = 0, y_{\text{хоз}} = y_j$. Отсюда следует, что $\psi(0) = 0$.

Пусть $T_{\text{П}} \ll T$. Тогда можно считать $y_{j^*(\lambda)}^\tau = y(\lambda)$, т.е. уровень достигнутого в результате реализации оптимального проекта (при стоимости λ) состояния почвенных факторов одинаков для всех последующих лет $\tau = 1, \ldots, T$. В данном случае переходный процесс состояния почвенных факторов не учитывается. Здесь $j^*(\lambda)$ — индекс оптимального проекта стоимостью λ. Кроме того, считаем $y_{\text{хоз}}^\tau = const$. Примем, что $y(\lambda) = y_{\text{хоз}} + \varphi(\lambda)$. Относительно функции $\varphi(\lambda)$ естественно предположить следующее:

$$\varphi(0) = 0; \tag{18}$$

$$\varphi'(\lambda) \geq 0; \tag{19}$$

$$\varphi''(\lambda) \leq 0; \tag{20}$$

$$\lim_{\lambda \to \infty} \varphi(\lambda) \leq (y^{\text{эт}} - y^{\text{хоз}}). \tag{21}$$

Будем считать, что множество $I(\lambda)$ упорядочено по значению параметра стоимости проектов и проект большей стоимости обеспечивает получение большего значения урожайности y_j. Тогда функция $y_j = y_j(\lambda)$ является монотонно возрастающей и вогнутой функцией. Дополнительно предположим, что существует такое мероприятие k, стоимостью $\overline{\lambda} = \infty$, что $\lim_{\lambda \to \overline{\lambda}} y(\lambda) = y^{\text{эт}}$. Тогда $\varphi(\lambda)$ — ограниченная функция, удовлетворяющая условию (21), в котором неравенство заменено на равенство. При этом

$$\psi(\lambda) = T\frac{TB}{y_{\text{хоз}}}\varphi(\lambda) +$$

$$+\frac{2T(Cy_{\text{хоз}} - B)}{y_{\text{хоз}}^2}\varphi^2(\lambda) + R(\varphi(\lambda)). \tag{22}$$

Анализ выражений (17) и (22) показывает, что при выполнении вышеприведенных предположений относительно свойств функции $\varphi(\lambda)$, функция предотвращенного ЭЭУ $\psi(\lambda)$ является непрерывной, а в линейном приближении монотонно возрастающей и вогнутой по λ. В частных случаях и в квадратичном приближении $\psi(\lambda)$ является вогнутой, например, при $\varphi(\lambda) = \beta\sqrt{\lambda}$, $\lambda \leq \overline{\lambda}$.

Проведенные исследования доказывают, что игра (12)-(13) обладает обычными для задачи распределения свойствами и может быть исследована традиционными методами [2]. Кроме того, разложение (22) позволит записывать семейство приближенных моделей.

Будем полагать $\lambda = \lambda_0 + \lambda_c$, $y_{j^*(\lambda)}^\tau = y(\lambda)$,

$$y(\lambda) = y_{\text{хоз}} + \varphi(\lambda), D^{\text{Ц}} = \sum_{\tau=1}^{T} d_{\text{Ц}}^\tau, D^{\text{И}} = \sum_{\tau=1}^{T} d_{\text{И}}^\tau.$$

Проведем исследование в стратегиях Γ_2 для следующей задачи.

$$M_0(\lambda_{0i}, \lambda_i, i = 1, \ldots, N) = \sum_{i=1}^{N} [\varphi_i(\lambda_{0i} + \lambda_{ci})D_i^{\text{Ц}} -$$

$$-\lambda_{0i}] \longrightarrow \max_{\substack{\lambda_{0i} \geq 0 \\ \sum_{i=1}^{N} \lambda_{0i} \leq F}}. \tag{23}$$

$$M_i(\lambda_{0i}, \lambda_{ci}) = \varphi_i(\lambda_{0i} + \lambda_{ci}) D_i^{И} - \lambda_{ci} -$$

$$-\eta \lambda_{0i} \longrightarrow \max_{0 \le \lambda_{ci} \le \overline{\lambda_{ci}}}. \qquad (24)$$

Пользуемся методикой решения игр Γ_2 [2]. Находим стратегию наказания.

