УДК 621.372.82

С.А. Комаров, В.В. Щербинин

Входной адмитанс волновода с импедансным фланцем при излучении в плоскослоистую среду

В технике сверхвысоких частот широко распространены невыступающие излучатели в виде открытого конца волновода на плоскости (фланце). Они применяются в качестве невыступающих антенн и зондов в составе устройств для диагностики материальных сред.

Точное аналитическое решение в замкнутой форме задачи об излучении из волновода с фланцем не существует, задача сводится к интегральному уравнению, решение которого может строиться различными методами. Наиболее часто при решении подобных задач дифракции используются метод моментов (Галеркина) и вариационный подход. Метод моментов подразумевает разложение искомых полей на раскрыве по полной системе базисных ортогональных функций с последующим сведением задачи к бесконечной системе алгебраических уравнений относительно коэффициентов разложения. Достоинством метода является возможность построения алгоритма численного решения и получения всех физических характеристик с заданной точностью и проведение анализа их сходимости к точным значениям при различных параметрах излучателя. Недостаток – громоздкость и большой объем вычислений. Кроме того, данный метод применим лишь для простейших геометрий волновода, таких как плоский и круглый. Для прямоугольного волновода, например, его применение уже затруднено.

Вариационный подход подразумевает построение заведомо приближенного решения, причем возможность такого подхода оправдывается тем, что искомая физическая характеристика системы является стационарным функционалом относительно функции решения интегрального уравнения. Достоинством метода считается его сравнительная простота, возможность применения для волноводов различного поперечного сечения (если известны собственные функции и собственные значения) и использование в практических инженерных расчетах. Недостаток – невозможность оценки и контроля ошибки внутри данного метода. В связи с этим проверка решения по точности требует сравнения полученных результатов с экспериментом либо, если это возможно, с данными строгих расчетов соответствующей задачи.

Случай идеально проводящего фланца исследован в литературе весьма подробно [1; 2]. При этом задача формулируется в виде интегрального уравнения относительно неизвестной касательной составляющей электрического поля на раскрыве волновода.

Интересно рассмотреть подобную задачу с учетом отличного от нуля стороннего импеданса фланца. В работе [3] вариационный принцип был обобщен на случай волновода с импедансным фланцем, излучающим в однородную среду.

Цель данной работы – решение задачи об излучении из волновода с импедансным фланцем в произвольную плоскослоистую среду с использованием вариационного подхода.

Постановка задачи и общий вид записи решения

Геометрия системы изображена на рисунке 1. Полубесконечный цилиндрический волновод произвольного поперечного сечения занимает в координатах $\{\rho, z\}$ область $z<0$. Волновод имеет проводящие стенки и, в общем случае, однородное, непоглощающее магнитодиэлектрическое заполнение с проницаемостями ε_1, μ_1.

Раскрыв волновода S и фланец с постоянным сторонним импедансом ZZ_0 ($Z_0=\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ – импеданс свободного пространства) расположены в плоскости z=0. Полупространство z >0 занимает плоскослоистый диэлектрик, который характеризуется произвольными законами изменения относительных комплексных диэлектрической и магнитной проницаемостей $\varepsilon(z)$, $\mu(z)$. Эти зависимости от z могут быть как дискретными, так и непрерывными. Задание стратифицированной структуры верхнего полупространства удобно при моделировании среды в ряде прикладных диагностических задач с использованием электромагнитных волн радиодиапазона (искусственные материалы, природные среды, плазменные образования и др.).

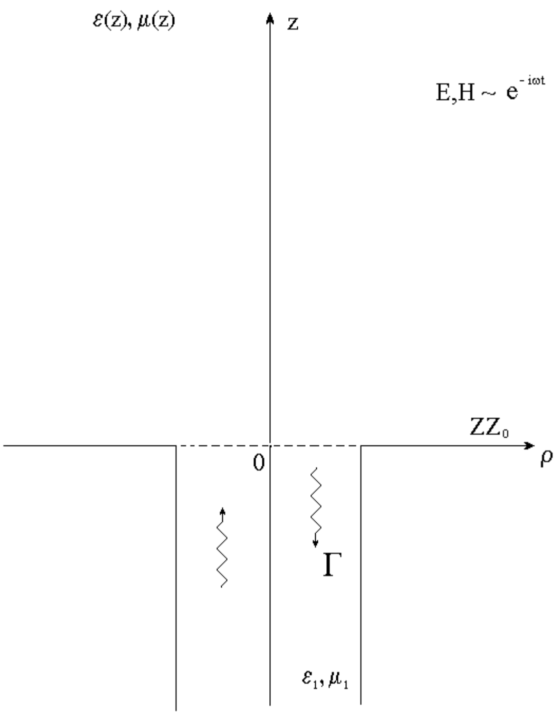

Рис. 1. Геометрия задачи

Предположим, что данная волноводная структура возбуждается полем электромагнитной волны основного типа волновода, набегающей на раскрыв вдоль оси z. Зависимость от времени является гармонической вида e^{-iwt}.

