УДК 519.86

Г.И. Алгазин

Принципы и модели согласованного выбора уровней информационного взаимодействия в системах с неполной информацией

В настоящей работе обсуждается проблема согласованного выбора участниками эколого-экономической системы (ЭЭС) уровней информационного взаимодействия. Ее решение дает возможность направлять маркетинговые исследования, требующие расширения и углубления априорных знаний об условиях производства и потребления в процессе предпринимательской деятельности, планировать объемы экологических исследований, необходимых для организации эффективных систем экологического мониторинга. Уровни информационного взаимодействия выбираются участниками с использованием методов математического моделирования на основе формальных требований полноты представлений об ЭЭС.

Базисной при проведении исследований является общая модель ЭЭС вида

$$\begin{cases} F_o(x_o, x) \to \max\limits_{x_o, x} \\ x_o \in X_o, x = (x_1, \ldots, x_m), \\ \tau_o = (\tau_{o1}, \ldots, \tau_{om}), \\ x \in X(\tau_{»}), \\ X(\tau_o) = X_1(\tau_{o1}) \times \ldots \times X_m(\tau_{om}), \\ (x_o, x) \in Z \\ f_k(x_o, x_k) \to \max\limits_{x_k} \; k = \overline{1,m}, \\ x_k \in Z_k(x_o, x_{-k}), \\ x_k \in X_k(\tau_k). \end{cases} \quad (1)$$

Не останавливаясь на подробном описании этой модели, которое дано нами ранее (см.: Алгазин Г.И. Анализ и моделирование экономических систем с различной информированностью участников // Известия АГУ. Барнаул, 1996. № 1. С. 18-22), напомним здесь лишь следующее: параметры τ и τ_k характеризуют неопределенность центра и подсистем при описании множеств выбора решений X_k; априори подсистемы более центра информированы о своем множестве X_k, что выражается условием $\tau_{ok}^a \le \tau_k^a$; $X_k(\alpha) \subseteq X_k(\beta)$ при $\alpha \le \beta$,ˆ $X_k(\alpha) = X_k$ при $\alpha \to \tau^{\max}$, где $\tau^{\max}$ – максимально возможный уровень информированности системы; условия $x_k \in Z_k(x_o, x_{-k})$ означают, что для k-й подсистемы множества выбора локальных переменных x_k, вообще говоря, зависят не только от глобальных (общесистемных) переменных x_o, но и от действий других подсистем, где $x_{-k} = (x_1, \ldots, x_{k-1}, x_{k+1}, \ldots, x_m)$ – совокупность локальных переменных без k-й.

Если подсистемы независимы при выборе решений, то базисная модель принимает следующий вид:

$$\begin{cases} F_o(x_o, x) \to \max\limits_{x_o, x} \\ x_o \in X_o, x = (x_1, \ldots, x_m), \\ \tau_o = (\tau_{o1}, \ldots, \tau_{om}), \\ x \in X(\tau_{»}), \\ X(\tau_o) = X_1(\tau_{o1}) \times \ldots \times X_m(\tau_{om}), \\ (x_o, x) \in Z \\ f_k(x_o, x_k) \to \max\limits_{x_k} \; k = \overline{1,m}, \\ x_k \in Z_k(x_o), \\ x_k \in X_k(\tau_k). \end{cases} \quad (2)$$

В рамках моделей (1) и (2) задача состоит в том, чтобы определить наиболее выгодные для центра и подсистем уровни их информированности об эколого-экономической ситуации. Обозначим их τ_o^* и τ_k^* ($k = \overline{1,m}$) соответственно.

Подходы к решению этой задачи различны для ЭЭС, в которых интересы одних участников подчинены интересам других, и для систем с равноправными, экономически самостоятельными участниками.

1. Системы с неравноправными участниками

Основу таких ЭЭС составляют централизованные системы, в которых прерогатива в выборе решений принадлежит центру, поэтому результаты деятельности всей системы и ее отдельных подсистем определяются информированностью самого центра, которая в нашей модели (1) обозначена вектором τ_o.