$$\lambda_{0i}^{н}(\lambda_{ci}) = \arg \min_{\substack{\lambda_{0i} \ge 0 \\ \sum_{i=1}^{N} \lambda_{0i} \le F}} [\varphi_i(\lambda_{0i} +$$

$$+\lambda_{ci}) D_i^{И} - \lambda_{ci} - \eta_i \lambda_{0i}]. \qquad (25)$$

Исходя из того, что минимизируемое выражение — вогнутая функция и, следовательно, минимум достигается в граничных точках $\varphi_i(\lambda)$, имеем

$$\lambda_{0i}^{н}(\lambda_{ci}) = \begin{cases} 0, & \text{если } \varphi_i(\lambda_{ci}) D_i^{И} - \lambda_{ci} < \varphi_i(\lambda_{ci} + F) D_i^{И} - \lambda_{ci} - \eta_i F, \\ \text{F}, & \text{в противном случае.} \end{cases} \qquad (26)$$

Проведем теоретико-игровой анализ стратегии наказания. При $\lambda_{0i}^{н}(\lambda_{ci}) = 0$ наказание состоит в возврате выделенных ранее исполнителю средств из фонда; при $\lambda_{0i}^{н}(\lambda_{ci}) = F$ центр предусматривает дополнительное выделение средств исполнителю до размера фонда F, надеясь с помощью дополнительных механизмов еще больше наказать исполнителя, обязав его к проведению почвоохранных мероприятий.

Далее предполагаем, что центр использует в качестве стратегии наказания только функцию $\lambda_{0i}^{н}(\lambda_{ci}) = 0, 0 \le \lambda_{ci} \le \overline{\lambda_{ci}}$. Находим гарантированный результат исполнителя.

$$L_{2i} = \max_{0 \le \lambda_{ci} \le \overline{\lambda_{ci}}} \min_{\substack{\lambda_{0i} \ge 0 \\ \sum_{i=1}^{N} \lambda_{0i} \le F}} [\varphi_i(\lambda_{0i} +$$

$$+\lambda_{ci}) D_i^{И} - \lambda_{ci} - \eta_i \lambda_{0i}] =$$

$$= \max_{0 \le \lambda_{ci} \le \overline{\lambda_{ci}}} [\varphi_i(\lambda_{ci}) D_i^{И} - \lambda_{ci}]. \qquad (27)$$

Пусть далее $D_i^{И} \varphi_i'(0) \ge 1$. Так как $D_i^{И} \varphi_i''(0) \le 0$ (см.(20)), то в стационарной точке $\lambda_{ci}^{м}$ имеем $D_i^{И} \varphi_i'(\lambda_{ci}^{м}) - 1 = 0$. Для L_{2i} имеем

$$L_{2i} = \begin{cases} D_i^{И} \varphi_i(\lambda_{ci}^{м}) - \lambda_{ci}^{м}, & \text{если } 0 \le \lambda_{ci}^{м} \le \overline{\lambda_{ci}}, \\ D_i^{И} \varphi_i(\overline{\lambda_{ci}^{м}}) - \overline{\lambda_{ci}}, & \text{если } \lambda_{ci}^{м} > \overline{\lambda_{ci}}. \end{cases} \qquad (28)$$

Находим расчетную стратегию $(\lambda_{0i}^{0}, \lambda_{ci}^{0})$ в игре (23)-(24) из решения следующей задачи:

$$\max_{\substack{0 \le \lambda_{0i} \le F \\ 0 \le \lambda_{ci} \le \overline{\lambda_{ci}}}} \sum_{i=1}^{N} [D_i^{И} \varphi_i(\lambda_{0i} + \lambda_{ci}) - \lambda_{0i}], \qquad (29)$$

$$\varphi_i(\lambda_{0i} + \lambda_{ci}) D_i^{И} - \lambda_{ci} - \eta_i \lambda_{0i} \ge L_{2i}, \qquad (30)$$

$$i = 1, \ldots, N.$$

Исследуем возможности использования численных методов решения задачи (29)-(30). В частности, покажем, что она относится к классу задач выпуклого программирования.