В области $z < 0$ касательные составляющие электрического и магнитного полей на раскрыве со стороны волновода можно записать в виде суммы собственных типов волн следующим образом:

$$\vec{E}_t(\vec{\rho},-0)=(1+\text{д})\vec{f}_0(\vec{\rho})+\sum_{n=1}^{\infty}V_n\vec{f}_n(\vec{\rho});$$
$$\vec{H}_t(\vec{\rho},-0)=Y_0(1-\text{д})\vec{u}\times\vec{f}_0(\vec{r})-$$
$$-\sum_{n=1}^{\infty}Y_nV_n\vec{u}\times\vec{f}_n(\vec{r}). \qquad (1)$$

Здесь $\vec{\rho}$ – радиус-вектор на плоскости $z = 0$; $\vec{u}$ – орт вдоль оси z и $\vec{\phi}_n(\vec{\rho})$ – ортонормированные поперечные волновые функции волновода. Через V_n обозначены комплексные амплитуды n-той моды для электрического поля, Y_n – характеристический адмитанс n-той моды для бесконечного волновода. Слагаемые, соответствующие n=0, описывают поле волны основного типа, а отношение

$$Y = Y_0\frac{1-\Gamma}{1+\Gamma} \qquad (2)$$

определяет входной адмитанс полубесконечного волновода. Он является характеристикой согласования и связан с комплексным коэффициентом отражения Г основной волны от раскрыва.

Касательные поля на плоскости z=0 со стороны верхнего полупространства могут быть представлены в виде интегралов Фурье:

$$\vec{E}_t(\vec{\rho},+0)=\frac{1}{(2\pi)^2}\int_{-\infty}^{+\infty}\left\{\frac{-iW\xi}{\omega\varepsilon_0}\left[1+R_{\parallel}(\xi)\right]a^e(\xi)+\right.$$
$$\left.+(\vec{u}\times i\xi)[1+R_{\perp}(\xi)]a^m(\xi)\right\}e^{i\xi\rho}d\xi,$$
$$\vec{u}\times\vec{H}_t(\vec{\rho},+0)=\frac{1}{(2\pi)^2}\int_{-\infty}^{+\infty}\left\{i\xi\left[1-R_{\parallel}(\xi)\right.\right.-$$
$$\left.-\frac{W}{\omega\mu_0}(\vec{u}\times i\xi)[1-R_{\perp}(\xi)]e^{i\xi\rho}d\xi. \qquad (3)$$

В этих выражениях $a_{e,m}(\xi)$ – неизвестные спектральные функции, $R_{\parallel,\perp}(\xi)$ – коэффициенты отражения по электрическому полю для плоских волн продольной и поперечной поляризаций соответственно от плоскослоистого верхнего полупространства, k_0 – волновое число в свободном пространстве, $W=\sqrt{k_0^2-\xi^2}$, причем выбирается такая ветвь этой неоднозначной функции, что $ImW \geq 0$.

Интегральное уравнение

Неизвестными величинами в задаче являются спектральные функции в (3) и амплитуды волноводных мод в (1). Их нахождение связано с выполнением импедансных граничных условий на фланце

$$\vec{E}_t(\vec{\rho},+0)-ZZ_0\vec{u}\times\vec{H}_t(\vec{\rho},+0)=0\,\vec{\rho}\notin S \qquad (4)$$

и условий сшивания касательных составляющих электрического и магнитного полей со стороны волновода и верхнего полупространства на раскрыве:

$$\begin{matrix}\vec{E}_t(\vec{\rho},+0)=\vec{E}_t(\vec{\rho},-0);\\ \vec{H}_t(\vec{\rho},+0)=\vec{H}_t(\vec{\rho},-0).\end{matrix}\quad \vec{\rho}\in S \qquad (5)$$