Обозначим через $F_o(\tau_o)$ и $f(\tau_o) = (f_1(\tau_o), \ldots, f_m(\tau_o))$ значения критериальных показателей центра и подсистем. Будем далее полагать, что в дополнение к описанию базисных моделей в значениях критериальных показателей подсистем учтены их затраты, связанные с получением новой информации об эколого-экономической ситуации.

При последующем анализе рассмотрим два вида централизованных систем: с "жесткой" и "мягкой" централизацией.

"Жесткая" централизация

Важная особенность таких систем состоит в том, что центр полностью игнорирует интересы всех участников, кроме участников, являющихся источником его дополнительной информированности.

Вначале рассмотрим информационное взаимодействие между центром и одним из участников — поставщиком информации, которого обозначим индексом k. Модель согласованного выбора уровня информированности системы между центром и k-подсистемой может быть записана в виде

$$\begin{cases} \tau_{ok} \to \max \\ \dfrac{\partial F_o(\tau_{o1}^a,..,\tau_{ok},..,\tau_{om}^a)}{\partial \tau_{ok}} + \dfrac{\partial f_k(\tau_{o1}^a,..,\tau_{ok},..,\tau_{om}^a)}{\partial \tau_{ok}} \ge 0. \\ \tau_{ok}^a \le \tau_{ok} \le \tau_{ok}^{\max} \end{cases} \qquad (3)$$

Здесь и далее предполагается, что F_O и f_k непрерывно дифференцируемы по переменным τ_{ok}.

Обсудим некоторые варианты решения по модели (3). Во-первых, естественно предположить, что F_O — неубывающая функция по переменным τ_{ok} и поэтому $\dfrac{\partial F_o}{\partial \tau_{ok}} \ge 0$. Если $\dfrac{\partial F_o}{\partial \tau_{ok}} + \dfrac{\partial f_k}{\partial \tau_{ok}} > 0$ для всех значений τ_{ok} из диапазона $\tau_{ok}^a \le \tau_{ok} \le \tau_{ok}^{\max}$ (т.е. либо обе функции F_O и f_k монотонно возрастают по τ_{ok}, либо функция F_O возрастает быстрее, чем убывает f_k), то решение $\tau_{ok}^* = \tau_{ok}^{\max}$ вполне очевидно. Если для всех τ_{ok}, больших τ_{ok}^a, имеем $\dfrac{\partial F_o}{\partial \tau_{ok}} + \dfrac{\partial f_k}{\partial \tau_{ok}} < 0$, то любая дополнительная информированность центра невыгодна системе, т.е. $\tau_{ok}^* = \tau_{ok}^a$.

Условие $\dfrac{\partial F_o}{\partial \tau_{ok}} + \dfrac{\partial f_k}{\partial \tau_{ok}} = 0$ определяет согласованый между центром и подсистемой уровень информационного взаимодействия τ_{ok}^*, основанный на равенстве спроса на информацию и ее предложения.

Кривая спроса на информацию со стороны центра задается уравнением $y(\tau_{ok}) = \dfrac{\partial F_o(\tau_{o1}^a,...,\tau_{ok},...,\tau_{om}^a)}{\partial \tau_{ok}}$. Она характеризует предельную эффективность единицы дополнительной информированности центра, а также максимальную цену, которую центр готов "платить" поставщику информации за eц "малую" единицу.

Кривую предложения можно записать уравнением

$$y(\tau_{ok}) = -\frac{\partial f_k(\tau_{o1}^a,...,\tau_{ok},...,\tau_{om}^a)}{\partial \tau_{ok}},$$

которое характеризует изменения потерь эффективности участника с номером k в зависимости от уровня информированности центра (или минимальная для подсистемы цена единицы информации).