Поскольку функция $\varphi_i(\lambda)$, $i = 1, \ldots, N$ вогнутая (см. ее свойства (18)–(21)), то функции в (29) и в ограничении (30) вогнутые (как сумма вогнутых функций). Кроме того, множество, на котором они определены,

$$\Lambda = \{\lambda_{0i} \ge 0, \lambda_{ci} \ge 0, \sum_{i=1}^{N} \lambda_{0i} \le F\} \qquad (31)$$

$$i = 1, \ldots, N$$

является выпуклым. Следовательно, задача (29)-(30) является задачей выпуклого программирования (ЗВП).

Покажем, что при выполнении следующих условий

$$F > 0 \qquad (32)$$

(распределению подлежит ненулевой размер фонда);

$$0 \le \eta_i < 1, i = 1, ..., N, \qquad (33)$$

(средства, выделенные исполнителю из фонда, подлежат возврату не в полном объеме);

$$D_i^{И} \varphi_i'(0) > 1, i = 1, ..., N \qquad (34)$$

(условие экономической целесообразности проведения почвозащитных мероприятий по критерию максимума предотвращенного ЭЭУ) для задачи (29)-(30) справедлива теорема Куна-Таккера (в форме утверждения о седловой точке) [3, с. 162], а именно, справедливо следующее утверждение.

Утверждение. Пусть в задаче (29)-(30) выполнены условия (32)-(34). Если точка $\lambda^* = (\lambda_{0i}^*, \lambda_{ci}^*, i = 1, ..., N) \in \Lambda$ является решением задачи (29)-(30), то существует вектор $l^* \in Q, Q = \{l \in R^N / l_i \ge 0, i = 1, ..., N\}$, такой, что пара (l^*, λ^*) — седловая точка функции Лагранжа $H(l, \lambda)$ на $\Lambda \times Q$.

$$H(l, \lambda_0, \lambda_c) = \sum_{i=1}^{N} (\varphi_i(\lambda_{0i} + \lambda_{ci}) D_i^{Ц} - \lambda_{0i}) +$$

$$+\sum_{i=1}^{N} l_i \cdot (\varphi_i(\lambda_{0i}+\lambda_{ci})D_i^{\text{И}} - \lambda_{ci} - \eta_i\lambda_{0i} - L_{2i}).$$

Доказательство. Поскольку показано, что (29)-(30) — ЗВП, то для доказательства данного утверждения достаточно показать, что при выполнении условий (32)-(34) существует точка $(\lambda_{0i}^0, \lambda_{ci}^0)$, в которой для всех $i = 1, ..., N$ выполняется строгое неравенство

$$\varphi_i(\lambda_{0i}^0+\lambda_{ci}^0)D_i^{\text{И}} - \lambda_{ci}^0 - \eta_i\lambda_{0i}^0 - L_{2i} > 0, \quad (35)$$

$$i = 1, ..., N,$$

где L_{2i} определяется выражением (28).

Пусть $\lambda_{ci}^{\text{м}} \le \overline{\lambda_{ci}}$. По условию $D_i^{\text{И}}\varphi_i^{'}(0) > 1$. Тогда $0 < \lambda_{ci}^{\text{м}} < \infty$. Действительно, функция $\varphi_i(\lambda), i = 1, ..., N$ ограничена, поэтому существует $\lambda_{ci} > D_i^{\text{И}}\varphi_i(\lambda_{ci})$. Откуда следует, что $D_i^{\text{И}}\varphi_i(\lambda_{ci}) - \lambda_{ci} < 0$ (меньше частного значения, равного нулю). Область значений $\lambda_{ci} > D_i^{\text{И}}\ \varphi_i(\lambda_{ci})$ не рассматриваем. Имеем $L_{2i} = D_i^{\text{И}}\ \varphi_i\ (\lambda_{ci}^{\text{м}}) - \lambda_{ci}^{\text{м}} > 0$.

Рассмотрим ограничение

$$D_i^{\text{И}}\varphi_i(\lambda_{ci}+\lambda_{0i}) - \lambda_{ci} - \eta_i\lambda_{0i} - L_{2i} \ge 0 \quad (36)$$

в точке $(\varepsilon, \lambda_{ci}^{\text{м}}), \varepsilon > 0$ и покажем, что оно является строгим. Выделим линейную по ε часть выражения

$$D_i^{\text{И}}\varphi_i(\lambda_{ci}^{\text{м}}+\varepsilon) = D_i^{\text{И}}\varphi_i(\lambda_{ci}^{\text{м}}) +$$

$$+D_i^{\text{И}}\varphi_i^{'}(\lambda_{ci}^{\text{м}})\varepsilon + R(\varepsilon). \quad (37)$$