Для дальнейшего решения задачи осуществляется переход от исходных граничных условий к несколько видоизмененной, хотя и эквивалентной форме записи, использующей линейную комбинацию условий (4) и (5):

$$\vec{E}_t(\vec{\rho},+0)-ZZ_0\vec{u}\times\vec{H}_t(\vec{\rho},+0)=\vec{F}(\vec{\rho}), \qquad (6)$$
$$\vec{u}\times\vec{H}_t(\vec{\rho},+0)=\vec{u}\times\vec{H}_t(\vec{\rho},-0), \vec{\rho}\in S, \qquad (7)$$

где введена вспомогательная функция $\vec{F}(\vec{\rho})$ следующего вида:

$$\vec{F}(\vec{\rho})=\begin{cases}0 \quad \vec{\rho}\notin S,\\ \vec{E}_t(\vec{\rho},+0)-ZZ_0\vec{u}\times\vec{H}_t(\vec{\rho},+0)\,\vec{\rho}\in S.\end{cases} \qquad (8)$$

Выполняя условие (7) с учетом (6), можно прийти к интегральному уравнению относительно функции $\vec{F}(\vec{\rho})$

$$\int\limits_S \tilde{K}(\vec{\rho},\vec{\rho}')\vec{F}(\vec{\rho}')d\vec{\rho}' = YV_0\vec{\phi}_0(\vec{\rho}), \qquad (9)$$

где ядро $\tilde{K}(\vec{\rho},\vec{\rho}')$ является матрицей с составляющими

$$K_{\alpha\beta}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{Y_n}{1-ZZ_0Y_n}\phi_{n\alpha}(\vec{\rho})\phi_{n\beta}(\vec{\rho}') + \\ + G_{\alpha\beta}(\vec{\rho},\vec{\rho}') \qquad (10)$$

и

$$G_{\alpha\beta}(\vec{\rho},\vec{\rho}') = \frac{1}{(2\pi)^2 Z_0}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\xi_\alpha\xi_\beta\frac{y_\parallel}{1+Zy}\cdot \\ \cdot\frac{e^{i\xi(\rho-\rho')}}{\xi^2}d\xi + \frac{1}{(2\pi)^2 Z_0}\left[\frac{\partial}{\partial z}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}(\vec{u}\times\xi)_\alpha(\vec{u}\times\xi)_\beta\cdot\right. \\ \left.\cdot\frac{y_\perp}{1+Zy_\perp}\frac{\left(e^{iWz}+R_\perp e^{-iWz}\right)}{iW(1+R_\perp)}\frac{e^{i\xi(\rho-\rho')}}{\xi^2}d\xi\right]_{z=0}. \qquad (11)$$

Величины $y_{\parallel,\perp}$ представляют собой нормированные адмитансы для напряженностей плоских волн вертикальной и горизонтальной поляризаций на плоскости z=0:

$$y_\parallel = \frac{k_0}{W}\frac{(1-R_\parallel)}{(1+R_\parallel)}; y_\perp = \frac{k_0}{W}\frac{(1-R_\perp)}{(1+R_\perp)}.$$

В соответствии с вариационным подходом для уравнения (9) можно ввести линейный функционал

$$T = \frac{1}{\left[\int\limits_S \vec{F}(\vec{\rho})\vec{\phi}_0(\vec{\rho})d\vec{\rho}\right]^2}\cdot \\ \cdot\int\limits_S\int\limits_S \vec{F}(\vec{\rho})\tilde{K}(\vec{\rho},\vec{\rho}')\vec{F}(\vec{\rho}')d\vec{\rho}d\vec{\rho}', \qquad (12)$$

являющийся стационарным по отношению к вариациям функции $\vec{F}(\vec{\rho})$ [3]. Данный функционал не служит физической характеристикой системы, однако связан со входным адмитансом дробно-линейным соотношением

$$Y = \frac{T}{1-ZZ_0T}. \qquad (13)$$

Стационарность T обеспечивает стационарность Y по отношению к вариациям $\vec{F}(\vec{\rho})$. Исходя из свойства стационарности можно провести оценку T и Y, используя приближенное выражение для $\vec{F}(\vec{\rho})$. Наиболее простым считается одномодовое приближение, когда зависимость $\vec{F}(\vec{\rho})$ приближенно задается распределением основной моды в поперечном сечении бесконечного волновода, т.е.

$$\vec{F}(\vec{\rho}) = A_0\vec{\phi}_0(\vec{\rho}), \qquad (14)$$

где $A_0=V_0(1+ZZ_0Y)$ – константа.