Равновесное состояние системы как компромисс требований центра и участника находится из соотношения равенства спроса и предложения на информацию, т.е.

$$\frac{\partial F_o}{\partial \tau_{ok}} = -\frac{\partial f_k}{\partial \tau_{ok}}. \qquad (4)$$

Решение этого уравнения τ_{ok}^* является равновесным уровнем информированности центра и подсистемы, $y(\tau_{ok}^*)$ — равновесной ценой единицы информированности центра от k-го участника, а выражение $y(\tau_{ok}^*)\cdot(\tau_{ok}^* - \tau_{ok}^a)$ определяет "стоимость" его информационных услуг.

Для иллюстрации ситуации равновесия приведем простой пример для двух участников: центра и подсистемы.

Пусть зависимость целевых показателей центра и подсистемы от уровня информированности системы задана в виде функций $F(\tau) = \tau^{\frac{1}{2}}, f(\tau) = \tau - \tau^2$, как показано на рисунке 1. При $\tau \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$ результат подсистемы возрастает, и поэтому предложение информации отсутствует. На рисунке 2 показано состояние равновесия спроса и предложения: p^*=0.56 — равновесная цена единицы информации, при которой величина предложения равна величине спроса; плата центра за информацию составляет $p^* \cdot \tau^* = 0.56 \cdot 0.78 = 0.44$.

В более общем случае, когда центр взаимодействует с несколькими участниками, которые выбирают решения независимо друг от друга, согласованный уровень информированности ЭЭС определяется из решения системы задач

$$\begin{cases} \tau_{ok} \to \max \\ \dfrac{\partial F_o(\tau_{o1}^a,...,\tau_{ok},...,\tau_{om}^a)}{\partial \tau_{ok}} + \\ + \dfrac{\partial f_k(\tau_{o1}^a,...,\tau_{ok},...,\tau_{om}^a)}{\partial \tau_{ok}} \geq 0, \\ \tau_{ok}^a \leq \tau_{ok} \leq \tau_{ok}^{\max}, k = \overline{1,m}. \end{cases} \qquad (5)$$

Если выборы решений x_k участниками взаимозависимы, то уровень информированности системы определяется из решения задачи векторной оптимизации

$$\begin{cases} \tau_o = (\tau_{o1},...,\tau_{ok},...,\tau_{om}) \to \max \\ \dfrac{\partial F_o(\tau_{o1},...,\tau_{ok},...,\tau_{om})}{\partial \tau_{ok}} + \\ + \dfrac{\partial f_k(\tau_{o1},...,\tau_{ok},...,\tau_{om})}{\partial \tau_{ok}} \geq 0, \\ \tau_{ok}^a \leq \tau_{ok} \leq \tau_{ok}^{\max}, k = \overline{1,m}. \end{cases} \qquad (6)$$

"Мягкая" централизация

Центр компенсирует потери всем участникам независимо от того, делают ли они вклад в его дополнительную информированность или нет.