Тогда

$$D_i^{\text{И}}\varphi_i(\lambda_{ci}^{\text{м}}+\varepsilon) - \lambda_{ci}^{\text{м}} - \eta_i\varepsilon - D_i^{\text{И}}\varphi_i(\lambda_{ci}^{\text{м}}) +$$

$$+\lambda_{ci}^{\text{м}} \ge D_i^{\text{И}}\varphi_i(\lambda_{ci}^{\text{м}}) + D_i^{\text{И}}\varphi_i^{'}(\lambda_{ci}^{\text{м}})\varepsilon -$$

$$-\lambda_{ci}^{\text{м}} - \eta_i\varepsilon - D_i^{\text{И}}\varphi_i(\lambda_{ci}^{\text{м}}) + \lambda_{ci}^{\text{м}} \ge$$

$$\ge (D_i^{\text{И}}\varphi_i^{'}(\lambda_{ci}^{\text{м}}) - \eta_i)\varepsilon. \quad (38)$$

Согласно условию $F > 0$. Примем $0 < \varepsilon \le \frac{F}{N}$. Покажем, что $D_i^{\text{И}}\ \varphi_i^{'}\ (\lambda_{ci}^{\text{м}}) - \eta_i > 0$. При выполнении условий утверждения легко показать, что $D_i^{\text{И}}\ \varphi_i^{'}\ (\lambda_{ci}^{\text{м}}) = 1$. С учетом того, что $\eta_i < 1$, рассматриваемое неравенство (35) выполняется как строгое.

Рассмотрим второй случай, когда $\lambda_{ci}^{\text{м}} > \overline{\lambda_{ci}}$. Тогда $D_i^{\text{И}}\ \varphi_i^{'}\ (\overline{\lambda_{ci}}) \ge 1$ (и при выполнении условий утверждения неравенство (35) в точке $(\lambda_{0i}^0 = \varepsilon,\ \lambda_{ci}^0 = \overline{\lambda_{ci}})$ также выполняется как строгое.

Утверждение доказано.

Замечание к условию (33). В реальности может возникнуть задача обоснования условий получения средств фонда с возвратом в объеме, превышающем первоначально выделенные средства, т.е. при $\eta_i \ge 0, i = 1, ..., N$. Это обоснование возможно путем введения и проверки условия типа (34) в иной форме, а именно $D_i^{\text{И}}\ \varphi_i^{'}(0) > k > 1,\ i = 1, ..., N$. В этом случае эффективность от проведения почвоохранных мероприятий позволит обеспечить возврат вложенных средств в объеме $\eta_i\lambda_{0i}$. Дополнительно, в этом случае, необходимо согласовать выбор параметров $\eta_i, k, i = 1, ..., N$.

Поскольку к данной задаче применима теорема Куна-Таккера, то проблема численного решения данной задачи является разрешенной.

Выигрыш центра в рассматриваемой игре будет равен величине $M_0^{\Gamma_2}(\lambda_0^*, \lambda_c^*)$. Заметим, что в рассматриваемых играх имеет место следующее соотношение:

$$M_0^{\text{М}}(\lambda_0^*, \lambda_c^*) \le M_0^{\Gamma_1}(\lambda_0^*, \lambda_c^*) \le M_0^{\Gamma_2}(\lambda_0^*, \lambda_c^*), \quad (39)$$

где $M_0^{\text{М}}(\lambda_0^*, \lambda_c^*), M_0^{\Gamma_1}(\lambda_0^*, \lambda_c^*), M_0^{\Gamma_2}(\lambda_0^*, \lambda_c^*)$ — выигрыш центра соответственно в минимаксных стратегиях, в стратегиях Γ_1, Γ_2.

Таким образом, теоретическое исследование модели распределения средств ФППМ завершено, и в качестве механизма распределения средств фонда рекомендуется использовать стратегии Γ_2, которые обеспечивают для центра наибольшую эффективность.

Литература

1. Горелик В.А., Кононенко А.Ф. Теоретико-игровые модели принятия решений в эколого-экономических системах. М., 1982.
2. Бурков В.Н. Основы математической теории активных систем. М., 1977.
3. Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации. М., 1986.