Тогда с учетом формул (10-12, 14) стационарное выражение для T можно записать как

$$T = \frac{1}{(2\pi)^2|A_0|^2}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\vec{f}^*(\xi)\times\vec{h}_t(\xi)\vec{u}d\xi, \qquad (15)$$

где $f(\xi)$, $\vec{h}_t(\xi)$ – фурье-трансформанты функции $F(\vec{\rho})$ и касательного магнитного поля $\vec{H}_t(\vec{\rho},+0)$ на раскрыве со стороны верхнего полупространства.

Прямоугольный волновод

В частности, для прямоугольного волновода формула (15) принимает следующий вид:

$$T = \frac{ab}{8Z_0}\int\limits_0^\infty\int\limits_0^{2\pi}\left[\frac{y_\perp(\xi)}{1+Zy_\perp(\xi)}\cos^2\psi + \right. \\ \left. + \frac{y_\parallel(\xi)}{1+Zy_\parallel(\xi)}\sin^2\psi\right]\cdot\left[\frac{\cos\left(\frac{\xi a}{2}\cos\psi\right)}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2-\left(\frac{\xi a}{2}\cos\psi\right)^2}\cdot \right. \\ \left.\frac{\sin\left(\frac{\xi b}{2}\sin\psi\right)}{\frac{\xi b}{2}\sin\psi}\right]^2\cdot\xi d\xi d\psi. \qquad (16)$$

По формулам (2,13,16) были проведены численные расчеты входного адмитанса Y и коэффициента отражения основной моды от раскрыва Γ в зависимости от частоты. Импеданс фланца при этом моделировался тонким слоем диэлектрика δ толщиной и проницаемостью ε_δ, нанесенным на идеально проводящую плоскость, и определялся выражением [4]:

$$Z = \frac{i}{\sqrt{\varepsilon_\delta}}\operatorname{tg}k_0\sqrt{\varepsilon_\delta}\delta. \qquad (17)$$

Излучение происходит в вакуум либо в почвенное полупространство с объемной влажностью W. Диэлектрические свойства почвы описываются рефракционной моделью с учетом связанной воды [5]. В расчетах взяты следующие значения диэлектрических параметров: ε_δ=4.0+i0.08, диэлектрическая проницаемость сухой почвы – 2.47+i0.06; максимальное объемное содержание связанной воды в почве – W_t=0.05; диэлектрическая проницаемость почвы, соответствующая влажности W_t – 3.62+i0.36.

На рисунке 2 представлены результаты расчетов в виде частотных зависимостей модуля коэффициента отражения для основной волны прямоугольного волновода сечением 23×10 мм с идеально проводящим

(пунктир) и импедансным (сплошная линия) фланцем.

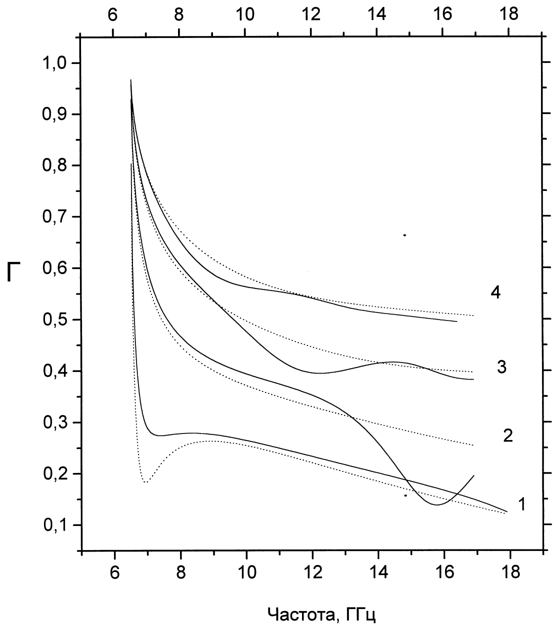

Рис. 2. Зависимость модуля комплексного коэффициента отражения от частоты
1 – свободное пространство;
2 – сухой грунт;
3 – грунт влажностью 10%;
4 – грунт влажностью 20%.

Литература

1. Вычислительные методы в электродинамике. М., 1977.
2. Численные методы теории дифракции: Сб. ст. М., 1982.
3. Комаров С.А. Вариационный принцип в задачах излучения из полубесконечного волновода с импедансным фланцем//Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1985. Т. 28. N 3.
4. Марков Г.Т., Чаплин А.Ф. Возбуждение электромагнитных волн. М.; Л., 1967.
5. Миронов В.Л., Комаров С.А., Рычкова Н.В., Клещенко В.Н. Изучение диэлектрических свойств влажных почвогрунтов в СВЧ-диапазоне // Исследование Земли из космоса. 1994. N 4.