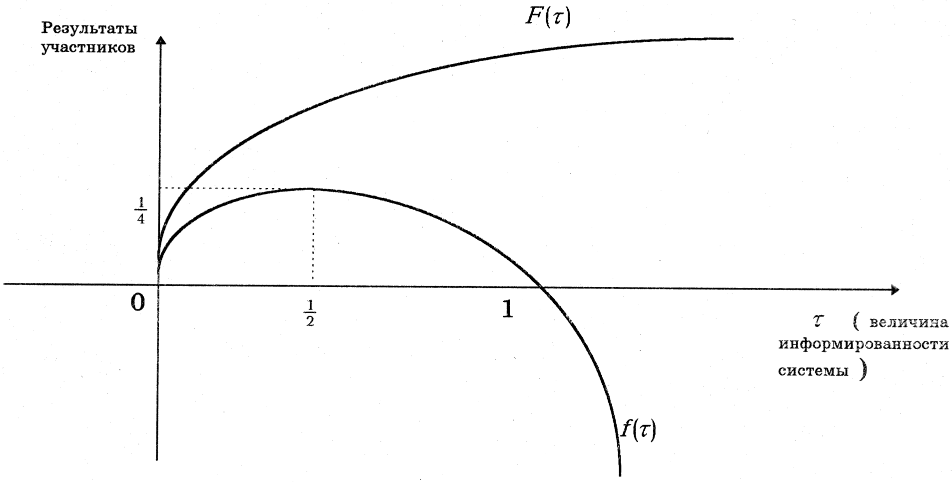

Рис. 1. Зависимость результатов участников от уровня информированности ЭЭС

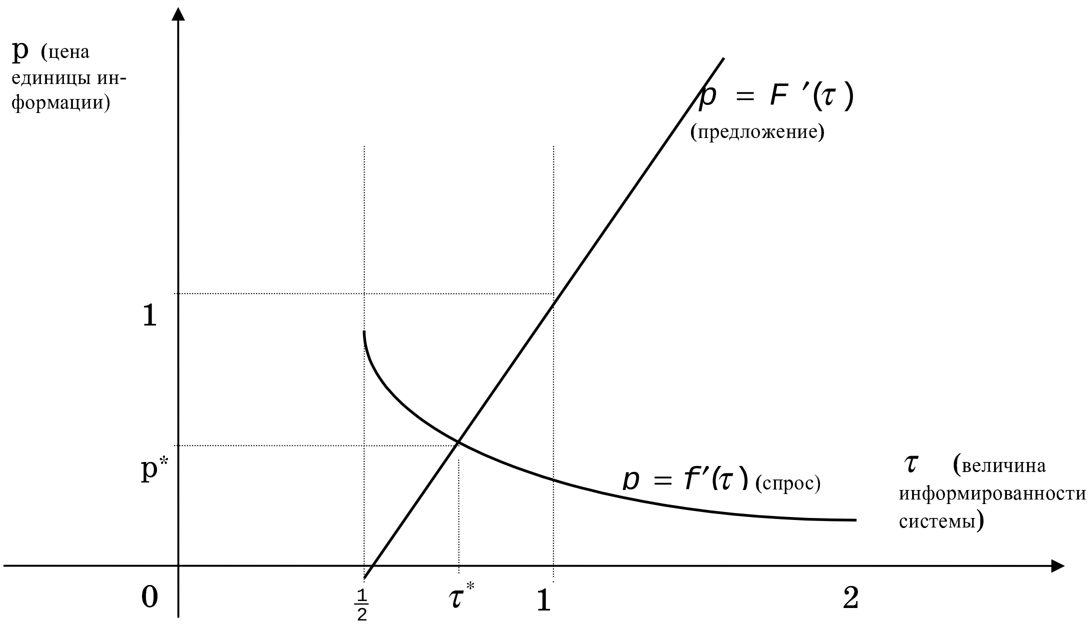

Рис. 2. Равновесие спроса и предложения на рынке информации

Для определенности опять рассмотрим информационное взаимодействие центра с одной из подсистем с номером k. Пусть $I_k(\tau_{o1}^a,...,\tau_{ok},...,\tau_{om}^a)$ – множество тех участников ЭЭС, которые несут потери при повышении информированности центра до значения τ_{ok}, т.е. таких, что

$$\frac{\partial f_i(\tau_{ok}^a,...,\tau_{ok},...,\tau_{ok}^a)}{\partial \tau_{ok}} < 0 .$$

Модель согласованного выбора уровня информированности системы примет вид

$$\begin{cases} \tau_{ok} \to \max \\ \dfrac{\partial F_o(\tau_{o1}^a,...,\tau_{ok},...,\tau_{om}^a)}{\partial \tau_{ok}} + \\ + \sum\limits_{i \in I_k(\tau_{o1}^a,...,\tau_{ok},...,\tau_{om}^a)} \dfrac{\partial f_i(\tau_{o1}^a,...,\tau_{ok},...,\tau_{om}^a)}{\partial \tau_{ok}} \geq 0, \\ \tau_{ok}^a \leq \tau_{ok} \leq \tau_{ok}^{\max}. \end{cases} \quad (7)$$

Анализ решений для модели (7) аналогичен решению для модели (3). В частности, соотношение равенства спроса на информацию и ее предложения будет

$$\frac{\partial F_o(\tau_{o1}^a,...,\tau_{ok},...,\tau_{om}^a)}{\partial \tau_{ok}} = -\sum_{i \in I_k(\tau_{o1}^a,...,\tau_{ok},...,\tau_{om}^a)} \frac{\partial f_i(\tau_{o1}^a,...,\tau_{ok},...,\tau_{om}^a)}{\partial \tau_{ok}} \quad (8)$$

Отсюда имеем, что равновесная цена центра $y(\tau_{ok}^*)$ распадается на сумму равновесных цен "ущемленных" участников.

Для взаимодействия центра с m независимыми по выбору решений участниками модель согласованного уровня информированности записывается как система задач

$$\begin{cases} \tau_{ok} \to \max \\ \dfrac{\partial F_o(\tau_{o1}^a,...,\tau_{ok},...,\tau_{om}^a)}{\partial \tau_{ok}} + \\ + \sum\limits_{i \in I_k(\tau_{o1}^a,...,\tau_{ok},...,\tau_{om}^a)} \dfrac{\partial f_i(\tau_{o1}^a,...,\tau_{ok},...,\tau_{om}^a)}{\partial \tau_{ok}} \geq 0, \\ \tau_{ok}^a \leq \tau_{ok} \leq \tau_{ok}^{\max}, k = \overline{1,m}. \end{cases} \quad (9)$$

В общем случае с m зависимыми участниками задача выбора наилучшего уровня информированности системы сводится к задаче векторной оптимизации

$$\begin{cases} \tau_o = (\tau_{o1},...,\tau_{ok},...,\tau_{om}) \to \max \\ \dfrac{\partial F_o(\tau_{o1},...,\tau_{ok},...,\tau_{om})}{\partial \tau_{ok}} + \\ + \sum\limits_{i \in I_k(\tau_{o1},...,\tau_{ok},...,\tau_{om})} \dfrac{\partial f_i(\tau_{o1},...,\tau_{ok},...,\tau_{om})}{\partial \tau_{ok}} \geq 0, \\ \tau_{ok}^a \leq \tau_{ok} \leq \tau_{ok}^{\max}, k = \overline{1,m}. \end{cases} \quad (10)$$

2. Системы с равноправными, экономически самостоятельными участниками

Основу моделей таких систем составляют локальные блоки базисной модели (1)

$$\begin{cases} f_k(x_o, x_k) \to \max\limits_{x_k} \\ x_k \in Z_k(x_o, x_{-k}), \\ x_k \in X_k(\tau_k), \end{cases} \quad (11)$$

Рассмотрим два случая.

Подсистемы независимы по взаимодействиям. Тогда локальные блоки принимают следующий частный вид:

$$\begin{cases} f_k(x_o, x_k) \to \max\limits_{x_k} \\ x_k \in Z_k(x_o), \\ x_k \in X_k(\tau_k), \end{cases} \quad (12)$$

и решение задачи выбора оптимального уровня информированности каждой подсистемы очевидно – $\tau_k^{\max}$.

Подсистемы зависимы по взаимодействиям. Как показано в базисной модели (1), эта зависимость задается множествами $Z_k(x_o, x_{-k})$. В этом случае значение критериальных показателей каждой подсистемы будет зависеть не только от уровня информированности о множестве выборов собственного управляющего параметра, но и, косвенно, через решения, принятые другими участниками, от уровня информированности других подсистем о множествах выбора их управляющих параметров.

Поэтому мы имеем право ввести обозначение $f_k(\tau)$ ( ) для значения критериального показателя k-ой подсистемы, если i-й участник принимает решение исходя из уровня информированности τ_i относительно множества X_i .

Согласованные значения τ_k^* находятся из решения задачи векторной оптимизации

$$\begin{cases} f(\tau) = (f_1(\tau),..., f_m(\tau)) \to \max\limits_{\tau} \\ \tau^a \leq \tau \leq \tau^{\max}, \tau = (\tau_1,..., \tau_m). \end{cases} \quad (13)$$

Оптимальность по Парето выражает один из принципов решения этой задачи – единство интересов различных участников.